



随机 Petri 网 和系统性能评价

林 闯



清华大学出版社

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

随机 Petri 网和系统性能评价

林 闯

清华大学出版社

93

2/1

清华大学出版社

9787
国家科学技术学术著作出版基金资助出版

随机 Petri 网和系统性能评价

林 闯



清华大学出版社

0053299

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

本书是国内第一本随机 Petri 网理论和技术方面的专著,主要包括:各种随机 Petri 网理论和分析技术;随机 Petri 网的模型方法、模型的分解和压缩技术以及性能界限求解技术;随机 Petri 网在通信协议、ATM 网络、柔性制造系统、计算机系统和软件系统性能评价中的应用;随机 Petri 网软件工具。本书内容基本上是自包含的,内容新颖,容易理解,便于应用。主要读者对象是计算机、自动控制等相关专业的大学高年级学生、研究生、工程技术和科研人员。

版权所有,翻印必究。

本书封面贴有清华大学出版社激光防伪标签,无标签者不得销售。

图书在版编目(CIP)数据

随机 Petri 网和系统性能评价/林闯著. —北京:清华大学出版社,1999

ISBN 7-302-01017-X

Ⅰ. 随… Ⅱ. 林… Ⅲ. 计算机网络, Petri 网 Ⅳ. TP393

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 66519 号

出版者:清华大学出版社(北京清华大学学研楼,邮编 100084)

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

印刷者:北京市清华园胶印厂

发行者:新华书店总店北京发行所

开 本:787×1092 1/16 印张:19.75 字数:469 千字

版 次:2000 年 1 月第 1 版 2000 年 1 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 7-302-01017-X/TP·2165

印 数:0001~3000

定 价:28.00 元

前 言

随着计算机科学和技术的发展,计算机应用不断普及和深入,人们越来越感到计算机系统性能评价在社会技术进步中的重要性。

计算机系统性能评价研究的目的主要有三个:选择、改进和设计。在众多的系统(方案)中选择一个最适合需要的系统(方案),即在一定的价格范围内选择性能最好的系统,达到较好的性能/价格比;对已有系统的性能缺陷和瓶颈进行改进和提高其运行效率;对未来设计的系统进行性能预测,在性能成本方面实现最佳设计或配置。

计算机系统的性能一般包括以下两个方面:一个方面是它的可靠性或可利用性,亦即,计算机系统能正常工作的时间,其指标可以是能够持续工作的时间长度,如平均无故障时间;也可以是在一段时间内,能正常工作的时间所占的百分比。另一方面是它的处理能力或效率。这又可分为三类指标:一类指标是各种吞吐率,如系统在单位时间内能处理正常作业的个数。另一类指标是各种响应的时间,即从系统得到输入到给出输出之间的时间。再一类指标是各种利用率,即在给定的时间区间中,各种部件(包括硬设备和软系统)被使用的时间与整个时间之比。当然不同的系统对性能指标的描述有所不同,例如局域网常用的性能评估指标为信道传输速率、信道吞吐量和容量、信道利用率、传输延迟、响应时间和负载能力等。

计算机系统的性能取决多种因素,最基本的因素是系统的配置(即指系统构成所包括的各种软件、硬件的成分、数量、能力和系统结构、处理和调度策略等)和系统负载(即指工作负载和工作方式,例如交互方式、批处理方式等)。

性能评价的主要任务就是研究系统配置、系统负载、性能指标之间的相互关系。

性能评价的方法大致可以分为两类:

(1) 测量方法

通过一定的测量设备或一定的测量程序可以直接从计算机系统测得各项性能指标或与之密切相关的量,然后由它们经过一些简单的运算求出相应的性能指标。这是最直接也是最基本的方法,其他方法在一定程度上也要依赖于它。但是这种方法只能适用于已经存在并运行的系统,而且比较费时间。测量方案和测量手段是测量方法的关键。

(2) 模型方法

首先对要评价的计算机系统建立一个适当的模型,然后求出模型的性能指标,以便对系统进行性能评价。模型中一般包括许多参数,这些参数的确定往往依赖于对实际系统的测量结果或对系统参数的估价。与测量方法相比,模型方法有两个优点:一是它不仅可以应用于已有的系统的性能评价,而且也可以应用于尚未存在系统的性能预测;二是它的工作量一般比测量方法要小,比测量手段的费用要少。

模型方法又可分为模拟方法和分析方法两种。模拟方法是用一个程序动态地模拟一个系统及其负载。一般首先使用一个模拟语言来为系统建立模型,然后在模拟时,通过

用负载驱动系统模型从而得出模型的性能指标。模拟方法可以详细地刻画系统, 得出较精确的性能指标, 但是构造和使用模型时的费用较高。

分析方法则是应用数学理论与方法来研究和描述性能与系统、负载之间的关系。为了数学上描述与计算的方便, 往往要对系统模型进行一些简化和假设, 因而这种模型刻画系统的详细程度较低, 得出的性能指标精度也较低。但是这种方法理论基础强, 可以明显地刻画各种因素之间的关系, 而且构造和使用模型时的费用也较低。

随着计算机技术的发展, 系统的庞大和复杂化使得系统性能评价问题变得越来越复杂并越来越引起人们的重视。提供有效的数学理论工具、直观的模型描述方法和有效的模型分析方法以及实用的辅助分析软件, 是系统性能评价所面临的迫切需要解决的问题, 这也正是本书所要介绍的随机 Petri 网分析技术的核心。

性能分析方法传统上采用排队论数学理论来解决系统的描述问题, 数学求解的基础是马尔可夫随机过程。80 年代初, 随机 Petri 网的提出为系统的性能分析又提供了一个新的数学描述工具。随机 Petri 网研究目前已是一个热门课题。

Petri 网是可应用到很多系统和领域的图形和数学模型工具。Petri 网是信息处理系统描述和模型的有效工具之一, 它的主要特性包括: 并行、不确定性、异步和分布描述能力和分析能力。作为图形工具, Petri 网除了具有类似流程图、框图和网图的可视描述功能外, 它还可通过标记(token)的流动模拟系统的动态和活动行为, 所以可以说, Petri 网是动态图形描述工具。作为数学工具, Petri 网可以建立状态方程、代数方程和其他数学模型来描述系统的行为。Petri 网既可为理论工作者也可为工程人员所使用。它可以作为理论者和实践者之间的通信媒介, 以便于人们进行交流和理解。

随着信息处理系统的日益庞大和复杂化, 人们越来越需要采用系统工程的方法来设计和维护信息处理系统。在信息处理系统的整个生命期内, 采用图形化的数学工具来完成系统的形式描述, 系统的正确性验证、系统性能的评价、系统的目标实现和测试是非常必要的。Petri 网是适应上述各项任务的有效工具, 可以在一个 Petri 网系统模型的框架上完成各项任务。在这一点上, 其他图形或数学工具则不具备如此的功能。

系统性能评价方法, 尤其是排队论分析方法的发展和所遇到的问题, 包括并行系统的资源共享描述和非乘积解的问题, 给 Petri 网应用领域的拓宽和发展带来了勃勃生机。从 80 年代初随机 Petri 网提出以来, 系统性能评价已成为 Petri 网最成功的应用领域之一。

从 1985 年起, 相关 Petri 网和性能模型的国际研讨会也开始召开, 这个研讨会每两年召开一次。在随机 Petri 网简短的发展历史中, 它的应用范围已经超出了计算机科学, 成为研究离散事件动态系统的一种有力工具。很有前途的应用领域包括计算机网络、分布式软件系统、分布式数据库系统、并发和并行计算系统、柔性制造与工业制造系统、离散事件系统、多处理机系统、容错与故障诊断系统、办公自动化系统和决策模型等。

作者进行了不同级别 Petri 网和各种随机 Petri 网的多年研究, 并在国际上首先提出了随机高级 Petri 网及其分析技术和在一些系统性能评价中的应用。本书的主要内容是作者十多年工作的总结。据作者所知, 本书是国内外第一本随机 Petri 网理论和技术方面的专著。本书的目的是使读者能基本掌握随机 Petri 网的理论、模型方法、分析技术和应

用思路;同时了解当前随机 Petri 网理论和应用的发展,为读者的系统性能评价学习、工作和研究课题提供一条有效途径。

本书的主要内容包括四部分:

(1) 在第一章至第三章中介绍了各种随机 Petri 网理论和分析技术,包括随机 Petri 网 (SPN)、广义随机 Petri 网 (GSPN)、随机回报网 (SRN)、随机高级 Petri 网 (SHLPN) 和确定与随机 Petri 网 (DSPN)。在这些 Petri 网理论和分析技术中,着重描述了可达集和稳定状态概率的算法,可达分析和不变量的计算及分析方法。介绍了系统的性能特性分析和算法。这部分是随机 Petri 网的基础知识,是学习其他章节的基础。

(2) 在第四章至第六章中讨论了随机 Petri 网 (SPN) 的模型方法、随机网模型的分解和压缩技术以及模型性能界限求解技术。SPN 模型性能评价的一个主要问题是模型状态空间的爆炸,状态的数量会随着模型的规模和复杂性的增加而呈指数性地增长,使实际系统的性能评价不可能。这一点会严重地阻碍 SPN 模型的实际应用,也是当前 SPN 研究的热点问题。这部分所介绍的技术可以应用到各种复杂、大型系统的性能模型和评价中,这些技术是掌握 SPN 分析方法的关键,也是深入进行 SPN 研究的基础。

(3) 在第七章至第十章中,着重介绍了随机 Petri 网在通信协议性能模型、ATM 网络性能模型、柔性制造系统性能模型以及在计算机系统和软件系统性能评价中的应用。在随机 Petri 网的应用中,注意了专有对象的描述、问题的求解及分析方法的有效性。介绍了一些基本计算机和网络系统的性能模型方法,系统模型的基本化简技术,系统性能参数,例如系统的吞吐量、资源的利用率和用户平均响应时间等的实际计算和分析。

(4) 为了方便读者使用随机 Petri 网软件工具,在第十一章中介绍了随机 Petri 网软件包——SPNP、确定与随机 Petri 网软件包——DSPNexpress 以及本书作者开发的随机高级 Petri 网辅助软件——SHLPNA。在 SPNP 的介绍中,侧重介绍实际模型例子的分析软件程序,读者很容易套用这些例子编写自己的软件程序。而在 DSPNexpress 和 SHLPNA 的介绍中,则侧重程序和数据结构的描述,读者可以了解随机 Petri 网软件工具的开发和使用。

本书的主要特点是:

(1) 书中的内容基本上是自包含的、随机 Petri 网的知识完整。本书包括了随机 Petri 网理论、模型方法、化简技术和应用以及软件工具的介绍。

(2) 容易理解,便于应用。本书淡化了数学形式的描述,注重了实际系统的模型;对于每一种形式的定义和推导,都给出模型例子进行引导。软件工具的介绍便于读者对实际问题模型的理解。

(3) 内容新颖。本书包括了随机 Petri 网领域的主要最新研究成果和作者近年来的工作。

目前在随机 Petri 网领域里已取得的成果远多于本书所介绍的内容。本书仅是学习随机 Petri 网的第一步,深一步的学习还需读者阅读其他资料。

国家自然科学基金委员会和国家重点基础研究发展规划项目(编号: G1999270307)

对作者的研究工作给予了连续的资助,本书的出版得到了“国家科学技术学术著作出版基金”的资助。北京航空航天大学计算机系杨文龙教授、中国科学院数学研究所陆维明研究员和上海复旦大学计算机系吴时霖教授对本书的内容进行了认真的审阅,在此一并致谢。

本书写作期间,我的家人和朋友给了我极大鼓励和帮助,作者谨以此书献给我的家人和朋友。

林 闯

1998 年 12 月于北京

目 录

第一章 Petri 网的基本概念和术语	1
1.1 Petri 网研究与发展简况	1
1.2 Petri 网模型介绍	2
1.3 网的基础知识	6
1.4 位置/变迁(P/T)系统	7
1.5 高级 Petri 网(HLPN)系统	11
1.6 不同级别系统之间的关系与变换	13
第二章 几种随机 Petri 网模型与分析方法	19
2.1 随机时间变迁的实施	20
2.2 随机 Petri 网(SPN)	23
2.3 广义随机 Petri 网(GSPN)	28
2.4 随机回报网(SRN)	35
2.5 确定与随机 Petri 网(DSPN)	36
2.6 随机 Petri 网与排队论	40
第三章 随机高级 Petri 网(SHLPN)	45
3.1 SHLPN 的定义和复合标识概念	45
3.2 具有标识变量的 SHLPN	51
3.3 广义随机高级 Petri 网(GSHLPN)	56
3.4 SHLPN 的标记流路和 S -不变量	62
第四章 随机 Petri 网的模型方法	71
4.1 模型抽象组织	71
4.2 模型精化设计	85
第五章 随机 Petri 网的分解和压缩技术	93
5.1 时间数量级分解	93
5.2 接近无关的分解	97
5.3 响应时间保留压缩替换	103
5.4 流等价压缩替换	110
5.5 层次模型和分层分析	111
5.6 乘积形式解	119
5.7 问题和研究方向	124
第六章 随机 Petri 网性能界限求解技术	127
6.1 循环 SPN 性能瓶颈的确定	127
6.2 标识图稳定状态性能的界限	129

6.3 GSPN 模型的吞吐量界限	131
第七章 在通信网络协议性能评价中的应用	137
7.1 网络协议服务的性能规定与模型	137
7.2 网络传输协议的模型与性能评价	141
7.3 CSMA/CD 总线局部网协议的性能模型	146
第八章 在 ATM 网络模型和性能评价中的应用	153
8.1 允许接纳控制模型	156
8.2 传输控制模型	160
8.3 动态优先级信元丢弃方案模型	165
8.4 实时传输调度和信元丢失控制的综合方案模型	172
第九章 在柔性制造系统性能模型中的应用	185
9.1 在设计中的应用	186
9.2 在调度控制中的应用	189
9.3 在可靠性模型和分析中的应用	195
9.4 在缓冲优先调度策略稳定性分析中的应用	198
第十章 在计算机和软件系统模型和性能评价中的应用	209
10.1 多处理机系统的模型与性能分析	209
10.2 一种资源共享系统的模型和近似性能分析	216
10.3 并行程序的性能模型	221
10.4 客户机-服务器样式的分布软件模型与吞吐量计算	231
第十一章 随机 Petri 网分析软件工具	243
11.1 随机 Petri 网软件包	243
11.2 确定与随机 Petri 网软件包	262
11.3 随机高级 Petri 网辅助软件包	269
附录 A 概率、随机过程和马尔可夫链基础	279
A.1 概率基础	279
A.2 随机变量	282
A.3 随机过程	286
A.4 马尔可夫链	288
A.5 在马尔可夫链中的状态压缩	298
A.6 半马尔可夫链过程	300
附录 B 词汇和术语	303

第一章 Petri 网的基本概念和术语

在本章中,我们将要对 Petri 网的基本知识、概念和术语作简单介绍。其目的是为后面随机 Petri 网的介绍奠定基础,并不试图完全介绍 Petri 网的所有特性和分析技术。在这一章中,首先介绍 Petri 网研究与发展简况,以引起读者的兴趣。在第二节,对 Petri 网的基本模型和模型方法作非形式的介绍,目的是给读者一个简单的入门。在以后的两节中,我们对两种 Petri 网的概念、术语和分析技术作简单介绍,在形式定义后,给出例子,以便读者理解所介绍的概念。

1.1 Petri 网研究与发展简况

Petri 网的概念最早在 1962 年 Carl Adam Petri 的博士论文中提出^[1]。Petri 的工作引起了欧美学术界与工业界的注意^[2,3]。1970 至 1975 年,MIT 的计算结构研究小组积极参与 Petri 网相关的研究。1975 年 7 月在 MIT 举行第一次 Petri 网和相关方法的研讨会。1981 年 Peterson 出版了第一本 Petri 网方面的书^[4]。1985 年出版了第二本 Petri 网专著^[5]。到现在已出版了包括高级网在内的许多 Petri 网专著。

从 1980 年召开第一次 Petri 网理论和应用的国际研讨会以来,每年一次的国际研讨会连续不断,Petri 网理论和应用的研究成果大部分集中在会议论文集中^[6]。到 1987 年已有 2074 篇重要的相关 Petri 网的论文发表^[7]。近年来 Petri 网的论文已大量出现在各种学术年会和期刊上。

从 1985 年起,关于 Petri 网和性能模型的国际研讨会也开始召开,这个研讨会每两年召开一次^[8~11]。

Petri 网的理论也在不断地充实和完善。Petri 网研究的系统模型行为特性包括:状态的可达(reachability)、位置的有界性(boundedness)、变迁的活性(liveness)、初始状态的可逆达(reversibility)、标识之间的可达(reachability)、变迁之间的坚挺(persistence)、事件之间的同步距离(synchronic distance)和公平性(fairness)等。Petri 网模型的主要分析方法依赖于:可达树、关联矩阵和状态方程、不变量(invariants)和分析化简规则。Petri 网的抽象、描述能力也不断地向纵向和横向发展。它的纵向扩展表现为:从基本的条件/事件(C/E)网,经过位置变迁(P/T)网,发展到高级网(HLN)(包括谓词/变迁网和着色网)。它的横向扩展表现为:从没有参数的网,发展到时间 Petri 网和随机 Petri 网;从一般有向弧发展到禁止弧和可变弧;从自然数标记个数到概率标记个数;从原了变迁发展到谓词变迁和子网变迁。Petri 网描述能力的增强就会在某种程度上增加 Petri 网分析的难度,增加对系统模型性质的判断和计算的困难^[12]。显然,任何 Petri 网的扩展应当考虑特定的应用环境,既要增加模型描述和理解能力,又要便于系统模型的分析 and 计算。

在 Petri 网研究与应用的发展历史中,它的应用范围已经远远超出了计算机科学的

领域,成为研究离散事件动态系统的一种有力工具。两个成功的应用领域是性能评价^[8~11]和通信协议^[14~17],其他很有前途的应用领域包括分布式软件系统^[18~24]、分布式数据库系统^[25~27]、并发和并行计算^[28~30]、柔性制造与工业制造系统^[31~34]、离散事件系统^[45~37]、多处理机系统^[38~39]、数据流计算^[40]、容错与故障诊断系统^[41~46]、逻辑推理^[47~50]、办公自动化系统^[51~54]、形式语言^[55~61]、人-机系统^[62~63]、神经网络^[64~65]和决策模型^[66]等。

Petri 网以研究模型系统的组织结构和动态行为为目标,它着眼于系统中可能发生的各种状态变化以及变化之间的关系。Petri 网易于表示系统变化发生的条件及变化发生后的系统状态,但不易表示系统中数据值或属性的具体变化或运算。在大型、复杂系统的模型中,Petri 网应用的主要困难是模型状态空间的复杂性问题,它将随实际系统的规模增大而呈指数性增长。因此,在 Petri 网的实际应用中,经常需要根据特定的应用环境对网模型加以修改和限制。对 Petri 网模型的化简技术始终是 Petri 网研究的主题之一。目前,层次化模拟技术和分块模拟逐步抽象综合技术是经常采用的方法之一;另一种方法是根据特定环境采用等效变换或保持某种性质的变换,以达缩小状态空间、简化分析之目的。当然,采用计算机辅助工具也是 Petri 网实际应用的必然步骤。多数 Petri 网研究与应用单位都有自己的软件包和工具,主要用于辅助分析和各种应用的模拟。这些工具的功能和应用已在 Internet 的 Petri 网研究列表和一些文献中列出^[67~68]。

目前,可以充分利用 Internet 进行 Petri 网知识的获取和问题的讨论,可使用如下 E-mail 地址:

[[Post messages and summary of replies; PetriNets@daimi.au.dk]]
 [[The moderator's address; PetriNets-owner@daimi.au.dk]]
 [[To (un)subscribe; PetriNets-request@daimi.au.dk]]
 [[World Wide Web URL: http://www.daimi.au.dk/PetriNets/pnl/]]

1.2 Petri 网模型介绍

在提供 Petri 网(PN)形式描述之前,通过分布系统几个基本行为模型描述的例子,先帮助读者直观理解什么是 Petri 网,它们如何应用。

一个 PN 的结构元素包括:位置(place)、变迁(transition)和弧(arc)。位置用于描述可能的系统局部状态(条件或状况),例如,计算机和通信系统的队列、缓冲、资源等。变迁用于描述修改系统状态的事件,例如,计算机和通信系统的信息处理、发送、资源的存取等。弧使用两种方法规定局部状态和事件之间的关系:它们引述事件能够发生的局部状态;由事件所引发的局部状态的转换。

在 Petri 网模型中,标记(token)包含在位置中,它们在位置中的动态的变化表示系统的不同状态。如果一个位置描述一个条件,它能包含一个标记或不包含标记,当一个标记表现在这个位置中,条件为真;否则,为假。如果一个位置定义一个状况,在这个位置中的标记个数用于规定这个状况。例如,在计算机和通信系统中,标记可以用于表示处理的信息单元、资源单元和顾客、用户等对象实体。

一个 Petri 网模型的动态行为是由它的实施规则(firing rule)规定的。如果一个变迁的所有输入位置(这些位置连接到这个变迁,弧的方向从位置到变迁)至少包含一个标记,那么这个变迁可能实施(相联系的事件可能发生)。对这种情况,这个变迁称为可实施。一个可实施变迁的实施导致从它所有输入位置中都清除一个标记,在它的每一个输出位置(这些位置连接到这个变迁,弧的方向从变迁到位置)中产生一个标记。当使用大于 1 的弧权(weight)时,在变迁每一个输入位置中都要包含至少等于连接弧权的标记个数,它才可实施;这个变迁的实施,要根据相连接的弧权,在它每一个输出位置中产生相应标记个数。变迁的实施是一个原子操作,在输入位置中清除标记和在输出位置中产生标记是一个不可分割的完整操作。

应当注意,PN 模型的状态转换是局部的,它仅涉及一个变迁通过输入和输出弧连接位置的状态变化。这是 PN 模型的一个关键特性,利用这个特性可以容易描述并行、分布系统。

1.2.1 共享资源模型

在系统模型描述中,一般都要描述对共享资源的存取,可分别考虑资源和用户的不同状态。资源可处于空闲状态或忙状态,并在两个状态之间转换。图 1.2.1(b)的 PN 模型描述了资源的行为,使用两个位置(p_{idle} 和 p_{busy})描述了它的两个状态,使用两个变迁(t_{start} 和 t_{end})描述了对两个状态的修改。在这个模型中有一个标记,表示为资源实体,初始时它被包含在位置 p_{idle} 中。

用户可以有 3 种状态:活动(做不涉及共享资源的事情)、要求、存取。用户的行为周期性地通过这 3 个状态。图 1.2.1(a)的 PN 模型描述了用户的行为,使用 3 个位置(p_{active} 、 $p_{\text{requesting}}$ 和 $p_{\text{accessing}}$)描述了它的 3 个状态,使用 3 个变迁(t_{request} 、 t_{start} 和 t_{end})描述了对 3 个状态的修改。在这个模型中有一个标记,表示为用户实体,初始时它被包含在位置 p_{active} 中。

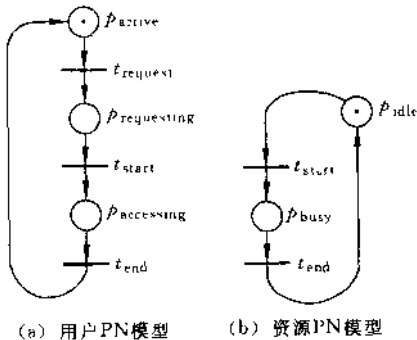


图 1.2.1 共享资源 PN 模型

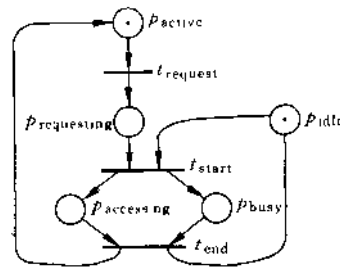


图 1.2.2 用户存取资源的 PN 模型

通过变迁 t_{start} 和 t_{end} 的合并,可以得到一个用户和一个资源合并的模型,见图 1.2.2 的 PN 模型。

图 1.2.2 的 PN 模型可以扩充为两个用户竞争存取相同资源的 PN 模型,资源就变成了共享资源。对这种情况,共享资源涉及的变迁 t_{start} 和 t_{end} 就要扩展,在第一个用户模型

中为 $t_{\text{start}-1}$ 和 $t_{\text{end}-1}$, 在第二个用户模型中为 $t_{\text{start}-2}$ 和 $t_{\text{end}-2}$, 见图 1.2.3 的 PN 模型。

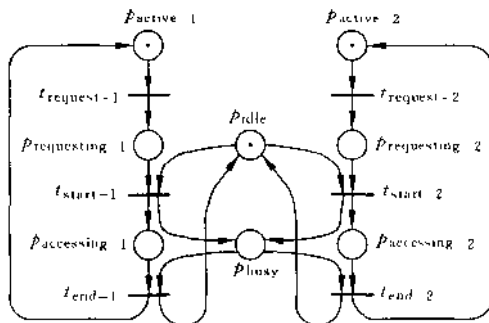


图 1.2.3 两个用户存取共享资源的 PN 模型

在图 1.2.3 的 PN 模型中,位置 p_{busy} 是冗余的(图 1.2.2 的 PN 模型也是一样)。当它包含一个标记时,在两个位置 $p_{\text{accessing}-1}$ 和 $p_{\text{accessing}-2}$ 中必定有一个位置包含一个标记。在位置 p_{busy} 中的标记数量可以表达为位置 $p_{\text{accessing}-1}$ 和 $p_{\text{accessing}-2}$ 中标记数量的和。进一步,位置 p_{busy} 中的标记数量并不表现模型的动态行为。因此,可以删除位置 p_{busy} ,简化这个 PN 模型,得到图 1.2.4 的 PN 模型。这也是一个简单的证据,PN 模型可以简化,PN 模型的简化工作是一个研究方向。

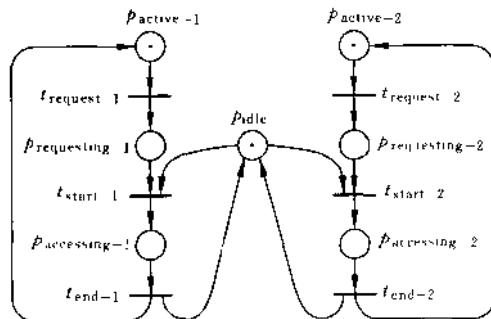


图 1.2.4 简化的两个用户存取共享资源的 PN 模型

当有几个有类似行为特征用户时,可使用不同模型表示方法。我们可以将多个用户放在一个图 1.2.1(a)的用户模型中,亦即,增加用户实体标记。当然,这样做会丢失用户的个性,每当变迁实施时,仅一个用户的状态被改变,但是,不知道是哪一个用户。例如,存在 N 个这样用户, N 个标记初始可由位置 p_{active} 包含。 t_{request} 的实施仅表示一个用户(不知道是哪一个用户)产生对资源的存取要求。同样的方法也可应用于多个资源的模型。多个用户和多个资源合并的模型表现在图 1.2.5 中, N 个用户标记初始由位置 p_{active} 包含, M 个资源标记初始由位置 p_{idk} 包含。当 $N=2$ 和 $M=1$ 时,忽略用户的个性,图 1.2.5 的模型与图 1.2.4 的模型等价。注意到,这个新模型是图 1.2.4 模型的折叠。模型的

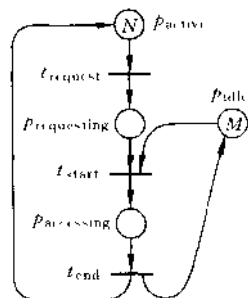


图 1.2.5 N 个用户和 M 个资源的 PN 模型

折叠导致模型状态的简化,但要丢失用户个性信息,这正是高级 Petri 网模型的思想,见高级 Petri 网一节介绍。

1.2.2 分叉和交汇模型

分叉(fork)和交汇(join)是机器制造和分布系统的典型操作。在图 1.2.6 的 PN 模型中,变迁 t_{fork} 表现了一个分叉操作,3 个变迁 t_{exec-1} 、 t_{exec-2} 和 t_{exec-3} 表示 3 个并行的分支。变迁 t_{join} 表示 3 个并行部分结束的同步。最后,整个处理由变迁 $t_{restart}$ 重新启动。

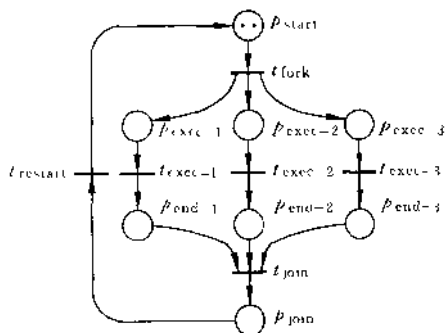


图 1.2.6 分叉和交汇操作 PN 模型

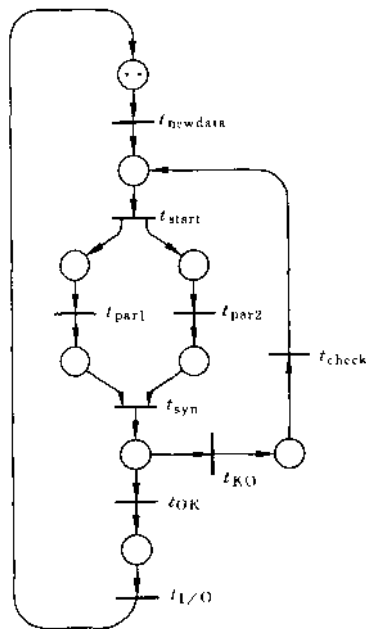


图 1.2.7 一个简单并行计算的 PN 模型

由于在位置 p_{start} 中有多个标记,位置 p_{start} 表示了一个状况而不是一个布尔(Boolean)条件。由于在位置中的标记没有规定排队规则,3 个一组的标记可能会被混淆。这就意味着,由分叉产生的 3 个标记不一定由交汇操作汇合在一起。

分叉和交汇模型同资源存取模型不同,它不可能突出经典排队规则的描述。另一方面,排队规则在 PN 模型中也不易描述。

借助分叉和交汇子模型,可组织并行系统的模型。例如,图 1.2.7 描述了一个简单并行计算的 PN 模型。系统操作描述如下:一组新数据被读(变迁 $t_{newdata}$ 的实施),使用相同一组数据,两个进程并行开始(分叉操作-变迁 t_{start} 实施)。当两个进程完成操作(变迁 t_{par1} 和 t_{par2} 分别实施),同步执行(交汇操作-变迁 t_{syn} 实施)。两个操作结果的一致性要检测,两个变迁 t_{OK} 和 t_{KO} 中的一个要实施,它们分别表示操作结果是可以接收或不可接收。如果结果不一致,进一步检测后(变迁 t_{check} 实施),同一组数据的整个计算要重新执行;否则,结果输出(变迁 $t_{I/O}$ 实施),进行新数据的操作。

如果 $X_1 \subseteq X$, 那么 $\cdot X_1 = \bigcup_{x \in X_1} \cdot x, X_1^\bullet = \bigcup_{x \in X_1} x^\bullet$ 。

定义 1.3.3 子网

令 $N_1 = (S_1, T_1; F_1), N_2 = (S_2, T_2; F_2)$ 是两个网。

N_1 是 N_2 的子网 iff $S_1 \subseteq S_2, T_1 \subseteq T_2$ 且 $F_1 = F_2 \cap ((S_1 \times T_1) \cup (T_1 \times S_1))$ 。

一般情况下, 要注意网和系统概念之间的区别。网的概念仅包括位置、变迁和弧集合, 而系统是指网和相关的初始标识。在本书中, 我们主要关注 Petri 网系统(或者说 Petri 网模型)的研究、分析与应用, 在不特殊说明的情况下, 我们所说的 Petri 网是指 Petri 网系统。

1.4 位置/变迁(P/T)系统

定义 1.4.1 P/T 系统

一个六元组 $\Sigma = (S, T; F, K, W, M_0)$ 是一个 P/T 系统 iff:

- (1) $(S, T; F)$ 是一个网, S 元素是位置, T 元素是变迁;
- (2) $K: S \rightarrow N^+ \cup \{\infty\}$ 是位置容量函数;
- (3) $W: F \rightarrow N^+$ 是弧权函数;
- (4) $M_0: S \rightarrow N$ 是初始标识(marking), 满足: $\forall s \in S: M_0(s) \leq K(s)$ 。

在 P/T 系统的图形表示中, 对于弧 $f \in F$, 当 $W(f) > 1$ 时, 将 $W(f)$ 标注在弧上。当一个位置的容量有限时, 通常将 $K(s)$ 写在位置 s 的圆圈旁。当 $K(s) = \infty$ 时, 通常省略 $K(s)$ 的标注。有界 P/T 系统的 K 函数仅为 $K: S \rightarrow N^+$, $K(s) = 1$ 时, 通常省略 $K(s)$ 的标注。标记仍由在位置中的黑点来表示。标识是标记在位置中的一种分布。

定义 1.4.2 可实施与实施(enabling and firing)

令 $\Sigma = (S, T; F, K, W, M_0)$ 是一个 P/T 系统。

- (1) 函数 $M: S \rightarrow N$ 叫做 Σ 的标识 iff $\forall s \in S: M(s) \leq K(s)$ 。
- (2) 一个变迁 $t \in T$ 在 M 下是可实施的 iff $\forall s \in S: W(s, t) \leq M(s) \leq K(s) - W(t, s)$ 。

(3) 如果 $t \in T$ 在标识 M 下是可实施的, 那么 t 可以实施并产生一个新的后继标识 M' , M' 可由下列方程给出:

$$\forall s \in S, M'(s) = M(s) - W(s, t) + W(t, s)。$$

(4) 系统标识 M 经过 t 的实施得到新的标识 M' , 可以表示成 $M[t > M'$ 或者 $M \xrightarrow{t} M'$ 。

(5) 使用 $[M_0 >$ 表示 Σ 的最小标识集合满足:

- ① $M_0 \in [M_0 >$;
- ② 如果 $M_1 \in [M_0 >$ 且有 $t \in T$ 使 $M_1[t > M_2$, 那么 $M_2 \in [M_0 >$ 。

在一般情况下, $[M_0 >$ 被称为 Σ 的可达标识集。

定义 1.4.3 实施序列

令 $\Sigma = (S, T; F, K, W, M_0)$ 是一个 P/T 系统, $\sigma = M_0 t_1 M_1 t_2 \cdots t_n M_n$ 是 Σ 的一个有

限实施序列 iff $\forall i, 1 \leq i \leq n: M_{i-1}[t_i > M_i; \sigma$ 的长度 $|\sigma| = n, t_1 t_2 \cdots t_n$ 叫变迁实施序列。

定义 1.4.4 可达树

首先定义一记号 ω : 对于所有 $n \in N, n < \omega; n + \omega = \omega + \omega = \omega - n = \omega$ 。

令 $\Sigma = (S, T; F, K, W, M_0)$ 是一个 P/T 系统。 Σ 的可达树是由标识(标记值可能由 ω 表示)为结点构成的树, 其弧线由 T 元素标注。可达树由下列递归算法构成。

算法 1.4.1 P/T 系统可达树构造

(1) 根结点 r 由 M_0 标注。

(2) 一个标注 M 的结点 x 是一个叶结点 iff, 不存在 $t \in T$: t 在 M 是可实施的或者在从 r 到 x 的路上存在一个结点 $y \neq x$, 但结点 y 也是由 M 标注的。

(3) 如果一个标注 M 的结点 x 不是一个叶结点, 那么对于所有 $t \in T$ 使得在 M 下可实施的 t 实施而产生一个新的结点 y , 且在从 x 到 y 新产生的弧上标注 t 。 y 结点标注的标识 M' 可由 M' 来计算, M' 满足 $M[t > M']$, 即 $\forall s \in S, M'_1(s) = M(s) - W(s, t) + W(t, s)$ 。 M' 的计算可区别为两种情况:

① 在从 r 到 y 的路上, 如果存在标注 M'' 的结点 $z \neq y$ 且 $\forall s \in S: M'_1(s) \geq M''(s)$, 那么

$$M'(s) = \begin{cases} M'_1(s), & \text{如果 } M'_1(s) = M''(s) \\ \omega, & \text{其他} \end{cases}$$

② 其他情况, $M' = M'_1$ 。

例 1 图 1.4.1 中给出了一个 P/T 系统和它相应的可达树。

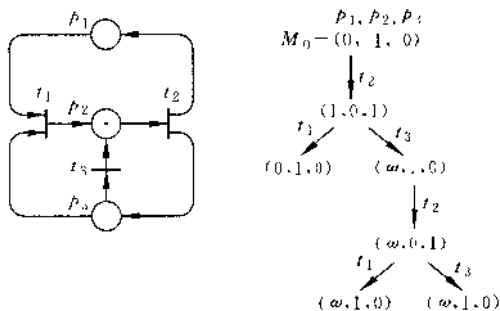


图 1.4.1 一个 P/T 系统和它的可达树

一个有界 P/T 系统, 指的是它所有的元素集合都是有界的, 自然, 它的可达树也是有界的。

定义 1.4.5 可达图

令 $\Sigma = (S, T; F, K, W, M_0)$ 是一个有限的 P/T 系统, Σ 的可达图是由标识(标记值可能由 ω 表示)为结点的图, 其弧线由 T 元素标注。可达图由下列算法构成。

算法 1.4.2 可达图构成

(1) 两个可达树的结点是等价的 iff, 它们有相同的标注 M 。

(2) 可达图的结点是它的可达树结点的等价类。从结点 Y 到结点 Z 的弧线标注为 t 。