石油设备有限元分析

刘巨保 编著
张学鸿 主审

石油工业出版社

石油设备有限元分析

刘巨保 编著　张学鸿 主审

石 油 工 业 出 版 社

127051

内 容 简 介

本书系统地介绍了石油设备中的杆梁类结构、弹性力学平面问题、轴对称问题、空间问题、板壳结构和接触非线性问题的有限元法基本原理，并结合作者多年来从事石油设备力学分析的研究成果，给出每类问题的工程实例及分析过程和计算结果。其中，第三章论述了石油钻采管柱接触非线性问题分析的间隙元法，以及这种方法在各种井下杆管柱力学分析中的应用；第八章论述了石油化工设备接触非线性问题分析的混合法，并给出了管道螺纹接触应力分析等工程实例。

本书适合工程技术人员、科研工作者及高等院校有关专业的教师和研究生阅读。

图书在版编目(CIP)数据

石油设备有限元分析　刘巨保编著
—北京：石油工业出版社，1996

ISBN 7-5021-1690-7

石油0121051

Ⅰ. 石…
Ⅱ. 刘…
Ⅲ. 石油工程-机械设备-结构分析-有限元法
Ⅳ. TE9

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 03020 号

石油工业出版社出版
(100011　北京安定门外安华里 2 区 1 号楼)
北京邮电学院出版社印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行

850×1168 毫米 32 开 7.25 印张 190 千字 印 1—1000
1996 年 3 月第 1 版 1996 年 3 月第 1 次印刷

前　言

有限元法经过三十多年的发展，尤其是近十年来，随着计算机技术的飞速发展，已成为工程力学问题数值分析的有效方法之一。

在石油设备中，经常会遇到一些结构、载荷和边界复杂的设备，如井下杆管柱、化工容器和管系。而这些设备在设计和生产运行中都需要一定的安全可靠度，特别是有些设备是在高温高压、有毒介质和井下等恶劣环境工作，其安全可靠度要求就更高，于是需要石油设备力学分析更加准确。有限元法与其它方法相比，具有明显的优越性，它可以用较少的简化，模拟复杂设备的实际受力状态，所得到的数值解一般都能满足石油工程的需要，为确保石油设备的安全可靠工作提供了一种行之有效的分析技术。

本书除系统扼要地介绍石油设备中各类问题的基本原理外，还结合作者多年来从事石油设备力学分析中的认识和研究成果，着重论述了“石油钻采管柱接触非线性分析的间隙元法”和“石油化工设备接触非线性分析的混合法”，并给出了典型工程实例的分析过程和计算结果，以便读者学有所用。

目前已出版了不少关于有限元法方面的图书，但专门论及石油设备方面的书籍尚不多见。希望本书能为有限元法在石油设备力学分析中的进一步推广应用起到积极的促进作用。

全书由陈抡元教授进行了审阅，在此表示深深的谢意。

本书编写过程中，在内容上力求理论联系实际，紧密结合工程应用；在表达上力求精练，深入浅出。但限于作者水平，书中难免有疏漏或不足之处，敬请读者批评指正。

作　者

1996 年于大庆石油学院

目　录

第一章　有限元法的基本概念

第一节　概　述

在设计所有石油设备中，首先要满足于工艺提出的各种要求，其次要保证设备能够安全可靠的工作，尤其是在高温高压、有毒介质和井下工作时的设备安全可靠度要求更高，这就需要对石油设备的力学分析更加准确，方可提供可靠的理论依据，确保石油设备的安全可靠运行。

石油设备力学分析的特殊性主要表现在以下三个方面：

(1) 设备结构较复杂，如钻井过程中的井架和底座是由数千根杆件采用不同连接方式形成的大型空间刚架结构，化工设备中开有各种孔、配有各种筋的塔罐容器等；

(2) 设备载荷复杂，大部分石油设备都受自重、风载、雪载、温度、压力等各种载荷的综合作用；

(3) 边界条件复杂，如井下管柱与井壁的随机多向接触摩擦，井架底座和容器的地基下陷等。

这些特殊性给石油设备的力学分析带来了一定难度，很难用工程力学理论描述出结构的实际受力状态或弹性力学方法得到问题的解析解。为此，当电子计算机问世以后，人们研究了各种数值方法来分析这些复杂的工程问题，主要包括有限元法、有限差分法、加权残数法等，其中有限元法以其概念浅显、应用范围广、计算效率高等特征在工程中得到了广泛应用。

有限元法是一种获得工程问题近似解的数值方法[1]。三十多年来，它的应用范围已从杆、梁类结构扩展到弹性力学平面问题、

空间问题、板壳问题；由静力平衡问题扩展到动力问题、波动问题和稳定问题。分析的对象从弹性材料扩展到粘弹性、塑性、粘塑性及复合材料等；从固体力学扩展到流体力学、传热学及连续介质力学各领域。在工程实际中的作用从分析与校核扩展到优化设计，并与计算机辅助设计、计算机辅助生产等技术相结合。可以预见，随着电子计算机技术的不断发展，有限元法作为一种有着坚实理论基础和广泛应用领域的数值分析方法，必将在石油设备力学分析中得到更加广泛的应用。

第二节　有限元分析的基本步骤

一、模型建立和结构离散化

1．模型建立

对石油设备进行有限元分析时，首先遇到的问题就是对实际设备进行假设和简化，即考虑主要因素、忽略次要因素，从而建立起适合于有限元分析的力学模型。一个好的力学模型应满足以下两条：

(1) 模型能基本反映设备的真实受力状态，分析计算结果能满足于工程需要；

(2) 模型考虑因素尽量少，研究对象简单，以便降低有限元分析时的工作量。

石油设备有限元分析的“建模”过程主要包括以下3个方面：

(1) 结构简化：根据设备的实际受力状态、对称和反对称性等原理，在保证设备受力状态基本不变的前提下，尽量简化设备的结构，达到降低计算工作量、减少数据处理的目的。如Y型汇流三通，利用结构对称性原理，选取四分之一结构为研究对象，就可得到整个三通的受力变形状态，大大降低了计算工作量。

(2) 载荷处理：应考虑引起结构受力状态变化的主要外载荷，

一些次要、且计算复杂的载荷可以忽略不计或简化处理。

(3) 边界条件处理:尽量利用有限元分析程序提供的各种边界处理方法来模拟实际设备的力和位移边界条件,在模拟过程中要确保模型为“结构”,而不能为“机构”。如图 1-1 中的井架起升工况,(*a*)模型为机构,无法进行有限元分析,(*b*)模型为结构。

建模过程是一个难度较大的技术问题,也是石油设备有限元分析中的关键步骤之一,只有丰富的理论和实际经验,再加反复分析和探索才能建立起一个较佳的有限元分析力学模型。

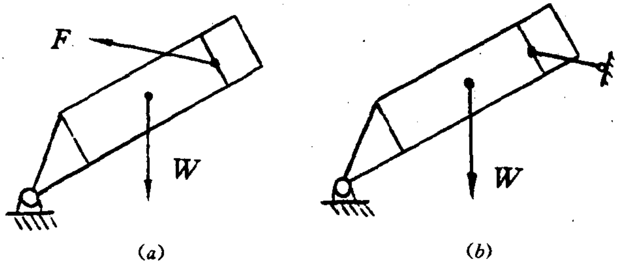

图 1-1 井架起升工况时的力学模型

2. 结构离散化

杆系结构是由若干个杆件组成,离散时可把每一个杆件看作是一个单元。离散后的桁架单元是二力杆件,刚架单元是梁、柱单元。

在连续弹性体中需要人为地把它离散成有限个单元,或者说把它离散成为一个离散的结构物。该结构物由有限个有限大小的构件在有限多的节点上相互连接而成。称有限大小的构件为有限单元,简称单元。

各单元彼此连接点称为节点。在桁架、弹性平面问题和弹性空间等问题中,把连接点都取为铰节点,以节点位移作未知量。如果相邻单元之间有法向力和弯矩传递,则必须把节点当做刚性节点,

例如利用有限元位移法求解刚架和弯曲板问题。在有限元法中，由所选用单元的自由度、广义力和广义位移来决定相邻单元公共节点的连接方式。

有限元离散化过程实际上是将具有无限个自由度的弹性体转化为有限个自由度的单元集合体。从数学上讲，把连续形式的微分方程转化为代数方程组，以便于用电子计算机进行数值求解。有限元法得到的应力和位移一般都是近似值，当单元划分得足够多，单元位移函数选择合理时，其有限元法分析得到的结果非常接近精确解，能够完全满足于实际工程问题的需要。

二、单元位移函数和解答的收敛条件

1. 单元位移函数

正象计算数学里用许多足够小的直线段连接成折线去模拟一光滑曲线那样，有限元法从物理的角度设想用处于简单状态的许多足够小的一片一片的被连接起来的一块去模拟真实结构物，例如假设在这些小片内的应变是常量、弯矩是常量……。很自然，数学力学都希望采用较大的一片（单元）去模拟实际结构物而又期望得到一个令人满意的近似。为此目的，有限元位移法不得不在单元内假定二次、三次，甚至更高次的位移场，就象用简单曲线去模拟复杂曲线那样。

设单元内任意一点的位移由下式给出

$$\{f\}=[N]\{\delta\}^e \tag{1-1}$$

式中 $\{f\}$——单元内任意点的位移分量列阵；

$\{\delta\}^e$——单元的节点位移分量列阵；

$[N]$——形状函数矩阵，它是以$\{\delta\}^e$表示$\{f\}$的转换矩阵。

节点自由度中的某一些量可以是位移，而另一些量可以是位移的导数，例如转角。因此称为广义位移，所对应的力、弯矩等称为广义力。

在有限元法中，建立式(1-1)中的位移函数(或称为位移模式)

一般有两种方法[2]：

(1) 广义坐标法：基本思想是在广义坐标系下，利用节点位移分量$\{\delta\}^e$经一系列矩阵计算，求得形状函数[N]。这种方法推导过程相当复杂，尤其对复杂单元，矩阵求逆变得相当困难。

(2) 插值函数法：基本思想是借助于直观、试凑以及对类似而又简单单元的熟悉形式，提出所需要的形状函数[N]或插值多项式，而不需经过广义坐标的中间过程。这种方法推导过程简单，但试凑一种新单元的形状函数[N]比较困难。因此，在各种单元位移函数建立中，我们主要采用插值函数法，具体讨论见以后章节。

2. 解答的收敛条件

在选择单元位移函数时，应当保证有限元法解答的收敛性，即当网格逐渐加密时，有限元解答的序列收敛到精确解；或者，当单元尺寸固定时，每个单元的自由度数越多，有限元法的解答越趋近于精确解。

有限元法收敛条件如下：

(1) 在单元内，位移函数必须是连续的。

用来构造单元位移函数的多项式是单值连续的，因此选用多项式为插值函数的单元位移函数在单元内是连续的。

(2) 单元位移函数必需包括刚性位移项。

每个单元的位移总可以分解为刚性位移和它自身变形位移二个部分。由于一个单元牵连在另一些单元上，其他单元发生变形时必将带动该单元作刚性位移。如悬臂梁的自由端单元跟随相邻单元作刚性位移(图 1-2)。因此，为模拟一个单元的真实位移，假定的单元位移函数必须包括弹性力学的刚体位移项。

当节点位移具有相应于刚体位移的给定值时，单元应变和节点力必是零。当采用不包括刚性位移项的单元位移函数，就会出现多余的应变和节点力，因此节点的平衡方程受到限制。

(3) 在单元内，位移函数必须包括常应变项。

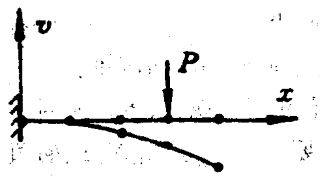

图 1-2

每一个单元的应变状态总可以分解为不依赖于单元内各点位置的常应变和由各点位置决定的变量应变。当单元尺寸足够小时，单元中各点的应变趋于相等，单元的变形比较均匀，因而常应变就成为应变的主要部分。为反映单元的应变状态，单元位移函数包括常应变是必须的要求。

例如，一根承受分布轴向荷载的杆(图 1-3)，沿杆长的一个单元 Δx，当 Δx 逼近零时，在单元内应变的任何变化与常应变相比都变得没有意义。如果单元位移函数包括了常应变项，当对 Δx 加密时，我们可以任意逼近位移和应变的精确值。

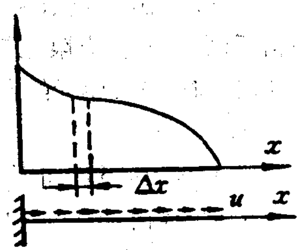

图 1-3

(4) 关于相邻单元公共边界上的连续性。

有限元法一定要求满足有公共节点的单元在节点处的连续性，在连续体弹性力学中，位移是到处连续的。从模拟真实结构物着想，若能构造一个单元位移函数在相邻单元之间是连续的，不发生相互脱离开裂和相互侵入重叠，那是理想的单元位移函数。不难想象，如果单元非常小，并且在相邻单元的公共节点处具有相同的位移，也就能保证它们在整个公共边界上，大致取得相同的位移，在相邻单元之间接近连续。在板、壳的相邻单元之间，还要求斜率不发生突变，只有这样才能保证结构的应变能是有界的。

以上提及的4条收敛条件，只要假定的位移函数由多项式构成，满足第1条要求是不成问题的；第2、3条说明了在构造单元位移函数时，切不能遗漏了常数项、一次项等低阶项。第1、2、3条是有限元法解答收敛的必要条件，计第4条一起构成了有限元法解答收敛的充要条件。凡满足第2、3条的单元又称为完备单元，满足第4条的单元称为协调单元，对于完备和协调的单元其解答的收敛性是单调的。

三、单元分析

单元位移函数确定后，利用弹性力学的基本方程就可以进行单元分析。单元分析的主要内容就是由单元的节点位移表达出单元的应变和应力，从而建立起单元的平衡方程，并求出单元的刚度矩阵（简称单刚）。

1. 单元应变

将单元位移函数式（1-1）代入弹性力学的几何方程，可以推出单元内任意点的应变为：

$$\{\varepsilon\}=[H]\{f\}=[H][N]\{\delta\}^e=[B]\{\delta\}^e \tag{1-2}$$

$$[B]=[H][N] \tag{1-3}$$

式中 $\{\varepsilon\}$——应变分量列阵；

$[H]$——由微分符组成的矩阵，也称微分算子矩阵；

$[B]$——单元的应变矩阵。

式（1-2）是用单元的节点位移分量$\{\delta\}^e$表达了单元内应变分量$\{\varepsilon\}$。

2. 单元应力

借助公式（1-2），用弹性力学物理方程可以计算出单元内任意点的应力分量。如果单元内存在初应变$\{\varepsilon_0\}$的话，则由实际应变与初应变的差来计算单元内的应力。

在线弹性范围内，应力公式是

$$\{\sigma\}=[D](\{\varepsilon\}-\{\varepsilon_0\})=[S]\{\delta\}^e+\{\sigma_0\} \tag{1-4}$$

$$[S]=[D][B] \tag{1-5}$$

$$\{\sigma_0\}=-[D]\{\varepsilon_0\} \tag{1-6}$$

式中　$\{\sigma\}$——应力分量列阵；

$[D]$——弹性矩阵；

$[S]$——应力矩阵；

$\{\varepsilon_0\}$——初应变分量列阵；

$\{\sigma_0\}$——初应力分量列阵。

如果不存在初应变$\{\varepsilon_0\}$，则(1-4)式变为

$$\{\sigma\}=[S]\{\delta\}^e \tag{1-7}$$

在以后的分析中，若不加以声明，都认为初应变$\{\varepsilon_0\}=0$，此时，计算单元应力用(1-7)式即可。

3. 单元刚度矩阵

在单元分析中，把节点对单元的作用力定义为节点力，它是一个集中力。

设作用在单元上只有节点力$\{F\}^e$，没有其它外载荷。利用虚功方程，即外力虚功的总和等于单元内应力虚功的总和，可建立下式

$$(\{\delta^*\}^e)^{\mathrm{T}}\{F\}^e=\iiint_V\{\varepsilon^*\}^{\mathrm{T}}\{\sigma\}\mathrm{d}V \tag{1-8}$$

式中　$\{\delta^*\}^e$——节点虚位移分量列阵；

$\{\varepsilon^*\}$——相应的单元虚应变分量列阵。

把公式(1-7)和式$\{\varepsilon^*\}=[B]\{\delta^*\}^e$代入(1-8)式，并注意$\{\delta^*\}^e$和$\{\delta\}^e$与单元坐标无关，则得到

$$(\{\delta^*\}^e)^{\mathrm{T}}\{F\}^e=(\{\delta^*\}^e)^{\mathrm{T}}\iiint_V[B]^{\mathrm{T}}[D][B]\mathrm{d}V\{\delta\}^e$$

由于$\{\delta^*\}^e$是常量，并且是任意的，则上式约简为

$$\{F\}^e=[K]^e\{\delta\}^e \tag{1-9}$$

$$[K]^e=\iiint_V[B]^{\mathrm{T}}[D][B]\mathrm{d}V \tag{1-10}$$

式中$[K]^e$为单元刚度矩阵，简称单刚；(1-9)式为单元平衡方程，表达了节点位移分量$\{\delta\}^e$与节点力分量$\{F\}^e$的关系，在单元分析中占很重要地位，以后章节将作详细介绍。

单刚$[K]^e$的物理意义就像弹簧刚度系数那样，它的一列元素是当单元的某一节点沿一个坐标方向产生单位位移时，所发生的各节点力分量。具体的单刚表达式，取决于单元的类型以及它的具体形状、大小和物理性质。对某一种具体的单元，其单刚的具体内容还与坐标选择及单元在坐标系中的方位有关。在一种坐标系下的单刚，通过坐标变换可以得到在另一座标系下的单元刚度矩阵。

4. 单元等效节点力

在有限元法分析中，单元只在节点处连接，所以，力只能作用在节点处。而实际结构物的单元内，可能有分布体力和集中力作用；在单元的边界上，也可能有分布面力作用。因此，必须把上述这些力以等效的原则移置到节点上，才能形成(1-9)式中的节点力分量$\{F\}^e$，$\{F\}^e$也被称为单元等效节点力列阵。

设单元内任意一点$M(x,y,z)$上作用集中力为$\{P\}$；当单元产生任一虚位移，此时M点的虚位移分量为$\{f^*\}$，节点虚位移分量为$\{\delta^*\}^e$；根据静力等效原则，即节点力与原荷载在任意虚位移上所做的虚功相等，可以建立关系式

$$(\{\delta^*\}^e)^{\mathrm{T}}\{F\}^e=\{f^*\}^{\mathrm{T}}\{P\} \tag{1-11}$$

将$\{f^*\}=[N]\{\delta^*\}^e$代入上式，并注意$\{\delta^*\}^e$可取任意值，经约简可得到单元内集中力等效到节点力时的计算公式

$$\{F\}^e=[N]^{\mathrm{T}}\{P\} \tag{1-12}$$

同理，可求得单元内分布体力$\{w\}$、分布面力$\{P_s\}$、分布荷载$\{P_l\}$转化成节点力的计算公式

$$\{F\}^e=\iiint\limits_V [N]^{\mathrm{T}}\{w\}\mathrm{d}V \tag{1-13}$$

$$\{F\}^e=\iint\limits_A [N]^{\mathrm{T}}\{P_s\}\mathrm{d}A \tag{1-14}$$

$$\{F\}^e=\int_l[N]^{\mathrm{T}}\{P_l\}\mathrm{d}l \tag{1-15}$$

将式(1-12)至(1-15)合并，可得到单元内作用各种荷载转化成节点力的计算公式

$$\{F\}^e=[N]^{\mathrm{T}}\{P\}+\int_l[N]^{\mathrm{T}}\{P_l\}\mathrm{d}l+\iint_A[N]^{\mathrm{T}}\{P_s\}\mathrm{d}A+\iiint_V[N]^{T}\{w\}\mathrm{d}V \tag{1-16}$$

式(1-16)的具体应用以后章节将介绍。

四、整体分析与边界条件处理

对结构物的每个单元都进行上述分析，建立起(1-9)式单元平衡方程，该方程是在局部坐标系下建立的，不同单元可能有不同的坐标系，为了分析结构物的受力状态，必须建立一个整体坐标系，通过坐标转换矩阵将局部坐标系下单元平衡方程转换成整体坐标系下单元平衡方程，然后经一系列的“对号入座”拼装过程就可得到结构物有限元分析的整体平衡方程式

$$[K]\{\delta\}=\{F\} \tag{1-17}$$

其中 $[K]$——总体刚度矩阵，简称总刚；

$\{\delta\}$——结构的节点位移列阵；

$\{F\}$——结构的节点荷载列阵。

总刚$[K]$是对称矩阵，这是因为保守系统下的弹性结构，从任意位置 A 令结构变形，然后在回到位置 A，不管取什么路径，力所做的功必为零，因而有 $K_{ij}=K_{ji}$，即$[K]$为对称矩阵。$[K]$中每个对角线元素 $K_{ii}>0$，这是因为节点力分量必与它的节点位移分量同向所致。$[K]$为奇异矩阵，这是因为(1-17)式没有考虑结构物的各种支承条件，从力学角度看，没有支承约束的结构物，即使所受的外力自身构成一个平衡力系，其位移解答也是任意不定的。因此，在有限元法分析中必须把支承条件引进到总刚度矩阵，消除$[K]$中的奇异性，使其成为非奇异矩阵。有关支承约束条件的处理方法

和总刚[K]的形成在以后章节中都将详细介绍。

五、整体平衡方程求解

通过整体分析，建立起结构物在整体坐标系下的平衡方程。引入支承条件后，整体方程就转变为具有唯一解的线性方程组，求解该方程可得到各节点的位移，进一步计算可得到单元的内力和应力，以及单元内任一点的位移。

在石油设备有限元法分析中，由于结构的特殊性，往往离散模型划分的单元较多，节点和节点自由度相应增多，得到的整体平衡方程阶数一般都很高，若不采用适当的求解技术，不仅计算费用大量增加，还可能导致求解过程的不稳定和求解的失败；另外计算时间增长，还限制了在现场中进行实施跟踪分析计算。因此，求解整体平衡方程必须选用合适的求解技术。

整体平衡方程实际上是线性联立方程组，它的解法可以分作两大类：直接法和迭代法。直接法以高斯消去法为基础，求解效率高；在方程组的阶数不高时(例如不超过 10000 阶)，通常采用直接法；直接法是目前用的最多的一种方法，主要有带宽高斯消去法、三角分解法以及适用于更大型方程组求解的分块解法和波前法等。迭代法具有算法简单和程序编写容易的优点，但要求总刚[K]具有一定的条件，如对称、正定、主对角线元素优势等，且计算时间长而又预先无法估计的缺点；迭代法主要包括简单迭代法、赛德尔迭代法和松弛迭代法等。

目前，在微型计算机上对整体平衡方程求解通常采用直接法中的三角分解法，有关该法的详细内容可参见有关计算方法书籍。