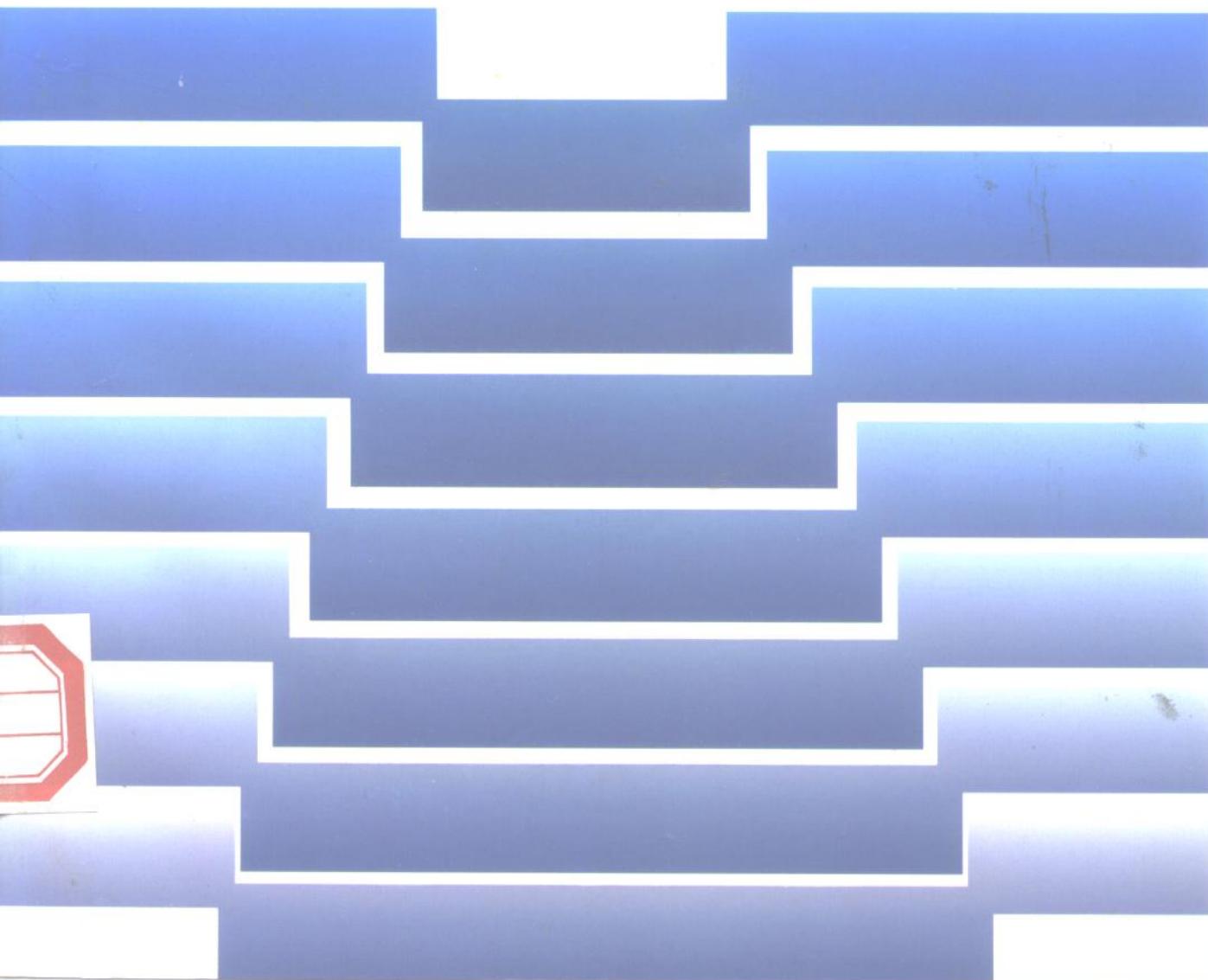


高等学校教材

冲压工艺与 模具设计

马正元 韩 啓 主编



高等学校教材

冲压工艺与模具设计

主编 马正元 韩 啓

协编 刘朝坤 李增华 张舒扬



机械工业出版社

本书是为非塑性成形工艺及设备专业的机械类各专业学生编写的教材。主要内容包括冲压成形的基本理论、各种冲压工艺的变形分析、冲压工艺方案选择及模具设计原理、模具材料选择及热处理、压力机及其选用、冲压工艺规程编制和模具 CAD/CAM。

本书内容较系统、全面，既介绍了必要的基础理论，又较为系统地介绍了各种冲压模具设计方法，以及与模具设计有关的材料选择与压力机选用，使读者对冲压工艺有全貌的了解。特别是模具 CAD/CAM，内容适应了 CAD 技术在模具行业的发展需求。

本书可供高等工科院校机械类各专业师生参考使用，亦可供有关工程技术人员参考。

冲压工艺与模具设计

马正元 韩 啓 主编

责任编辑：常燕宾 杨 燕 版式设计：王 赖

封面设计：姚 毅 责任校对：孙志筠

责任印刷：王国光

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

邮政编码：100037

（北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号）

机械工业出版社京丰印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 787×1092^{1/16} · 印张 15.25 · 字数 368 千字

1998 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

印数 0 001—5 000 定价：19.50 元

ISBN-7-111-05945-X/TG · 1176 (课)

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

ISBN 7-111-05945-X



9 787111 059455 >



前　　言

冲压技术在机械、航空、汽车、电子、轻工、仪表和家电等工业部门生产中应用十分广泛。冲压工艺具有生产率高、生产成本低、材料利用率高、能成形复杂零件、适合大批量生产等优点，在某些领域已取代机械加工，并正逐步扩大其工艺范围。因此，冲压技术对发展生产、增强效益、更新产品等方面具有重要作用。

本书是为适应教学改革、专业改造、按大学本科规划设置的课程，为拓宽知识面，培养能掌握冲压技术的机械工程技术人才而编写的教材；是作者多年来从事本科教学实践的总结和生产实践经验的概括。在取材上力求系统全面地介绍与冲压工艺有关的知识；在叙述上力求深入浅出，理论的引用以能说明冲压变形的共性问题为限；在内容安排上注重理论与实践相结合，理论为生产实践服务，利于学生掌握有关基本理论，以加深对实践问题的理解。

本课程的教学目的是使机械类专业的学生掌握冲压基本成形原理，按要求确定冲压工艺方案，编制冲压工艺规程，设计合理的模具结构，合理选择模具材料和选用压力机，具有初步分析解决冲压工艺中质量问题的能力，具备模具 CAD/CAM 的初步知识。

本书由马正元、韩啓任主编。马正元编写第一、二、三、四章，韩啓编写第五、六、七、八、十章，刘朝坤编写第九章，李增华、张舒扬编写第十一章。

本书可供高等工科院校机械类各专业师生使用，亦可供有关工程技术人员参考。

编者学识有限，书中不足之处，敬请读者指正。

编者

1997.10

目 录

前言

第一章 冲压成形的基本理论	1
第一节 冲压的基本概念	1
第二节 塑性变形的应力应变状态	4
一、点的应力状态	5
二、点的应变分析	8
三、塑性条件	11
四、塑性变形状态下应力与应变的关系	12
第三节 硬化与硬化曲线	14
一、冷变形时的硬化	14
二、硬化曲线	15
第四节 冲压成形方法的力学特点与分类	18
一、冲压变形毛坯区域的划分	18
二、冲压应力应变图	18
三、影响成形极限与极限变形系数的因素	21
第五节 冲压成形中的变形趋向性及其控制	22
一、冲压成形的变形趋向性	22
二、控制变形趋向性的措施	23
第六节 板料的冲压性能与试验方法	25
一、板料的力学性能与冲压性能的关系	25
二、板料冲压性能的直接试验方法	27
第二章 冲裁	29
第一节 冲裁机理分析	29
一、冲裁过程	29
二、刃口附近变形区的应力分析	30
三、裂纹的产生与成长	31
四、剪切断面的特征	32
第二节 冲裁模间隙值的确定	32
一、理论确定法	32
二、经验确定法	33
第三节 冲裁件质量及影响因素	34
一、冲裁断面质量及影响因素	34
二、尺寸精度及影响因素	36
三、形状精度及影响因素	36
第四节 凸模与凹模刃口尺寸计算	37
一、刃口尺寸计算原则	37
二、刃口尺寸计算方法	38
第五节 冲裁力和冲裁功	41
一、冲裁力和冲裁功的计算	41
二、影响冲裁力的因素与降低冲裁力的方法	42
三、卸料力、推件力和顶件力的计算	44
第六节 冲裁模寿命及影响因素	46
一、磨损形式与磨损曲线	46
二、间隙对磨损的影响	46
三、影响磨损的其它因素	47
第七节 精密冲裁	48
一、精冲的特点	48
二、精冲的类型及其特征	49
第八节 整修	51
一、整修余量与整修次数	51
二、整修模工作部分尺寸计算	52
第三章 冲裁模结构与设计	53
第一节 冲裁模的基本类型与结构分析	53
一、冲裁模的分类	53
二、简单模	53
三、级进模	55
四、复合模	58
第二节 冲裁模主要零件的结构与设计	59
一、工作零件	60
二、定位零件	66
三、卸料与推（顶）件装置	72
四、导向装置	73
五、固定与联接零件	76
六、弹簧和橡胶的选用与计算	78
第三节 冲裁工艺设计	80

一、冲裁件的工艺性	81	计算	117
二、冲裁件的排料	83	第五章 拉深	119
三、冲裁工藝方案	86	第一节 拉深过程分析	119
四、冲模压力中心计算	87	一、拉深变形过程及特点	119
五、冲模的闭合高度	88	二、拉深过程中各部位的应力、应变	
第四章 弯曲	90	状态分析	120
第一节 弯曲变形机理	90	第二节 圆筒形件拉深的有关尺寸的确定	122
一、弯曲变形过程	90	一、拉深件的修边余量	122
二、弯曲变形区的变化	91	二、变形程度和拉深系数	123
三、弯曲变形区的应力应变状态分析	92	三、拉深次数的确定	124
第二节 弯曲应力与弯矩计算	93	四、毛坯尺寸的确定	124
一、立体纯塑性无硬化弯曲	93	五、各次拉深后半成品(工件)的高度计算	127
二、其它性质的弯曲	95	第三节 拉深模设计计算	129
第三节 最小弯曲半径	96	一、力和功的计算	129
一、最小弯曲半径及其近似计算	96	二、凸、凹模工作部分尺寸的计算	131
二、影响弯曲系数的因素	97	三、凸模、凹模工作表面的技术要求	133
三、最小弯曲系数的经验确定	98	四、压边装置	133
第四节 弯曲的回弹	98	第四节 有凸缘圆筒形件的拉深	135
一、弯曲卸载后产生回弹的原因	99	第五节 盒形件拉深工序的计算	138
二、回弹值的计算	99	一、盒形件毛坯形状和尺寸的确定	138
三、影响弯曲回弹值的因素	101	二、盒形件的变形程度与拉深系数	140
第五节 提高弯曲件精度的措施	102	三、盒形件多次拉深的分配与工序件的确定	141
一、V形弯曲	102	第六节 阶梯形、半球形、抛物线形、锥形等拉深件的拉深	143
二、U形弯曲	103	一、阶梯形件的拉深	143
三、提高弯曲件精度的措施	103	二、半球形件的拉深	145
第六节 弯曲力的计算	106	三、抛物线形件的拉深	145
一、自由弯曲力	106	四、锥形件的拉深	145
二、校正弯曲力	106	第七节 拉深中辅助工序的安排	147
三、顶件力和压料力	107	一、退火工序的安排	147
第七节 弯曲件毛坯尺寸的计算	107	二、酸洗工序的安排	148
一、弯曲件毛坯的展开计算原则	107	三、拉深中的润滑剂	149
二、弯曲件毛坯长度的计算	108	第六章 成形	151
第八节 弯曲件的工艺性	109	第一节 胀形	151
第九节 弯曲件的工序安排和模具结构	111	一、起伏成形	151
一、弯曲件的工序安排	111	二、凸肚	153
二、弯曲模结构	111	第二节 缩口	154
第十节 弯曲模工作部分尺寸确定	115	一、缩口变形程度的计算	154
一、凸、凹模圆角半径及凹模深度的确定	115	二、缩口后材料厚度的变化及缩口的毛坯计算	155
二、弯曲凸、凹模的间隙确定	116		
三、U形件弯曲模的凸、凹模工作部分尺寸			

第三节 翻边	156	二、冲压设备规格的选择	184
一、圆孔翻边	156		
二、外缘翻边	158	第十章 冲压工艺规程的编制	187
三、翻边模	159	第一节 编制冲压工艺规程的一般步骤	187
第四节 整形与校平	160	一、设计前的准备工作和必要的原始资料	187
一、校平	160	二、设计的主要内容及步骤	187
二、整形	161	三、编制工艺文件及设计计算	
四、旋压	162	说明书	188
一、普通旋压	162	四、冲压工艺方案的拟定	188
二、强力旋压（旋薄）	163	第二节 编制冲压工艺规程的实例	189
第七章 模具材料与模具寿命	166	一、对工件进行工艺分析	190
第一节 模具材料	166	二、确定工艺方案	190
一、选取模具材料的一般原则	166	第十一章 模具 CAD/CAM	200
二、模具材料的种类	166	第一节 模具 CAD/CAM 概述	200
三、模具零件材料和热处理要求	167	一、CAD/CAM 的产生及发展	200
第二节 模具寿命	169	二、模具 CAD/CAM 技术的应用情况	201
一、模具失效方式与原因	169	三、模具 CAD/CAM 的优越性	201
二、提高模具寿命的措施	169	四、CAD/CAM 的发展趋势	201
第三节 新型冲压模具材料简介	172	第二节 冲模 CAD/CAM 系统设计中的几个共性问题	203
一、模具用锌合金	172	一、CAD/CAM 系统开发的基本过程	203
二、铋基低熔点合金	173	二、冲模 CAD/CAM 系统的结构与功能	204
第八章 模具设计中应采取的安全措施	174	三、冲模 CAD/CAM 系统的数据处理与管理	207
第一节 概述	174	四、CAD/CAM 系统与数据库系统的数据直接交换	208
第二节 模具设计中应采取的安全措施	174	五、冲模 CAD/CAM 系统的工作图管理	215
一、技术安全对模具结构的基本要求	174	第三节 冲裁模 CAD/CAM 系统设计	216
二、模具设计中采用的安全措施	174	一、PMCADM 系统分析和定义	216
第三节 冲压生产中的声害与防治	177	二、PMCADM 系统总体设计	221
一、噪声产生的原因	177	三、冲裁件图形信息输入	222
二、噪声的危害及允许标准	177	四、人机交互用户界面设计	227
三、噪声的控制与消减	178	五、模具结构设计	233
第九章 压力机	179	六、数控加工的图象编程	234
第一节 常用压力机的分类和规格	179	参考文献	235
第二节 常用冷冲压设备	181		
一、摩擦压力机	181		
二、偏心压力机	182		
三、曲轴压力机	183		
第三节 冲压设备的选用	183		
一、冲压设备类型的选择	183		

第一章 冲压成形的基本理论

第一节 冲压的基本概念

冲压工艺是通过模具对毛坯施加外力，使之产生塑性变形或分离，从而获得一定尺寸、形状和性能的工件的加工方法。冲压工艺的应用范围十分广泛，既可以加工金属板料、棒料，也可以加工多种非金属材料。由于加工通常是在常温下进行的，故又称为冷冲压。

冲压加工的冲压件的形状、尺寸和表面质量是由模具保证的，所以在大量生产中可以获得稳定的加工质量，可以满足一般的装配和使用要求。冲压加工可通过使材料产生塑性变形制造复杂形状的工件，这是其它工艺方法难以实现的。

冲压加工具有很高的生产率。一般在一台冲压设备上每分钟可以生产中小尺寸工件几件到几十件，高速冲床可达几百件，这是其它任何加工方法都无法实现的。此外，冲压加工所用坯料是板材或卷料，通常又是在常温下加工，故易于实现机械化与自动化，可大幅度地提高生产率。

冲压加工成本低，在大量生产中采用冲压工艺加工板料工件是最经济的工艺方法。以冲裁为例，一般冲裁模的寿命可达几百万次，硬质合金冲裁模的寿命可达几千万次至亿次；其次，冲压生产的材料利用率较高，一般可达70%~85%，故可极大地降低冲压件的生产成本。

冲压工艺与冲压设备正在不断地发展，特别是精密冲压。高速冲压、多工位自动冲压以及液压成形、超塑性冲压等各种冲压工艺的迅速发展，把冲压的技术水平提高到了一个新高度。新型模具材料的采用和钢结合金、硬质合金模具的推广，模具各种表面处理技术的发展，冲压设备和模具结构的改善及其精度的提高，显著地延长了模具的寿命和扩大了冲压加工的工艺范围。

由于冲压工艺具有生产效率高、质量稳定、成本低以及可加工复杂形状工件等一系列优点，在机械、汽车、轻工、国防、电机电器、家用电器，以及日常生活用品等行业应用非常广泛，占有十分重要的地位。随着工业产品的不断发展和生产技术水平的不断提高，冲压模具作为各部门的重要基础工艺装备将起到越来越大的作用。

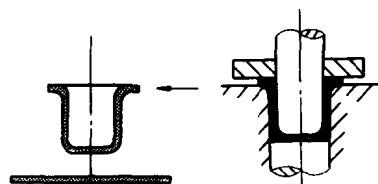
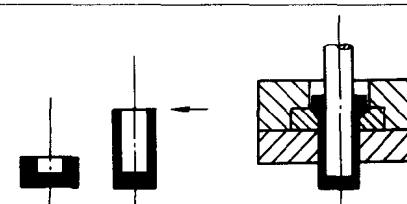
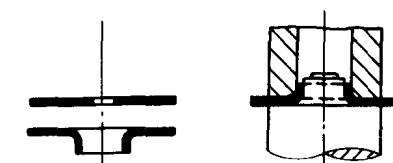
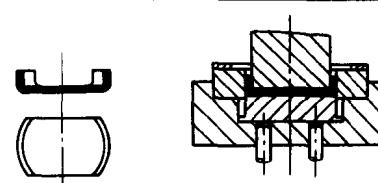
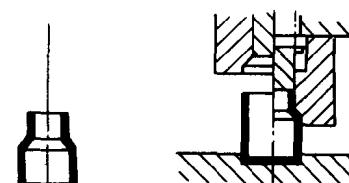
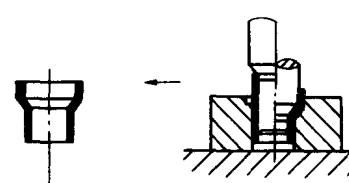
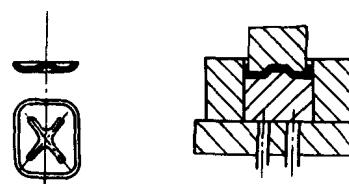
冲压工艺可分为分离工序与成形工序两大类。分离工序是将冲压件或毛坯沿一定的轮廓线与板料分离。其特点是沿一定边界的材料被破坏而使板料的一部分与另一部分分开，如落料、冲孔、切断、整修等。成形工序是在不使板料破坏的条件下使之产生塑性变形而形成所需形状与尺寸的工件。其特点是通过塑性变形达到加工目的，且在变形过程中不发生破坏或不失去稳定，如拉深等。

上述两大类成形方法又包括很多不同的工序，常用的冲压基本工序的分类和性质列于表1-1中。

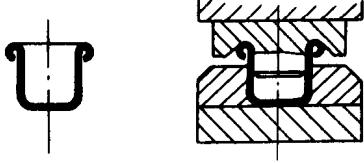
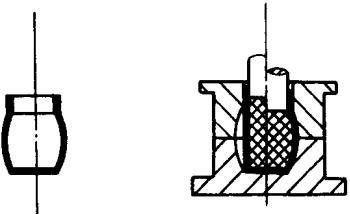
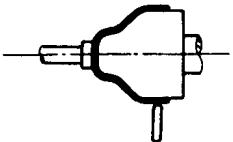
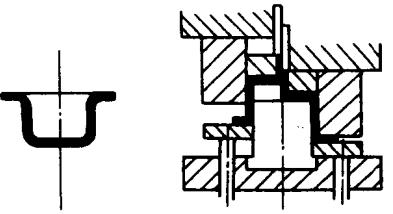
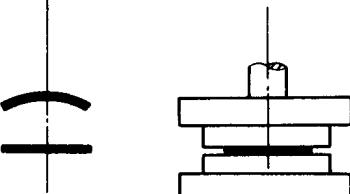
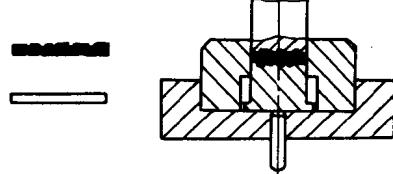
表 1-1 冲压的基本工序

类别	工 序	图 例	工 序 性 质
分	冲 落 料		用模具沿封闭线冲切板料，冲下的部分为工件，其余部分为废料
	裁 孔		用模具沿封闭线冲切板材，冲下的部分是废料
	剪 切		用剪刀或模具切断板材，切断线不封闭
	切 口		在毛坯上将板材部分切开，切口部分发生弯曲
离	切 边		将拉深或成形后的半成品边缘部分的多余材料切掉
	剖 切		将半成品切开成两个或几个工件，常用于成双冲压
成 形	弯 曲		用模具使材料弯曲成一定形状
	卷 圆		将板料端部卷圆
	扭 曲		将平板毛坯的一部分相对于另一部分扭转一个角度

(续)

类别	工 序	图 例	工 序 性 质
	拉 深		将板料压制成空心工件，壁厚基本不变
	变薄拉深		用减小直径与壁厚、增加工件高度的方法改变空心件的尺寸，得到要求的底厚、壁薄的工件
成 形	翻 边 孔 的 翻 边		将板料或工件上有孔的边缘翻成竖立边缘
	翻 边 外 缘 翻 边		将工件的外缘翻成圆弧或曲线状的竖立边缘
形	缩 口		将空心件的口部缩小
	扩 口		将空心件的口部扩大，常用于管子
	起 伏		在板料或工件上压出筋条、花纹或文字，在起伏处的整个厚度上都有变薄

(续)

类别	工 序	图 例	工 序 性 质
成形	卷边		将空心件的边缘卷成一定的形状
	胀形		使空心件(或管料)的一部分沿径向扩张，呈凸肚形
	旋压		利用赶棒或滚轮将板料毛坯赶压成一定形状(分变薄与不变薄两种)
	整形		把形状不太准确的工件校正成形
	校平		将毛坯或工件不平的面予以压平
	压印		改变工件厚度，在工件表面上压出文字或花纹

第二节 塑性变形的应力应变状态

在各种冲压成形时，模具对板料毛坯施加的外力使之产生相应的塑性变形。毛坯受外力后，通常只有一部分产生塑性变形，形成变形区。变形区的内力和变形的分布是不均匀的，为了分析和研究变形区的塑性变形过程，就必须分析和研究变形区各点的应力状态和应变状态，以及外力与塑性变形之间的关系。

一、点的应力状态

(一) 任意坐标系和主轴坐标系

变形区内每一点的受力情况称为点的应力状态。在研究应力状态时，将材料看成是均匀的、各向同性的。通过在受力点取微小单元体（简称单元体），使其各棱边与任意选取的坐标轴平行，则一点的应力状态可用作用于单元体上三个互相垂直的表面上的应力来表示。

1. 任意坐标系 作用于单元体上互相垂直表面上的应力可沿坐标轴方向分别分解为一个正应力和两个切应力，于是就得到三个正应力和六个切应力，称为应力分量，见图 1-1a。根据互相垂直平面上切应力互等定律得知： $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ， $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ ， $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ ，所以六个切应力只包括有三个数量。在任意坐标系中，若已知三个正应力和三个切应力，则该点的应力状态就确定了。因坐标系是任意选取的，在不同坐标系中表示一点应力状态的六个应力分量会有不同的数值。在不同坐标系的应力分量之间有一个统一形式的线性关系，可以互相换算。

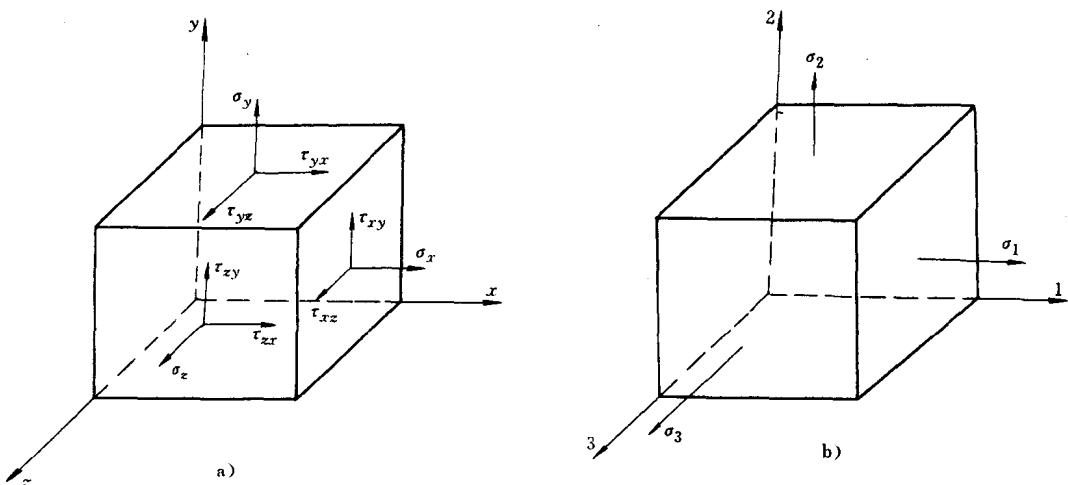


图 1-1 点的应力状态
a) 任意坐标系 b) 主轴坐标系

上述应力分量的符号按下述原则确定：正应力以拉应力为正，压应力为负；切应力的符号取决于作用在单元体表面上的正应力符号。当作用在单元体表面上的拉应力与坐标轴的正方向相同时（或压应力的方向与坐标轴的负方向相同时），则切应力的方向与坐标轴正方向相同者为正。如果正应力的方向与前述相反，则以切应力的方向与坐标轴的负方向相同者为正。

2. 主轴坐标系 对于任何一种应力状态总存在一组坐标系，使得单元体各表面上只有正应力，而没有切应力，见图 1-1b。这三个正应力称做主应力，其方向称做主方向，其作用的表面称做主平面，三个坐标轴称做主轴。主应力一般按其代数值的大小依次用 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 表示，即 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ 。由此可见，一点的应力状态完全

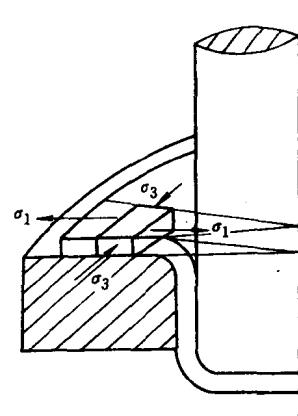


图 1-2 拉深毛坯变形区内主应力方向

可以由三个已知方向和大小的主应力来决定。

采用主轴坐标系，通过主应力来分析研究变形区内一点的应力特征及其分布规律，可以使问题得到简化。例如进行图 1-2 所示的圆板毛坯拉深变形区的应力分析时，在忽略数值较小的表面摩擦力之后，可以认为其径向 r 、切向 θ 和厚向 t 就是主方向或可以近似地看作主方向。这样圆板拉深变形区就可以按图中所示选取主轴方向。在该图中 $\sigma_r = \sigma_1$ 、 $\sigma_\theta = \sigma_3$ 。通常毛坯变形区的应力状态是很复杂的，各点处的主应力大小排列次序不是固定不变的，应视其代数值确定哪个是 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 。

(二) 应力状态的类型

1. 三向应力状态 单元体的三个主方向都有应力的状态称为三向应力状态或立体应力状态。多数冲压塑性变形区都是三向应力状态。

2. 平面应力状态 如果三个主应力中有一个等于零，则三向应力状态变为平面应力状态。在冲压成形中，变形区厚度方向的应力 σ_z 与其它两个方向的应力比较往往可以忽略不计，看作 $\sigma_z = 0$ ，可以将其作为平面应力状态来分析计算。

3. 单向应力状态 如果三个主应力中有两个为零，就称为单向应力状态或直线应力状态。单向应力状态的变形仅为简单的拉伸或压缩。冲压成形时，毛坯的内孔和外边缘处通常是自由表面，即是仅有切向应力的单向应力状态。

4. 圆柱应力状态 如果三个主应力中有两个相等，则称为圆柱应力状态或轴对称应力状态。这种应力状态的特点是：与对称轴线垂直的横截面上任何一个方向都是主方向，在这些方向上的主应力都相等。如胀形工件的中心顶点处即属这种应力状态。

5. 球应力状态 如果三个主应力都相等，则任何三个互相垂直的方向都是主方向，而且所有方向的主应力都相等，即为球应力状态。由于球应力状态所决定的是各向等压或各向等拉，所以这种应力状态不能引起物体形状的变化，只能引起体积的变化和破坏。力学上常将三向等压应力称为静水压力。

6. 平均应力 σ_m 单元体上三个正应力的平均值称作平均应力，用 σ_m 表示。其数值表示应力状态中三向均匀受拉或三向均匀受压成分的大小。平均应力 σ_m 的数值只与该点的受力状态有关，而与坐标系的选取无关，即

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (1-1)$$

(三) 主切应力

在单元体上除主平面不存在切应力外，在其它方向的平面上都有切应力。切应力的极大值作用在与主平面成 45° 的平面上，称为主切应力。显而易见，主切应力作用的平面与一个主平面垂直，与另两个主平面成 45° 夹角。主切应力及其作用平面共有三对，该平面称为主切应力面，如图 1-3 所示。主切应力面上的切应力绝对值最大，可以表示为

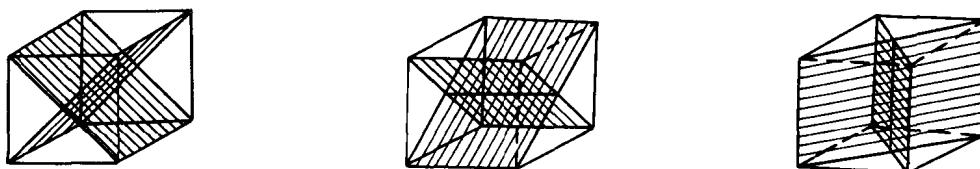


图 1-3 主切应力面及主切应力方向

$$\begin{aligned}\tau_{12} &= \pm \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \\ \tau_{23} &= \pm \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3) \\ \tau_{31} &= \pm \frac{1}{2}(\sigma_3 - \sigma_1)\end{aligned}\quad (1-2)$$

因此，主切应力等于相对应的主应力之差的一半。其中绝对值最大的主切应力称为该点的最大切应力。按前述规定 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ，则最大切应力 τ_{\max} 可表示为

$$\tau_{\max} = \pm \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \quad (1-3)$$

若三个主应力互等，则其差值为零，即不存在主切应力。前面分析的球应力状态中就不存在有切应力。

由式 (1-2) 可知三个主切应力之和等于零

$$\tau_{12} + \tau_{23} + \tau_{31} = 0 \quad (1-4)$$

所以最大切应力应与另两个主切应力的符号相反。在对具体问题进行分析须确定主切应力符号时，需遵守此条件。

从式 (1-2) 还可以看出，当主应力同时增加或减少相等数值时，主切应力数值不变。即是说，在单元体上附加一个三向等拉或三向等压应力状态（即球应力状态），并不改变主切应力的数值。最大切应力的数值对判断变形区的塑性变形是否进入塑性状态有着十分密切的关系。

为了综合反映受力点的应力状态发生变化时的切应力变化趋势，引入等效切应力的概念，等效切应力表示为

$$\tau_i = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (1-5)$$

根据应力状态的类型和应力分量间的关系不同，等效切应力的变化范围为

$$\tau_i = \beta \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \beta \tau_{\max}$$

式中 β —— 系数，变动范围 $\beta = 1 \sim 1.155$ 。

(四) 等效应力

等效应力又称应力强度，它并不是一个真实作用在单元体上的实际应力，而只是用来衡量单元体受载程度的一个指标。单元体在外力作用下是否产生塑性变形，与等效应力的数值直接有关，等效应力 σ_i 的表达式为

对于任意坐标系

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (1-6)$$

对于主轴坐标系

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (1-7)$$

如果是单向应力状态，设 $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ，则从式 (1-7) 很容易得出 $\sigma_i = |\sigma_1|$ ，即等效应力的数值就等于单向应力状态的主应力。

对于三向应力状态，如果 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ，则容易证明等效应力 σ_i 随着应力状态类型不同，其变化范围为

$$\sigma_i = \left(1 \sim \frac{\sqrt{3}}{2}\right) (\sigma_1 - \sigma_3) = (2 \sim 1.732) \tau_{\max} \quad (1-8)$$

等效应力是衡量单元体上各应力分量综合作用的参数，综合地反映了单元体在外力作用下的受力情况。物体在变形过程中，外力可能不断地变化，因此各点的应力状态亦随之不断变化。从物体整体看，加载或卸载是根据外力的增加或减少来确定的。但对变形区的某一点就不能根据外力的变化判断其受力状态，而要根据该点的等效应力 σ_i 的变化来确定。如果在某瞬间 σ_i 是增大的，即 $d\sigma_i > 0$ ，则该点在此一瞬间是加载；反之是卸载。如果单元体上各应力分量的变化没有引起等效应力的变化，即 $d\sigma_i = 0$ ，这种情况称为中性变载。如果在加载过程中，所有应力分量均按同一比例增加，则称为比例加载或简单加载。简单加载时，三个应力主轴的方向是不会改变的。

二、点的应变分析

分析点的应变状态也与分析点的应力状态一样，通过在变形区某点处取单元体，然后研究该单元体的变形。设想从物体变形区某点处取一单元体，在变形过程中，其各质点都离开初始位置产生位移。若单元体内各质点之间没有产生相对位移，则单元体只产生刚性平移或刚性转动，不会产生变形（见图 1-4 中之单元体 a 与 a_1 ）。只有单元体内各质点之间发生相对位移时才产生变形（见图 1-4 中之单元体 c 与 c_1 ）。所以在研究单元体的变形时，只分析其本身的形状和尺寸的变化。

（一）线应变与切应变

单元体发生变形时，其棱边改变了长度，角度也不再为直角，此时产生了两类应变：线应变（伸长与缩短）和切应变（角变形）。线应变表示单位长度的变化量。如图 1-5a 中，表示单元体 $PABC$ 在 xy 坐标平面内的变形。单元体原长为 x_0 的 PA 边，变形后增加了 Δx ，则沿 x 轴方向的伸长应变可以表示为

$$\epsilon_x = \frac{\Delta x}{x_0} \quad (1-9)$$

原长为 y_0 的 PC 边变形后缩短了 Δy ，则沿 y 轴方向的缩短应变为 $\epsilon_y = \Delta y / y_0$ 。线应变变为一无量纲的量，规定伸长时为正值，缩短时为负值。

切应变反映单元体各平面的角度变形，如图 1-5b 中， PA 与 PC 两平面原来互相垂直，产生角变形后

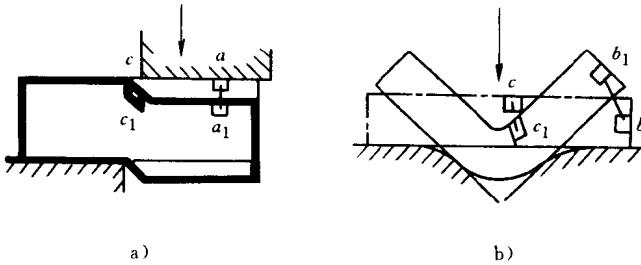


图 1-4 单元体的位移与变形

a) 剪切工序 b) 弯曲工序

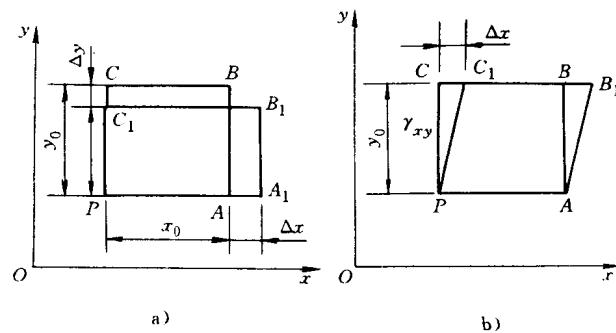


图 1-5 单元体在 xy 坐标平面内的变形

PC 面转至 PC_1 位置，与 PA 的夹角减小了 γ_{xy} 。在小变形条件下，角度变形较小，则在 xy 平面内单元体的切应变可以表示为

$$\gamma_{xy} \approx \operatorname{tg} \gamma_{xy} = \frac{\Delta x}{y_0} \quad (1-10)$$

切应变亦为一无量纲的量。如果切应变使相应的夹角减小，则规定其为正值；如果切应变使相应的夹角增大，则规定其为负值。在 yz 平面和 zx 平面内，单元体的应变也与 xy 平面相类似。因此，产生变形的单元体可有 ϵ_x 、 ϵ_y 、 ϵ_z 、 γ_{xy} 、 γ_{yz} 、 γ_{zx} 六个应变分量，若已知这六个应变分量，就完全可以确定一点的应变状态。

(二) 应变主轴

与点的应力状态一样，一点的应变状态与坐标系的选取无关。虽然在不同的坐标系中六个应变分量会有不同的数值，但仍然有一个统一形式的线性关系使其可以互相换算。在建立坐标系时，总可以选取正交主轴的方向，使该方向的切应变为零。这样的坐标系称为主轴坐标系，对应的坐标轴称为应变主轴，对应的平面称为应变主平面，而对应的应变则称为主应变。在主轴坐标系中，单元体只有三个主应变分量 ϵ_1 、 ϵ_2 和 ϵ_3 ，如果已知应变主轴的方向和主应变的大小，则该点的应变状态就可以完全确定。采用主轴坐标系会使分析研究变形区内一点的应变特征及其分布规律大为简化。在以后的分析中可以看到，在一定的条件下，应力主轴与应变主轴是重合的。

(三) 主切应变与最大切应变

在应力分析中，曾建立了主切应力和最大切应力与主应力的关系式。力是产生变形的原因，在单元体中由于主切应力和最大切应力的存在，也必然对应有主切应变和最大切应变。主切应变作用在平分主平面间夹角的平面上并达到极值，可以表示为

$$\begin{aligned}\gamma_{12} &= \pm \frac{1}{2}(\epsilon_1 - \epsilon_2) \\ \gamma_{23} &= \pm \frac{1}{2}(\epsilon_2 - \epsilon_3) \\ \gamma_{31} &= \pm \frac{1}{2}(\epsilon_3 - \epsilon_1)\end{aligned} \quad (1-11)$$

主切应变等于相对应的主应变之差的一半。其中绝对值最大的主切应变称为最大切应变，如果 $\epsilon_1 > \epsilon_2 > \epsilon_3$ ，则

$$\gamma_{\max} = \pm \frac{1}{2}(\epsilon_1 - \epsilon_3) \quad (1-12)$$

(四) 塑性体积不变条件

1. 体积不变条件 金属塑性变形的结果，物体主要发生形状的改变，而体积的变化很微小，一般可以忽略不计，即认为

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = 0 \quad (1-13)$$

这就是塑性体积不变条件，它反映了塑性变形三个应变值之间的关系。

2. 真实应变 冲压塑性成形通常属于大变形问题，物体塑性变形是一个逐渐积累的结果。在这种情况下，要反映真实的应变，就只能取变形过程中的某一微小时间间隔 Δt 内的变形来考察。例如在 Δt 时间内，变形体上某条线段长度增长了 dl ，其应变值也会有一个增量 $d\epsilon$ ，则有 $d\epsilon = dl/l$ 。应变增量的主轴与应力主轴总是重合的。如果为简单加载方式，则应力和

应变增量的主轴方向不会发生变化，而且与全量应变主轴的方向重合。通过对应变增量 $d\epsilon$ 积分，就可求得线段从 l_0 变为 l 的整个变形过程的应变值。

$$\epsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0} \quad (1-14)$$

这样求得的应变真实地反映了变形的积累过程，故称为真实应变，或称为对数应变。以符号 ϵ 表示以区别应变 ϵ 。

设有边长为 l_0 、 b_0 、 t_0 的立方体，经均匀变形后边长尺寸变为 l 、 b 、 t ，如图 1-6 所示。按变形前后体积不变，则有

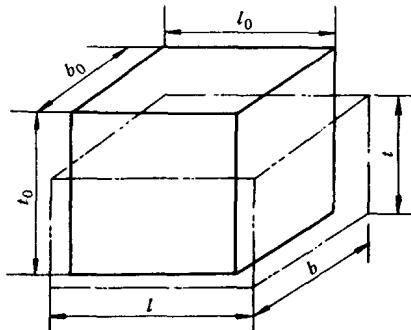


图 1-6 体积不变条件

$$V = l_0 \times b_0 \times t_0 = l \times b \times t$$

由此得

$$\frac{l}{l_0} \times \frac{b}{b_0} \times \frac{t}{t_0} = 1$$

两端取对数

$$\ln \frac{l}{l_0} + \ln \frac{b}{b_0} + \ln \frac{t}{t_0} = 0 \quad (1-15)$$

结果有

$$\epsilon_l + \epsilon_b + \epsilon_t = 0 \quad (1-16)$$

结果说明体积不变条件也适用于真实应变。在大塑性变形时，三个互相垂直方向上的真实应变的代数和等于零，其中一个绝对值最大的真实应变符号应与另两个真实应变的符号相反。

真实应变 ϵ 与应变 ϵ 之间存在一定的关系。应变 ϵ 是以尺寸增量与原始尺寸之比来表示变形，由式 (1-9)、式 (1-14) 可得真实应变 ϵ 与应变 ϵ 的关系为

$$\epsilon = \ln \frac{l}{l_0} = \ln \frac{l_0 + \Delta l}{l_0} = \ln \left(1 + \frac{\Delta l}{l_0} \right) = \ln (1 + \epsilon) \quad (1-17)$$

真实应变反映了物体变形的实际情况，在大塑性变形问题中，只有用真实应变才能得出合理的结果。但从式 (1-17) 可知，当变形程度很小时， ϵ 近似等于 ϵ ，可以认为 $\epsilon = \epsilon$ 。在工程计算上除了要求精度较高时采用真实应变外，也常采用应变 ϵ 计算。

(五) 等效应变

金属塑性变形时，在复杂应力状态下的受力程度用等效应力 σ_i 表示。与之对应，需要有一个在这种情况下表示变形程度的应变，该应变称作等效应变或应变强度。等效应变 ϵ_i 也不是实际的应变，只是用来衡量外力综合作用下变形程度的参数，可表示为：

对任意坐标系

$$\epsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_y - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_z - \epsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2)} \quad (1-18)$$

对主轴坐标系

$$\epsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2} \quad (1-19)$$

引入等效应力和等效应变概念的目的，是为了能综合衡量复杂应力状态下的受力情况和变形情况，并与单向应力状态建立联系。研究表明，用等效应力和等效应变建立的应力—应变曲线与单向应力状态下的应力—应变曲线等效。因此，可用简单的应力—应变关系，