

结构的屈曲

Buckling of Structures

陈铁云 沈惠中 编著

上海科学技术文献出版社

375244

结 构 的 屈 曲

陈铁云 著
沈惠申

上海科学技术文献出版社

(沪)新登字301号

结构的屈曲

陈铁云 沈惠申 著

*

上海科学技术文献出版社出版发行
(上海市武康路2号 邮政编码200031)

全国新华书店经销

上海科技文献出版社昆山联营厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 印张 9.75 字数 271,000

1993年12月第1版 1993年12月第1次印刷

印数：1—720

ISBN 7-5439-0194-3/O·080

定 价：18.00 元

《科技新书目》290-297



作者简介

陈铁云教授 1941 年及 1951 年先后毕业于上海交通大学与美国密执安大学。回国后先后任大连工学院与上海交通大学教授, 及首批博士生导师。在国际上兼任国际船舶结构议会(ISSC)技术委员会委员、国际近海与极区会议(ISOPE)技术委员会委员。从事船舶与海洋工程结构的教学与科研的 40 余年中, 曾先后获国家科技进步一等奖、二等奖、三等奖, 有船舶结构力学、海洋工程、结构力学等方面 7 本专著, 并有一本获国家教委优秀教材奖。同是英国国际性专业期刊《船舶结构》、《工程结构》编委。曾应聘担任美国加州大学(圣巴巴拉)客座教授。

Tie-Yun CHEN is Professor of the Department of Naval Architecture and Ocean Engineering at Shanghai Jiao Tong University. He was graduated from Shanghai Jiao Tong University and the University of Michigan in 1941 and 1951, respectively. After return back to China, he became Professor at Dalian Institute of Technology and Shanghai Jiao Tong University. Besides being an Associate Editor for Applied Mechanics Reviews, he is on the international editorial boards of Marine Structures and Engineering Structures. He is a member of Technical Committee of ISSC and ISOPE. He works in the field of ship and offshore structural mechanics for more than 40 years and has published extensively in this area. He is the author of seven books. He won the 1st, 2nd and 3rd National Science and Technology Award three times. He was also invited by the University of California, Santa Barbara as a Visiting Professor and gave a course for the graduate students.



作者简介

沈惠申 应用力学教授。1970 年毕业于清华大学工程力学数学系。1982 年于上海交通大学工程力学系获硕士学位；1986 年于上海交通大学船舶及海洋工程系获博士学位。1991~1992 年间应邀在英国威尔士大学(加的夫)和利物浦大学作访问研究员。1992 年 12 月起在上海交通大学土木工程系任教授。多年从事结构非线性分析研究，特别在板壳结构后屈曲、热后屈曲研究领域中取得系统的创新成果。已在国内外一流学术杂志上发表论文 30 余篇。

Hui-Shen SHEN is Professor of the Department of Civil Engineering at Shanghai Jiao Tong University. He was graduated from Tsinghua University in 1970, and received a MSc degree in Solid Mechanics and a Ph D degree in Structural Mechanics from Shanghai Jiao Tong University in 1982 and 1986, respectively. 1991~1992 he was invited as a Visiting Research Fellow at the University of Wales (Cardiff) and the University of Liverpool in the United Kingdom. He became Professor of Applied Mechanics at Shanghai Jiao Tong University at the end of 1992. His research interests include stability theory and, in general, non-linear response of structures. He has published over 30 Journal papers dealing primarily with postbuckling and thermal postbuckling response of isotropic and anisotropic, perfect and imperfect, stiffened and unstiffened, thin and moderately thick plate and shell structures.

序　　言

在固体力学范畴中，没有一个领域是象结构屈曲这样的历史性多变领域，至今关于它的机理尚在不断探索以求完善之中。尽管，大部分的结构屈曲问题还是得到了比较完善的解决，但可以说它既是一个古老而经典又是近代的疑难领域。

结构的屈曲问题早在 18 世纪中期就由 Euler (1744) 与 Lagrange(1770) 等提出来了，但仅局限于线性问题。由于当时主要建筑物为土、木结构，因此结构稳定性问题并未引起足够重视。本世纪以来随着钢材与高强度钢以及板壳结构在桥梁、航空、航天、造船、近海平台、海底管道、高层建筑等方面的广泛使用，而经典的线性理论又不能说明板壳结构屈曲理论计算结果与实验数据之间的差异。30 年代以来，几何非线性与物理非线性屈曲理论得到了蓬勃发展，以解决理论计算值与实验数据之间的差异。Flügge 与 Donnell 计及圆柱薄壳初始缺陷的非线性理论及以后提出的极值性的后屈曲图形。Karman 与钱学森的后屈曲分析的非线性跳跃理论，指出了载荷-挠度的非线性关系在薄壳屈曲理论中的重要作用。Koiter 提出著名的初始后屈曲理论，把实际结构的初始缺陷敏感度与理想完善结构的初始后屈曲性态联系起来，但这理论仅适用于变形很小的初始后屈曲阶段。于是上述一些理论只适用于足够长的薄柱壳，也就是不计其边界效应，认为前屈曲状态可以足够精确地用一个线性薄膜理论来描述。60 年代初，Stein 抛弃了前屈曲状态的无力矩假设，提出了非线性前屈曲一致理论，探讨了壳体非线性前屈曲行为及其对屈曲方程和临界压力的影响。但此理论所考虑的薄壳结构是“完善结构”。近代 Tielemann 等和 Yamaki 的实验所表现的后屈曲图景既不同于非线性大挠度理论，更不同于 Koiter 理论和 Stein 理论所得的计算值。轴压柱

壳理论值与实验值之间的巨大差异不仅表现在屈曲载荷的降低，还在于实验观察到的周向波数要比理论预计值低，有时甚至低得很多。以往绝大多数研究者有意或无意地回避了这一特点。非线性大挠度理论，初始后屈曲理论、非线性前屈曲一致理论都难解释这一现象。

事实上，圆柱薄壳的非线性前屈曲行为是与边界支承条件相关的，并且仅仅在支承边缘附近那一部分柱壳才受到边界转动约束的影响。正如 Flügge 所指出，端部条件的影响仅延伸到与 \sqrt{Rt} 相近的距离。为此，笔者认为在圆柱薄壳屈曲问题中，非线性前屈曲行为仅在支承边界附近很窄的一个薄层内起主要作用。这一薄层称之为边界层，其宽度为 \sqrt{Rt} 的量级。在这很薄的边界层区域中弯矩和挠度的变化很剧烈，而在壳体边界层的“外部区域”非线性前屈曲的影响可以忽略。这与流体力学中的边界层概念有些类似。我们在近代弹性稳定性理论三大分支的成就与不足的基础上，首次提出了圆柱薄壳屈曲的边界层理论，并兼顾了前屈曲的非线性效应、后屈曲跳跃和初始缺陷的影响。将 Karman-Donnell 大挠度方程化为边界层型方程，以挠度为摄动参数，采用奇异摄动法研究了圆柱薄壳在各种载荷作用下的屈曲和后屈曲行为，得到了一些高阶渐近解的创新结果。所采用的分析方法具有普遍意义，对解决板壳结构的屈曲问题提供了新的有力门径。在实际结构的稳定性计算方面大大地迈进了一步。

鉴于 Karman-钱学森、Koiter、Stein 等的开创性工作，极大地丰富了近代弹性稳定性理论的内容，并为创造新理论提供了良好的基础。为此，本书将系统地介绍这些理论的实质。

随着海洋石油和天然气的大量开发，近 30 年来海底管道的屈曲传播问题亦受到工程师的极大关注。本书亦将介绍海底管道屈曲传递的机理，包括屈曲传播发生的条件、传播的形式、传播的速度以及止屈措施等。

本书共分七章，立足于近代屈曲理论的新发展，阐明结构稳定性的机理，以能量法、摄动法、有限元法为主要工具介绍屈曲和后

屈曲行为,弹性屈曲、非弹性屈曲的近代理论与动态。并以最新科研成果启发读者开阔思路,进行新的探索,把读者领进本学科的前沿阵地,为进行结构屈曲的研究与应用提供广阔的前景。

在本书的编著过程中得到我校林忠钦博士的大力协助,其中有关海底管道屈曲传播和圆环的非弹性屈曲更是出自他的手笔。特此表示感谢。

陈铁云 沈惠申

一九九三年仲夏

目 录

序 言

第一章 稳定性的基本概念	1
1.1 引言	1
1.2 弹性稳定性与多稳态	1
1.3 屈曲和后屈曲	4
1.4 稳定性准则	6
1.5 稳定性分析方法	8
1.6 近代弹性稳定理论	20
第二章 杆件的屈曲	24
2.1 引言	24
2.2 基本方程	25
2.3 压杆分析	27
2.4 用 Галёркин 法求压杆临界载荷	31
2.5 用有限元法求压杆临界载荷	33
2.6 相邻平衡	41
2.7 有初始缺陷的压杆	43
2.8 边界条件的影响	45
2.9 刚架的屈曲	49
2.10 用有限元法求刚架的临界载荷	51
2.11 梁的侧向屈曲	55
2.12 压杆后屈曲摄动分析	60
第三章 平板的屈曲	65
3.1 引言	65
3.2 基本方程	65

3.3 非线性平衡方程	70
3.4 线性稳定性方程	76
3.5 单向压缩简支矩形板的屈曲载荷	79
3.6 用能量法计算单向压缩四边固支矩形板的临界载荷	82
3.7 用 Галёркин 法计算受剪板的临界载荷	84
3.8 用有限元法计算薄板临界载荷	86
3.9 圆板的屈曲	94
3.10 板的非线性分析	97
第四章 圆环的屈曲	111
4.1 引言	111
4.2 基本方程	111
4.3 圆环受流体压力的非线性平衡方程	115
4.4 线性稳定性方程	118
4.5 流体压力作用下圆环的稳定性	120
4.6 弹性基础上的圆环	121
4.7 向心压力载荷	122
4.8 Donnell 简化	124
第五章 圆柱薄壳的屈曲	127
5.1 引言	127
5.2 非线性稳定性方程	129
5.3 线性稳定性方程	134
5.4 小挠度经典解	137
5.5 加筋封闭圆柱壳的总体稳定性	152
5.6 非线性大挠度理论	157
5.7 非线性前屈曲一致理论(Stein 理论)	167
5.8 初始后屈曲理论(Koiter 理论)	174
5.9 薄壳屈曲的边界层理论	187

第六章 球壳和锥壳的屈曲	215
6.1 引言	215
6.2 一般壳体非线性稳定方程	215
6.3 均匀外压力作用下扁球壳的屈曲	217
6.4 外压扁球壳缺陷敏感度分析	220
6.5 锥壳稳定性	221
第七章 结构的非弹性屈曲	226
7.1 引言	226
7.2 压杆的非弹性屈曲	226
7.3 板的非弹性屈曲	229
7.4 圆柱壳在静水外压作用下的非弹性屈曲	251
7.5 圆环的非弹性屈曲	255
7.6 海底管道的屈曲及屈曲传播	265
参考文献	

CONTENTS

Chapter 1. Fundamental Stability Concepts.....	1
1.1 Introduction	1
1.2 Elastic Stability and Multi-mode Buckling	1
1.3 Buckling and Postbuckling Behavior.....	4
1.4 Stability Criterion	6
1.5 Analytical Methods.....	8
1.6 Survey of Stability Theory	20
Chapter 2. Buckling of Columns	24
2.1 Introduction	21
2.2 Basic Equations.....	25
2.3 Euler Column Analysis	27
2.4 Calculation of the Buckling Load of Columns by the Galerkin Method	31
2.5 Calculation of the Buckling Load of Columns by the Finite Element Method.....	33
2.6 Adjacent Equilibrium	41
2.7 The Behavior of Imperfect Columns.....	43
2.8 Influence of Boundary Conditions.....	45
2.9 Buckling of Frames.....	49
2.10 Calculation of the Buckling Load of Frames by the Finite Element Method.....	51
2.11 Lateral Buckling of Beams.....	55
2.12 Postbuckling Analysis of Columns by the Perturbation Method.....	60

Chapter 3. Buckling of Plates	65
3.1 Introduction	65
3.2 Basic Equations.....	65
3.3 Non-linear Equilibrium Equations.....	70
3.4 Linear Stability Equations	76
3.5 Buckling of Simply Supported Rectangular Plates under uniaxial Compression.....	79
3.6 Buckling Analysis of Clamped Plates by the Energy Method.....	82
3.7 Shear Buckling Analysis of Plates by the Galerkin Method	84
3.8 Calculation of the Buckling Load of Plates by the Finite Element Method	86
3.9 Buckling of Circular Plates	94
3.10 Postbuckling Analysis of Uniaxially Compressed Rectangular Plates.....	97
Chapter 4. Buckling of Circular Rings	111
4.1 Introduction.....	111
4.2 Basic Equations	111
4.3 Non-linear Equilibrium Equations for Fluid-Pressure Loading	113
4.4 Linear Stability Equations	118
4.5 Solution for Fluid-Pressure Loading.....	120
4.6 Ring on an Elastic Foundation	122
4.7 The Donnell Approximations.....	124
Chapter 5. Buckling of Circular Cylindrical Shells	127
5.1 Introduction.....	127

5.2	Non-linear Finite Deflection Equations.....	129
5.3	Linear Stability Equations	134
5.4	Classical Solutions.....	137
5.5	General Stability of Stiffened Cylindrical Shells.....	152
5.6	Non-linear Large Deflection Theory	157
5.7	Non-linear Prebuckling Consistent Theory	167
5.8	Initial Postbuckling Theory.....	174
5.9	Boundary Layer Theory of Shell Buckling	187
Chapter 6. Buckling of Spherical and Conical Shells		
	215
6.1	Introduction.....	215
6.2	Non-linear Finite Deflection Equations.....	215
6.3	Buckling of Pressurized Shallow Spherical Shells.....	217
6.4	Imperfection-Sensitivity of Pressurized Shallow Spherical Shells	220
6.5	Buckling of Thin Conical Shells.....	221
Chapter 7. Inelastic Buckling of Structures		226
7.1	Introduction.....	226
7.2	Inelastic Buckling of Columns.....	226
7.3	Inelastic Buckling of Plates.....	229
7.4	Inelastic Buckling of Cylindrical Shells under Hydrostatic Pressure	251
7.5	Inelastic Buckling of Circular Rings.....	255
7.6	Buckling Propagation in Marine Pipelines.....	265
REFERENCES		

第一章 稳定性的基本概念

1.1 引言

当结构所受载荷达到某一值时,若增加一微小的增量,则结构的平衡位形(configuration)将发生很大的改变,这种情况叫做结构失稳或屈曲,相应的载荷称为屈曲载荷或临界载荷。一般说来,结构失稳后的承载能力有时可增加,有时则减小,这与载荷种类、结构的几何特征等因素有关。

近代结构稳定性理论集中研究结构的屈曲形式(分支型屈曲或极值型屈曲)、屈曲模态、后屈曲平衡路径。因此这些概念在结构屈曲近代论述中居有重要位置。

此外,重要的一点是,我们需要建立一个稳定性的判别准则,并利用现有的数学手段建立起各种稳定性分析的有效方法。

1.2 弹性稳定性与多稳态

任何物体的平衡状态可能具有三种形式:稳定平衡状态、不稳定平衡状态和随遇平衡状态。

设物体在具有平衡位置附近作无限小偏离后,如果物体仍能回复到它原来的平衡位置,则这种平衡状态称为稳定平衡;如果物体在微小偏离其平衡位置后,不能再回复到它原来的位置,反而继续偏离下去,则这种状态称为不稳定平衡状态。随遇平衡状态则往往是从稳定平衡状态向不稳定平衡状态过渡的一种中间状态或称临界状态。

通常,可用钢球在不同位置的平衡来说明稳定性概念,图 1.1 为一正负双曲抛物面,小球在 A、B、C 的任何一点上都是平衡的。

在 AB 之间范围内，平衡是稳定的，而在 BC 之间是不稳定的。在稳定与不稳定的过渡点 B ，小球处于随遇平衡状态。

这种关于钢球平衡的稳定性概念，也完全适用于弹性体系，区别仅在于图 1.1 所示小球的稳定性只与所在曲面的形状有关，而弹性体系的稳定性则还与作用载荷大小有关。

一个弹性系统的平衡是否稳定，主要取决于系统的几何位形、约束条件、弹性力作用情况以及外载荷施加方式。同一构件，由于几何约束条件改变或载荷方式改变，承载的稳度也就不一样。

对于轴向受压直杆存在一临界力 P_{cr} ，当压力 $P < P_{cr}$ 时，直线平衡形式为稳定的；当 $P > P_{cr}$ 时，直线平衡形式为不稳定的，压杆一旦受到干扰便将趋向于弯曲平衡形式。当 $P = P_{cr}$ 时，这个点称为平衡的“分支点”，此时的载荷称为临界载荷。见图 1.2。需要指出，将分支点说成是平衡由稳定转为不稳定的临界点是不妥的。因为直杆失稳后的形态沿图 1.2(b) 中的 AB 曲线进行时， P 的微小增长便导致 δ 的显著增长。但弯曲平衡却为稳定的。从理论上讲， AB 曲线在分支点的切线是水平的，这样的分支点是不定平衡点。

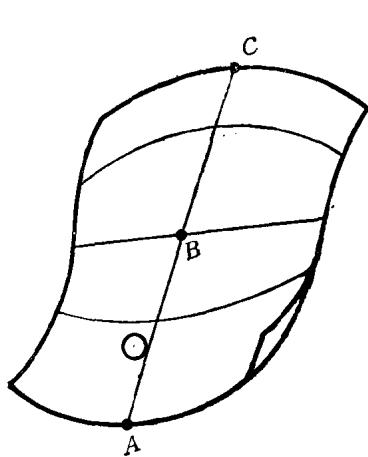


图 1.1

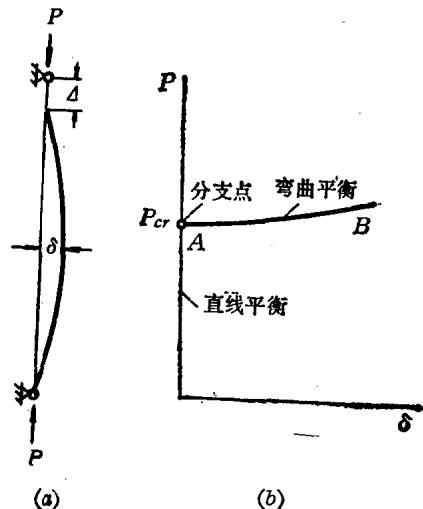


图 1.2

一个弹性系统承载超过平衡分支点后可能出现多种多样的平衡形式，但其中有的是不稳定的。现在我们来考察熟知的 Euler 压杆理论。由 Euler 解求得的临界力是多值的，它与杆屈曲的波形有关。令 n 表示失稳弯曲的半波数，则临界力为 $n^2 P_{cr}$ ，其中 P_{cr} 为最低的临界力 ($n=1$ ，两端铰支)。在图 1.3 中， P_{cr1} 表示对应于一个半波平衡的分支点载荷， P_{cr2} 表示对应于两个半波平衡的分支点载荷。事实上仅有一个半波平衡是稳定的。在少数特殊情况下，当出现载荷 $P > P_{cr1}$ 时，因平衡的不稳定，可能发生跳跃失稳，由图 1.3 中的 A 点跳跃到 B 点，整个系统的势能由高位跳到低位，这对工程结构来说是危险状态。

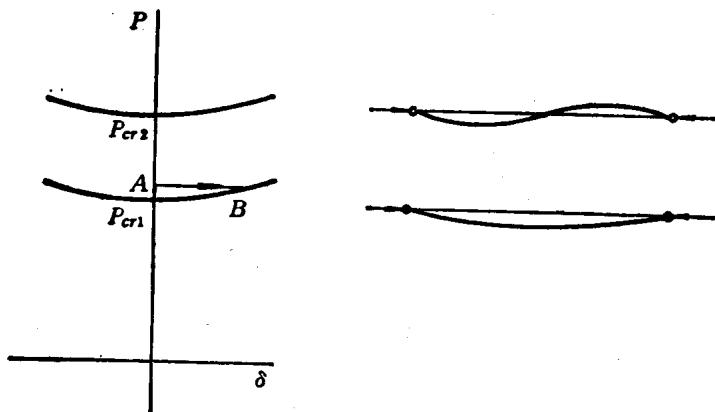


图 1.3

弹性系统的稳定性是相对的和有条件的。在约束不变的情况下，当系统受到有限扰动时它可能从一个稳态跳到另一个相对的稳态，这时系统的平衡属于多稳态。如稳态仅是单一的，则系统的平衡属于单稳态。

单稳态一般要求在平衡点不但是势能的极小点，而且在有限扰动区内也是势能最小点。多稳态就不是这样，在有限扰动区内，可以从一个局部势能极小点越过极大点到达另一个极小点，如图 1.4(b)(c)，而且如图 1.4(c)所示，在 II 稳态位置，系统势能应为局部极小值，但和 I 位相比，却不是有限扰动区的最小值。