

第 2 篇 电 气 物 理

主 编	関 口 忠 (東 京 大 学)
执 笔 者	岡 部 洋 一 (東 京 大 学)
	桂 井 誠 (東 京 大 学)
	神 谷 武 志 (東 京 大 学)
	齊 藤 正 男 (東 京 大 学)
	菅 野 卓 雄 (東 京 大 学)
	関 口 忠 (東 京 大 学)
	近 角 聰 信 (東 京 大 学)
	塚 本 修 巳 (横 浜 国 立 大 学)
	中 村 輝 太 郎 (東 京 大 学)
	野 上 耀 三 (東 京 大 学)
	林 友 直 (東 京 大 学)

译 者	杨 伏 明 唐 棣 生
校 者	陈 佳 圭

目 录

第1章 静电场	2-1	8.3 固体中的电导现象	2-41
1.1 电荷、电场和电位	2-1	第9章 磁性体	2-54
1.2 导体和电容	2-3	9.1 磁矩和磁极化	2-54
1.3 电介质内的静电场	2-6	9.2 磁场及其产生方法	2-55
1.4 静电场的特殊解法	2-7	9.3 各种磁性体	2-56
第2章 电流	2-10	9.4 磁晶各向异性和磁致伸缩	2-58
2.1 电流的种类	2-10	9.5 磁畴与畴壁	2-59
2.2 电阻和电动势	2-11	9.6 磁化机构	2-59
第3章 静磁场	2-13	9.7 磁化的伴随现象	2-60
3.1 磁通密度 B	2-13	第10章 超导	2-61
3.2 磁性体(I)电流模型	2-15	10.1 超导体的性质	2-61
3.3 磁性体(II)磁极模型	2-16	10.2 超导磁体	2-64
3.4 磁性体的性质	2-18	10.3 超导的应用	2-65
第4章 电磁感应	2-20	第11章 电介质	2-66
4.1 电磁感应	2-20	11.1 电介质极化	2-66
4.2 互感	2-22	11.2 电介质内的电场	2-66
4.3 自感	2-24	11.3 自发极化	2-67
第5章 电磁场	2-26	11.4 介电常数、电极化率、原子极化率	2-67
5.1 真空中的电磁场	2-26	11.5 产生介质极化的原因	2-68
5.2 物质中的电磁场	2-27	11.6 LST关系式	2-69
5.3 电磁辐射	2-29	11.7 克拉马斯-克略尼格关系式	2-70
第6章 狭义相对论原理和变换关系	2-31	11.8 介质损耗	2-70
6.1 闵可夫斯基的四维空间	2-31	11.9 起伏耗散定理	2-70
6.2 四维空间的麦克斯韦方程式	2-32	11.10 热电性	2-70
第7章 量子力学	2-33	11.11 压电性	2-71
7.1 量子力学的基本原理	2-33	11.12 铁电体	2-71
7.2 量子力学的表象	2-34	第12章 物质与电磁波	2-74
7.3 运动方程式	2-35	12.1 电磁波的传播与吸收	2-74
7.4 空间表示的量子力学(波函数)	2-36	12.2 电磁波的辐射(发光)	2-76
7.5 对称性与守恒律	2-37	12.3 电磁波的散射	2-76
7.6 全同粒子系的量子力学	2-39	12.4 外场感生效应与非线性光学效应	2-77
7.7 微扰论	2-40	12.5 光电效应	2-78
第8章 各种物质中的电导现象	2-41	第13章 电子的运动与电子光学	2-78
8.1 气体中的电导现象	2-41	13.1 洛仑兹运动方程	2-78
8.2 液体中的电导现象	2-41	13.2 对称静电场中的旁轴轨迹	2-80
		13.3 透镜系统各种特性的求法	2-82

IV

13.4	轴对称电子透镜.....	2-83	14.7	非线性现象与反常输运现象	2-100
13.5	像差.....	2-85	14.8	等离子体的测量方法	2-101
13.6	强聚焦透镜.....	2-86	第15章	原子核	2-101
13.7	电磁镜.....	2-89	15.1	原子核结构	2-101
13.8	电磁棱镜.....	2-89	15.2	原子核的衰变	2-103
第14章	等离子体、磁流体	2-92	15.3	原子核反应	2-106
14.1	序论.....	2-92	第16章	生物体的电现象	2-107
14.2	带电粒子的漂移运动.....	2-94	16.1	生物体的物理性质	2-107
14.3	输运现象.....	2-95	16.2	细胞的电现象	2-108
14.4	简化的磁流体方程.....	2-97	16.3	生物的电现象	2-110
14.5	等离子体中的振动与波动.....	2-98	16.4	电对生物体的作用	2-111
14.6	等离子体的不稳定性	2-100	参考文献		2-112

第1章 静 电 场

1.1 电荷、电场和电位

1.1.1 电荷 就电荷而言,有正电荷和负电荷两种。正电荷的源是质子,负电荷的源是电子。让物质带有电荷叫做带电。带电的物体叫做带电体。在通常的物体中,一般情形下总是正负电荷互相等量存在而处于中和状态,但是当物体某处的电子被移到其它物体或别处时,该处便带正电;相反,当电子从别处移到它的某处来聚集时,那里便带负电。

1.1.2 库仑定律 在真空中静止的两个点电荷 Q_1, Q_2 (C) 相距为 r_{12} (m) 时,则在两者之间作用着一个由下式表示的静电力。用这个公式所表示的定律叫做库仑定律。

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^2} \begin{cases} F \text{ 为正时是斥力} \\ F \text{ 为负时是引力} \end{cases} \quad (\text{N}) \quad (1)$$

库仑力满足叠加原理,即一般在点电荷 $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$ 存在的系统中,当在点 P 放一点电荷 Q 时,则有如下式所示的力作用于 Q (图 1)。

$$\begin{aligned} F &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_i}{r_i^2} \left(\frac{r_i}{r_i} \right) \\ &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_i r_i}{r_i^3} \end{aligned} \quad (2)$$

式中,矢量 r_i 是以点电荷 Q_i 作为基准的点 P 的位置矢量。从库仑定律可以导出电位的存在和高斯定理。

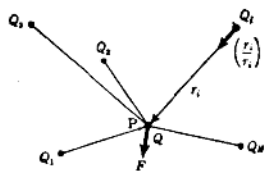


图 1

1.1.3 点电荷的静电场和电位 设在某处放置一点电荷 Q, 如果有一个用

$$F = QE \quad (3)$$

所表示的力 F 作用于它,那么那里就有电场 E 存在。 E 的绝对值叫做电场强度。不过这里只考虑其它电荷不被 Q 所扰乱的情况。

在图 1 所示的系统中,在位置 P (P 不在点电荷 $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$ 所在的位置) 上的电场由下式表示:

$$E = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i r_i}{r_i^3} \quad (4)$$

因为库仑力是中心力,自然它也是守恒力。所以静电场具有电位。即电场 E 可以用标函数 V 表示:

$$E = -\text{grad} V \quad (5)$$

V 叫做电位。通常把无穷远处选为电位的基准 ($V = 0$)。假设点 P 和点 Q 的电位分别为 V_P 和 V_Q , 则点 Q 对点 P 的相对电位 $V_{QP} = V_Q - V_P$, 叫做电位差,根据式 (5), 电位差可用

$$V_{QP} = V_Q - V_P = - \int_P^Q E \cdot ds \quad (6)$$

表示。这相当于把单位正电荷从点 P 移动到点 Q 所做的功。

在前节所述的系统中,点 P 的电位可用

$$V = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{r_i} \quad (7)$$

表示。

电位相等的面叫做等电位面。电场 E 的方向与等电位面垂直。

1.1.4 电力线与高斯定理 在存在着电场 E (E_x, E_y, E_z) 的空间,假想有某种线,当线上任意一点的切线总是和在那一点的 E 的方向一致时,这种线叫做电力线。电力线和等电位面正交,它可从下式求出

$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z} \left(= \frac{ds}{E} \right) \quad (8)$$

式中, E 是由 $E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$ 给出的 电场强度; s 是沿力线测得的距离; ds 是力线的微小线段。

在画电力线时,若将电力线的密度(每单位面积中所画的根数)画成与该处的电场强度成正比,则有助于了解空间里的电场分布情形。

高斯定理 假设由任意闭合曲面 S 所包围的区域 v 内的总电荷为 Q_v , 从式(4)可以导出下面的高斯定理(图2):

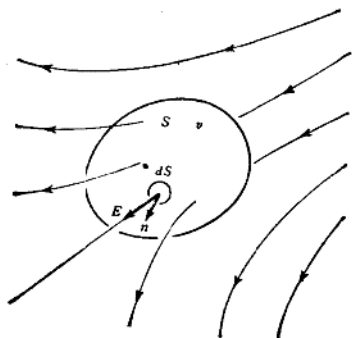


图 2

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS = \frac{Q_v}{\epsilon_0} \quad (\mathbf{n} \text{ 是面 } S \text{ 上的法线矢量}) \quad (9)$$

如果像上面所说的那样画出电力线,则从闭合曲面 S 出来的电力线的总数与存在于内部的总电量成正比。

作为一个特例,在不存在电荷的空间,电力线是连续的,既不会增加,也不会减少。

1.1.5 偶极子 所谓电偶极子是指正负两个等量的电荷互相接近而存在的情形,假设电荷为 $\pm Q$, 从负电荷指向正电荷的距离矢量为 d , 则电偶极矩 p 由下式定义:

$$p \equiv Qd \quad (10)$$

若采用图3中所表示的由 r, θ 所组成的球坐标,则由电偶极子所产生的电位 V 和电场 E 可用下

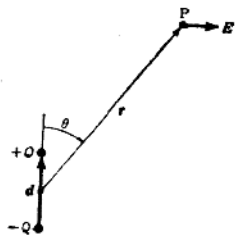


图 3

式表示:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{r^3} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos \theta}{r^2} \quad (11)$$

$$\mathbf{E} = \begin{cases} E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{p}{2\pi\epsilon_0} \frac{\cos \theta}{r^3} \\ E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin \theta}{r^3} \end{cases} \quad (12)$$

1.1.6 连续分布电荷和宏观电磁学 当许多点电荷分布在空间时,将某一点 r 周围单位体积内的电量,叫做该点的电荷密度,以 $\rho(r)$ 表示。在这种情形下由式(4)所求得电场(设为 e)是在点电荷之间的间隙内的微观空间所定义的,称为微观电场。但是,通常实际研究对象的空间与之相比要大得多,所以在某点的电场 E 是由在该点周围的 e 的平均值 $\langle e \rangle$ 所定义的,这叫做宏观电场(通常简称电场)。

$$\mathbf{E} = \langle \mathbf{e} \rangle \quad \text{宏观空间平均} \quad (13)$$

当给定电荷分布 $\rho(r)$ 时,对于(宏观)电场 E 和电位 V 来说,有下面的关系式:

$$\mathbf{E} = -\text{grad} V \quad (14)$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (15)$$

$$\text{div } \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0 \quad (16)$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dv \quad (17)$$

在普通的电磁学中讨论的电场(或磁场等)都是由式(13)定义的宏观平均值,但在讨论原子分子尺度的现象时要用微观电场 e 。

从式(14)、(16)可以导出下面的泊松方程式:

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \left(\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \quad (18)$$

作为一个特别的情形,在 $\rho = 0$ 的空间,可以导出下面的拉普拉斯方程式,电位 V 由简谐函数表示:

$$\nabla^2 V = 0 \quad (19)$$

作为式(18)的特解,有如下的形式:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(r')}{R} dv' \quad (20)$$

式中, $R \equiv |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ 。

电荷密度分布 $\rho(r)$ 和边界条件(后述)被设定之后,静电场可以从泊松方程唯一地确定(解的唯一

一性)。

在 MKSA、SI 单位制中, 电荷的单位为库仑, 符号用 C; 电位的单位为伏特, 符号用 V; 电场的单位为伏/米, 符号用 V/m。

1.1.7 电场的能量 将位于无限远处彼此孤立的多个点电荷 Q_i , 克服相互之间的库仑力而移到空间之内时, 对它们所要做的功叫做电场的能量, 用下式表示:

$$W_e = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{j-1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i Q_j}{r_{ij}} \quad (21)$$

设有许多点电荷, 其分布为 $\rho(\mathbf{r})$, 由它们所产生的(宏观)电场为 $\mathbf{E}$, 电位为 V , 则上述电场能量 W_e , 可用下式表示:

$$W_e = \int_V \frac{1}{2} \rho V dV \quad (22)$$

$$= \int_V \frac{\epsilon_0}{2} E^2 dV \quad (23)$$

在存在着电场 $\mathbf{E}$ 的空间(真空)中, 每单位体积内所贮存的电场的能量为

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \quad (24)$$

1.1.8 麦克斯韦应力张量 当给定电荷密度分布 $\rho(\mathbf{r})$ 时, 每单位体积中的作用力密度 $\mathbf{f}_v$ 由

$$\mathbf{f}_v = \rho \mathbf{E} \quad (25)$$

表示。在这里如果让 $i, j = 1, 2, 3$ 与 x, y, z 相对应, 定义一个张量:

$$T_{ij} = \epsilon_0 E_i E_j - \frac{\epsilon_0}{2} \delta_{ij} E^2 \quad (26)$$

那么, 可以得到下式

$$(\mathbf{f}_v)_i = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (27)$$

式(26)的张量叫做麦克斯韦应力张量。现在, 如果将电场的方向(即电力线的方向)和与之垂直的另两个方向代替 x, y, z 取作新的坐标系, 则式(26)的 T_{ij} 经过主轴变换, 可用下面的对角矩阵表示出来,

$$\begin{bmatrix} -\frac{\epsilon_0}{2} E^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\epsilon_0}{2} E^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \end{bmatrix} \quad (28)$$

如果从物理上解释, 则可以把电力线看成是在平行方向传递 $\frac{\epsilon_0}{2} E^2$ 的张力, 在垂直方向传递 $\frac{\epsilon_0}{2} E^2$ 的压力的媒质(邻近作用论)。

1.2 导体系统和电容

1.2.1 导体与静电感应 内部具有相当数量的可以自由运动的电荷(自由电荷)的物体, 叫做导体。将导体置于电场中(或者让电荷移至它的近旁)时, 导体内部正负电荷分离(带电分离), 内部的电场被抵消, 同时, 在导体的表面出现电荷, 这叫做静电感应。对导体来说, 可以得出以下各项性质:

(1) 在静电问题中, 在导体内部的电场为零。

(2) 因为相联结的导体都处于同一电位, 导体表面成为等电位面, 所以, 电场只具有垂直于表面的分量。

(3) 当导体带有电荷时, 其电荷只存在于表面, 而在导体内部不带电荷。

(4) 当导体内部的空腔中存在电荷时, 则在空腔内壁上将出现等量而符号相反的电荷, 而在导体外表面上则出现等量而符号相同的电荷。

(5) 假设导体表面的电荷密度为 σ , 表面外部的电场为 $\mathbf{E}_n$ (仅具有法线方向的成分), 作用于表面每单位面积上的力为 F_s , 则

$$E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (29)$$

$$F_s = \frac{\sigma E_n}{2} = \frac{\epsilon_0 E_n^2}{2} \quad (30)$$

1.2.2 静电电容

(a) 孤立导体的静电电容 当一个有限大小的导体具有电荷 Q , 其电位为 V (取无限远作为基准)时, 则两者之比式(31)仅由导体的几何结构决定, 称为静电电容。

(b) 两个导体间的静电电容 假设给两个导体以等量而异号的电荷 $\pm Q$ 时, 导体间的电位差为 V , 其静电电容同样可由式(31)定义, 并且仅由两导体的几何结构来决定。

$$C = \frac{Q}{V} \quad (31)$$

1.2.3 静电场和静电电容举例 下面列举一些有关静电电容 C 、电位 V 和电场强度 $\mathbf{E}$ 的例子。对于以下简单的导体形状, 电场可由高斯定理很易

求得。假设长度单位为m(米), $4\pi\epsilon_0 \approx (1/9) \times 10^{-9}$, 那么, C 的单位为F(法拉)。

(a) 球 半径 r_0 (图4)

$$C = 4\pi\epsilon_0 r_0$$

$$E_r = \begin{cases} 0 & r \leq r_0 \\ Q / (4\pi\epsilon_0 r^2) & r \geq r_0 \end{cases}$$

$$V = \begin{cases} Q / (4\pi\epsilon_0 r_0) & r = r_0 \\ Q / (4\pi\epsilon_0 r) & r \geq r_0 \end{cases}$$

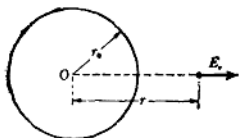


图 4

(b) 同心球 外球的内半径 r_1 , 内球的外半径 r_2

$$C = 4\pi\epsilon_0 r_1 r_2 / (r_1 - r_2)$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (r_1 \geq r \geq r_2)$$

(c) 同轴圆筒 外圆筒的内半径 r_1 , 内圆筒的外半径 r_2 , 长度 l , 当两圆筒之间的间隙很小时, $l \gg r_1 > r_2$

$$C = 2\pi\epsilon_0 l / \log(r_2/r_1) = 2.416 \times 10^{-11} l / \log_{10}(r_2/r_1) \text{ (F)}$$

$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \log(r_1/r) + V_1 \quad r_1 \geq r \geq r_2$$

$$= \frac{4.139 \times 10^{10} Q}{l} \log_{10}(r_1/r) + V_1 \quad (\text{V})$$

$$E_r = Q / (2\pi\epsilon_0 l r)$$

(d) 平行板(图5) 板间距离为 d , 面积为 S , 当 $S \gg d^2$ 时

$$C = \epsilon_0 S / d$$

$$V = \frac{Qz}{\epsilon_0 S} + V_1 \text{ ①}$$

$$E_z = Q / (\epsilon_0 S)$$

式中 Q : 电位为 V_1 的板的表面(向着另一块板的面)电荷; z : 从这块板算起的距离。

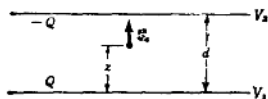


图 5

(e) 两条平行线段(图6) 半径分别为 r_1, r_2 , 两条线的轴间距离为 s , 长度为 l 而 $l \gg s \gg r_1, r_2$, 则

$$C = 2\pi\epsilon_0 l / \log \frac{s^2}{r_1 r_2}$$

$$= 2.416 \times 10^{-11} l / \log_{10} \frac{s^2}{r_1 r_2} \text{ (F)}$$

$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \log \frac{s_2}{s_1}$$

$$= \frac{4.139 \times 10^{10} Q}{l} \log_{10} \frac{s_2}{s_1} \text{ (V)}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \left(\frac{s_1}{s_1^2} - \frac{s_2}{s_2^2} \right)$$

式中 Q : 导体(1)的电荷。

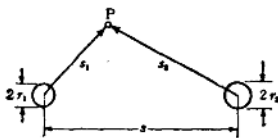


图 6

1.2.4 导体系统的电位系数 在由 $i = 1, 2, \dots, N$ 的 N 个导体组成的系统中, 假设导体 i 的电位为 V_i , 该导体带有电荷为 Q_i , 则两者之间具有线性关系和成立互易定理。

$$V_i = \sum_{j=1}^N p_{ij} Q_j \quad (32)$$

$$p_{ij} = p_{ji} \quad (33)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^N q_{ij} V_j \quad (34)$$

$$q_{ij} = q_{ji} \quad (35)$$

p_{ij} 称为电位系数; q_{ij} 称为电容系数; $q_{ij} (i \neq j)$ 称为感应系数。特别是在两导体 $i = 1, 2$ 中, 由式(31)所确定的静电电容可由下式表示:

$$C = \frac{1}{p_{11} + p_{12} - 2p_{12}} = \frac{q_{11}q_{22} - q_{12}^2}{q_{11} + q_{22} + 2q_{12}} \quad (36)$$

另一方面, 如果将式(32)的 Q_i 变化一下形式, 那么对应于图7的等效电路, 在与 i 个接点相连

① 原文误为 $l \gg r_1 > r_2$ 。——译者注

② 原文误为 $S \gg s^2$ 。——译者注

③ 原文误为 $V = \frac{Qz}{\epsilon_0} + V_1$ 。——译者注

结的电极上的电荷 Q_i , 等于

$$Q_i = C_i V_i + \sum_{j \neq i} C_{ij} (V_i - V_j) \quad (37)$$

$$\text{式中 } C_i \equiv \sum_{j=1}^N q_{ij}$$

$$C_{ij} \equiv -q_{ij} = -q_{ji} \quad (38)$$

C_i 、 C_{ij} 叫做等效静电电容。特别是把作为导体系的输电线当作研究对象的情形下, C_i 叫做对地静电电容, C_{ij} 叫做线间静电电容。

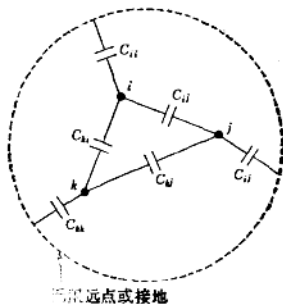


图 7

1.2.5 电位系数举例 假设在空中架有数条电线平行于大地, 其中第 m 条和第 n 条电线的半径分别为 r_m 和 r_n , 高度分别为 h_m 、 h_n , 水平间距为 l_{mn} (图 8), 则

$$p_{mm} \cong \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{2h_m}{r_m} = \frac{4.605}{4\pi\epsilon_0} \log \frac{2h_m}{r_m}$$

$$p_{mn} = p_{nm} \cong \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{\sqrt{l_{mn}^2 + (h_m + h_n)^2}}{l_{mn}^2 + (h_m - h_n)^2}$$

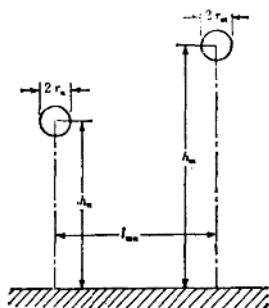


图 8

1.2.6 静电屏蔽 如图 9 所示, 如果把导体 (1)、(2) 用另一导体 (3) 包围, 那么, 由导体 (1)、

(2) 的电荷所产生的电场将被导体 (3) 屏蔽, 所以对外部的导体 (4) 不产生影响。此外, (4) 的电场被 (3) 所阻拦, 对 (1)、(2) 也不产生影响。因此, 在 (3) 的内表面出现 $-Q_1$ 、 $-Q_2$ 的电荷, 而在外表面上出现 $Q_1 + Q_2 + Q_3$ 的电荷。像这样内外静电场由 (3) 所遮断地现象, 叫做静电屏蔽。

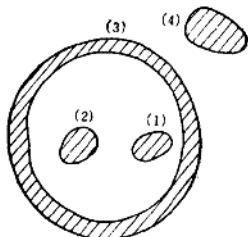


图 9

1.2.7 导体系的能量和作用于导体的力 在导体系中所贮存的能量由下式表示:

$$\begin{aligned} W_e &= \sum_{i=1}^N \frac{Q_i V_i}{2} = \sum_{i,j=1}^N \frac{p_{ij} Q_i Q_j}{2} \\ &= \sum_{i,j=1}^N \frac{q_{ij} V_i V_j}{2} \ominus \end{aligned} \quad (39)$$

在这个系统中作用于导体上的力在某一方向上的分量, 例如在 x 方向的分量 F_{ix} , 可表示如下式:

$$F_{ix} = \left\{ - \left(\frac{\partial W_e}{\partial x_i} \right)_{Q_1 \dots Q_N \text{ 恒定}} \right. \quad (40)$$

$$\left. \left(\frac{\partial W_e}{\partial x_i} \right)_{V_1 \dots V_N \text{ 恒定}} \right\} \quad (41)$$

式中, x_i 是在导体上的 x 坐标。

式 (40) 表示在各导体上的电荷 $Q_1, \dots, Q_N$ 保持恒定的状态下进行微分。从物理上看, 这一条件对应于各导体处于孤立状态。而式 (41) 则是将各导体的电位保持恒定作为条件的, 它对应于导体与恒压源相连结的状态。把式 (41) 中所采用的 $V_1, \dots, V_N$ 当作独立变数的电场能量表示, 叫做伴随能量, 或者叫做共有能量, 把 $Q_1, \dots, Q_N$ 作为独立变数的能

$$\begin{aligned} \ominus \text{ 原文误为 } W_e &= \sum_{i=1}^N \frac{Q_i V_i}{2} = \sum_{i,j=1}^N \frac{q_{ij} Q_i Q_j}{2} \\ &= \sum_{i,j=1}^N \frac{p_{ij} V_i V_j}{2} \text{。——译者注} \end{aligned}$$

量表示符合勒让德变换关系。

1.3 电介质内的静电场

1.3.1 电介质 给一般的绝缘体加上电场时, 由于其内部的正负电荷会朝相反的方向略有移动, 因而成为一种具有原子、分子尺度的电偶极子的集合体, 称为电介质。电介质内每单位体积中的微观的电偶极矩 $\mathbf{p}$ 的总和 (矢量和) 称为极化矢量, 用 $\mathbf{P}$ 表示。 $\mathbf{P}$ 是宏观的平均值, 设偶极矩的个数密度为 N_p , 则

$$\mathbf{P} = N_p \langle \mathbf{p} \rangle \quad \text{局域空间平均}$$

1.3.2 电偶极子的空间分布 极化的电介质其电性可以看成与许多电偶极子分布于真空中的情形等价。现在, 当把极化矢量作为位置的函数 $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ 给定时 [图 10(a)], 它在 v 以外的任意一点 $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ 所产生的电位 V 可通过对式 (11) 进行体积分求得。其结果表示如下:

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\mathbf{P}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{R}}{R^3} d\mathbf{v}' \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \int_S \frac{\mathbf{P}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}}{R} dS' + \int_v \frac{-\operatorname{div}' \mathbf{P}(\mathbf{r}')}{R} d\mathbf{v}' \right\} \end{aligned} \quad (42)$$

式中, $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$, $R \equiv |\mathbf{R}|$ 。

我们用下式定义极化电荷密度 ρ_p 和它的面密度 σ_p ,

$$\rho_p \equiv -\operatorname{div} \mathbf{P} \quad (\text{物质内}) \quad (43)$$

$$\sigma_p \equiv \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} \quad (\text{物质表面}) \quad (44)$$

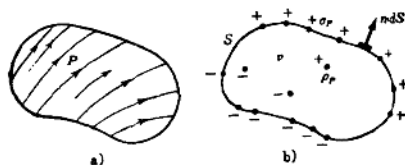


图 10

由此可以看出, 在体积 v 内具有一定分布的 $\mathbf{P}$, 在 v 的外部产生的电位 V 与体密度为 ρ_p 的极化电荷密度和面密度为 σ_p 的表面极化电荷的集合所产生的电位相等 [图 10(b)]。

1.3.3 电介质内的电场 v 内的宏观的电位 V 也可以用式 (42) 表示。为了求得由它所产生的电场的强度, 即

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad} V \quad (45)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \rho_p / \epsilon_0 \quad (46)$$

如图 11 所示, 在任意一点 P 的附近 (在 P 几乎不变的范围), 沿着 $\mathbf{P}$ 的指力线做成一个细长的圆筒状的空腔, 去掉其中的偶极子, 求出 P 点的电场强度即可。这时空腔的两端面 δS 和 $\delta S'$ 上出现的电荷 $\sigma_p \delta S$ 和 $\sigma_p' \delta S'$ 在 P 点所产生的电场强度, 由于 δS 和 $\delta S'$ 非常小, 因而可以忽略不计, 同时, 由于空腔侧面与 $\mathbf{P}$ 平行, 所以不会出现电荷 σ_p , 于是在点 P 的 $\mathbf{E}$ 就是由式 (42) 中的 V 所决定的值。

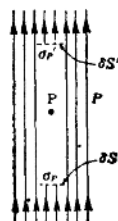


图 11

1.3.4 电介质内的 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{D}$ 在包含电介质的系统中, 在一般的情形下, 成为电场源的电荷为自由电荷和极化电荷的叠加。若假设各自的密度分别为 ρ_f , ρ_p , 因为 $\rho = \rho_f + \rho_p$, 所以 (宏观的) 电场 $\mathbf{E}$ 为

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho_f + \rho_p}{\epsilon_0} \quad (47)$$

这里如果注意到式 (43), 则

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho_f \quad (48)$$

$$\mathbf{D} \equiv \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (49)$$

$\mathbf{D}$ 叫做电通密度 (或电位移), 在各向同性的介质中, 设

$$\mathbf{P} = \chi_e \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (50)$$

则 χ_e 叫做电极化率。

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} \quad (51)$$

$$\text{由 } \epsilon_r = 1 + \chi_e, \quad \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (52)$$

表示的 ϵ_r 叫做相对介电常数 (或简称介电常数), ϵ 叫做 (绝对) 介电常数。表 1 列出了各种物质的相对介电常数。在电介质中还有显示各向异性和非线性的情形, 在这些情形下, 式 (50)、(51) 不成立 (见 14.5.4 节)。

如果微小空腔的形状不是像上述的情形那样, 而是作成与 $\mathbf{P}$ 垂直的薄圆板形 (图 12)。那么在这种情形下, 对于空腔中心点 P 的电场 $\mathbf{E}_0$ 来说, 除了 $\mathbf{E}$ 以外, 还要加上由空腔底部的电荷 $\sigma_p \delta S$ 和顶部的电荷 $-\sigma_p \delta S$ 所产生的电场 $\mathbf{P}/\epsilon_0$, 因此空腔中心点 P 的总的电场如下式所示:

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E} + \mathbf{P}/\epsilon_0 = \mathbf{D}/\epsilon_0 \quad (53)$$

表 1

物 质	介电常数 ϵ_r	物 质	介电常数 ϵ_r
酒 精	16~31	古塔波胶 (Gutta percha)	3.3~4.9
琥 珀	2.9	大理石	8.3
沥 青	2.7	云 母	2.5~6.6
酚醛树脂	4.5~5.5	木 材	2.5~7.7
纸	2.0~2.6	橡 胶	2.0~3.5
石 蜡	2.1~2.5	TiO ₂	83~183
陶 器	5.7~6.8	硒 Se	6.1~7.4
压合板	3~5	石 板	6.6~7.4
金刚石	16.5	虫 胶	2.9~3.7
硬橡皮	2.8	硫 磺	3.6~4.2
纤维纸板	2.5~5	水	81
玻 璃	5.4~9.9		

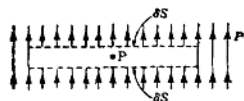


图 12

1.3.5 电通量 在某一面积 S 上, 将电位移的垂直分量对面积进行积分所得到的量 Ψ , 叫做通过 S 的电通量 (图 13), 即:

$$\begin{aligned}\Psi &= \int_S D_n dS = \int_S D \cos \theta dS \\ &= \int_S \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} dS\end{aligned}\quad (54)$$

从单位电荷发出的电通量的管子叫做法拉第 (Faraday) 管。在导体表面上法拉第管是从表面电荷出来指向外部。

在电介质内部所贮存的电场的能量 W_e 为

$$\begin{aligned}W_e &= \int_V \left[\int_V \rho_f V d\rho_f \right] dv \\ &= \int_V \left[\int_V \mathbf{E} \cdot d\mathbf{D} \right] dv\end{aligned}\quad (55)$$

当 $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ 的线性关系成立时, 为

$$W_e = \int_V \frac{\rho_f V}{2} dv = \int_V \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}}{2} dv$$

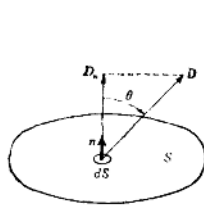


图 13

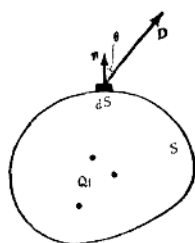


图 14

1.3.6 两种介质的边界面的条件 设有在静电场中静止的两种介质 (1)、(2), 其平滑边界面两侧的电通量密度和电场强度分别为 $\mathbf{D}_1, \mathbf{E}_1$ 和 $\mathbf{D}_2, \mathbf{E}_2$, 相对介电常数分别为 ϵ_{r1} 和 ϵ_{r2} , 只要边界面上没有电荷, 那么在图 15 中:

$$\left. \begin{aligned}D_1 \cos \theta_1 &= D_2 \cos \theta_2 \\ E_1 \sin \theta_1 &= E_2 \sin \theta_2\end{aligned} \right\} \quad (56)$$

$$\epsilon_{r1} : \epsilon_{r2} = \tan \theta_1 : \tan \theta_2$$

在仅有 (2) 为导体的情形下, 只要没有电流流过, 则在另一方, 即在 (1) 中, $\theta_1 = 0, E_2 = 0$ 。

如果在 (1)、(2) 的边界面上存在自由表面电荷 (电荷的面状分布), 令自由表面电荷的面密度 (单位面积中的电量)

为 σ_f , 规定从 (1) 指向 (2) 的方向为正方向, 并设 $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$ 的垂直方向 (对边界面而言) 的分量为 $D_{1\perp}, D_{2\perp}$, 那么, $D_{1\perp} - D_{2\perp} = -\sigma_f$ 另一方面,

对于 $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ 在平行方

向的分量来说, 有: $E_{1\parallel} - E_{2\parallel} = 0$ 。

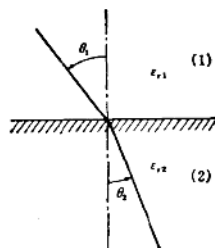


图 15

1.3.7 极化理论 因为由式 (45)、(46) 所定义的电场 $\mathbf{E}$ 是由作为宏观量的极化矢量 $\mathbf{P}$ 的空间分布所产生的, 其本身也是被平均化了的宏观量, 所以它和作用于介质内的原子、分子而使其产生极化 $\mathbf{P}$ 的局域电场 $\mathbf{F}$ 是不同的。这个问题要用极化理论处理 (见第 11 章)。

1.4 静电场的特殊解法

1.4.1 镜像法

(例) 设有以平面为界的两种电介质 (1)、

(2), 它们的相对介电常数分别为 ϵ_{r1} 和 ϵ_{r2} 。当在 (1) 中与界面相距 h 的点 A 上有点电荷 Q 时, 它在 (1) 中所产生的电场 (相对界面而言), 与 A 对称的 B 点上放一个点电荷 $Q' = -Q(\epsilon_{r2} - \epsilon_{r1})/(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})$, 并将 (2) 的相对介电常数 ϵ_{r2} 改为 ϵ_{r1} 时, Q 和 Q' 所产生的电场相等。同样, (2) 中的电场在 A 点换为 $Q'' = Q(2\epsilon_{r2})/(\epsilon_{r2} + \epsilon_{r1})$ 电荷, 与只由将 (1) 的相对介电常数换为 ϵ_{r2} 时的 Q'' 所产生的电场相等 (图 16)。

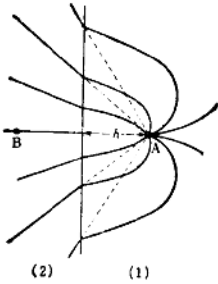


图 16

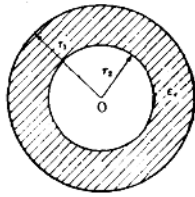


图 17

(例) 在真空中的均匀外电场 E_0 中放置一球壳状电介质 (相对介电常数为 ϵ_r) (图 17), 它的外部电场与去掉电介质而在球心放一个偶极矩为

$$M_Q = \frac{4\pi\epsilon_0}{3} r_1^3 \frac{2\epsilon_r + 1}{3\epsilon_r} (\epsilon_r - 1) \left\{ 1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^3 \right\} E_0$$

的电偶极子所产生的电场 (加上 E_0) 相等。其中央腔中的电场 E_1 为

$$E_1 = E_0 / \left[1 + \frac{2(\epsilon_r - 1)^2}{9\epsilon_r} \left\{ 1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^3 \right\} \right]$$

而电介质内部的电场则和中心放一个偶极矩为

$$M'_Q = -4\pi\epsilon_0 E_0 \frac{r_2^3}{3} (\epsilon_r - 1)$$

的电偶极子, 整个空间充满相对介电常数为 ϵ_r 的电介质, 并对它加上均匀电场 $E' = E_0(2\epsilon_r + 1)/(3\epsilon_r)$ 时的电场相等。

作为一个特殊的情形, 当 $r_2 = 0$ 时, 电介质中的电场 E_1 为

$$E_1 = [3/(2 + \epsilon_r)] E_0$$

1.4.2 反演法 设有一表面 AB, 如果对应于这表面上任意一点 P, 都能求出满足 $\overline{OP} \cdot \overline{OP'} = r_0^2$ 的点 P' , 那么和 AB 相对应可以得到 $A'B'$ 表面 (图 18)。把 $A'B'$ 叫做 AB 关于原点在 O、半径为 r_0 的球面的反演。对于反演来说, 存在下面的

定理: “假设真空中只有由导体组成的闭合曲面 S 存在, 其电位为 V (一定值), 表面电荷密度为 σ , 在这种情形下, 如果令相对于以点 O 为中心、 r_0 为半径的球面将 S 反演所得的闭合曲面为 S' , 则当在点 O 处具有 $-4\pi\epsilon_0 r_0 V$ 的电荷和 S' 面上的表面电荷密度为

$$\sigma' = \sigma r_0^3 / \sqrt{OP'^3} \dots \quad (57)$$

时, S' 面的电位为 0, 且为一等位面。”

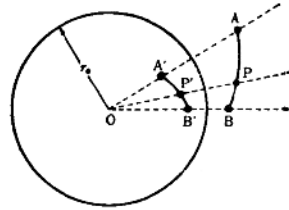


图 18

相反, “当在点 O 处具有单位电荷时, 如果已知使 S' 的电位 V 变成 0 的 σ' , 那么, 对于 S 而言, 当给定了 $\sigma = \sigma' r_0^3 / \sqrt{OP'^3}$ 的分布以后, S 的电位便为 $V = -1/(4\pi\epsilon_0 r_0)$ 。”

(例) 点电荷与球面导体 设式 (57) 中的 σ 为一定值, 求出 σ' 即可。

(例) 在图 19 左边的图形中, 先用镜像法求解出夹角为 $\theta = \pi/n$ 的导体壁之间的一点 O 上具有点电荷时的电场分布, 然后若将它以点 O 为中心进行反演, 即可求出右边图形中的葫芦形导体的电场分布。

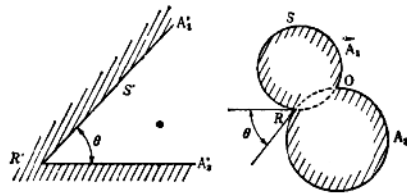


图 19

1.4.3 保角变换性 在静电场 (或静磁场) 的分布与 z 坐标无关的情形, 即在二维问题中, 电位 (或磁势) 满足拉普拉斯 (Laplace) 微分方程式 $(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2})V = 0$ 。一般地假设复数 $z = x + jy$ 的任意正则函数为 $f(z) \equiv w \equiv u + jv$, 由于 u 和 v 都满足拉普拉斯方程, 因此可以将任何一个

作为 V 使用。并且,如果 z 描绘一个微小图形,则与此相应地 w 也描绘出一个形状相似的图形。这叫做保角变换性(或叫做共形映象性)。例如设 $z = V$,这在 z 平面上表示均匀电场,而在 w 平面上则对应于 $x = V$ (一定值)的曲线表示等电位线。电场强度为 $E = -\partial x/\partial n = \partial y/\partial s$ 。其中 n 表示在 w 平面的图形上沿 x 增加的方向所测得的距离(在 y 一定的曲线上),而 s 则表示沿 y 增加的方向所测得的距离(在 x 一定的曲线上)。因为 $\int_{S_0}^S D ds = -(y - y_0) \epsilon_0 e_r$,所以它给出在表示导体表面的 x 保持一定的曲线上,从 S_0 到 S 的电荷(对于 x 方向的单位长度而言),把 x 和 y 对调也一样。

(例)关于

$$z = \log \frac{w - a}{w + a}$$

$$= \log \frac{r_1}{r_2} + j(\theta_1 - \theta_2)$$

若把 x 一定的曲线看成是等电位线,则它表示两个平行圆筒的电场分布(图20)。

(例)关于

$$w = z + e^z = (x + e^x \cos y) + j(y + e^x \sin y)$$

若把 y 保持一定的曲线看作等电位线,则它给出彼此非常接近的平行板电容器的边沿附近的电场分布(图21)。

(例)施瓦茨(Schwarz)变换 w 平面上的多角形 $w_1, w_2, \dots, w_n$, 通过下述施瓦茨变换,可以变成 z 平面上的实数轴上的点 $z_1, z_2, \dots, z_n$

(图22);

$$\frac{dw}{dz} = k(z - z_1)^{\frac{-\theta_1}{\pi}} (z - z_2)^{\frac{-\theta_2}{\pi}} \dots (z - z_N)^{\frac{-\theta_N}{\pi}}$$

其中, $\theta_1, \dots, \theta_N$ 为各顶点的角,此外,若将 $z_1, \dots, z_N$ 取在 z 平面上的单位圆上时,则变成

$$\frac{dw}{dz} = \frac{k}{z^2} (z - z_1)^{\frac{\theta_1}{\pi}} (z - z_2)^{\frac{\theta_2}{\pi}} \dots (z - z_N)^{\frac{\theta_N}{\pi}}$$

(例)

$$\frac{dw}{dz} = k \frac{\sqrt{z - z_2}}{\sqrt{z}}$$

($z > 0, 0 < (\sqrt{z} \text{ 的角}) \leq \pi/2$)

表示高度为 h 的阶梯形导体表面的电场(图24)。

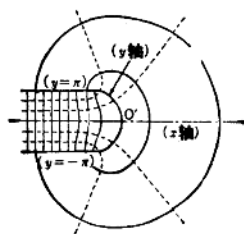


图 21

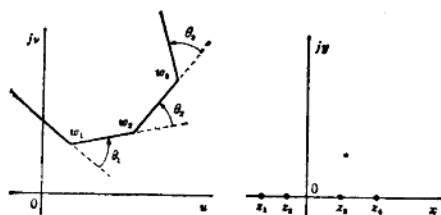


图 22

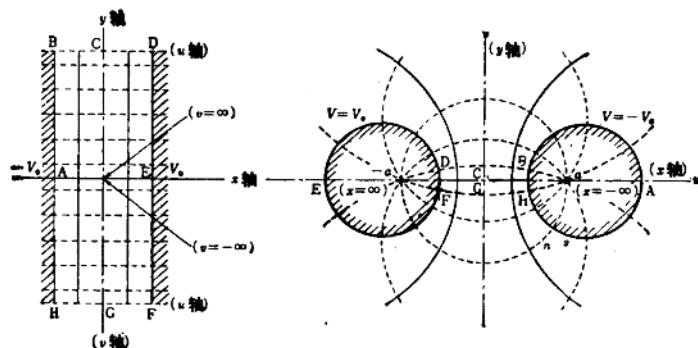


图 20

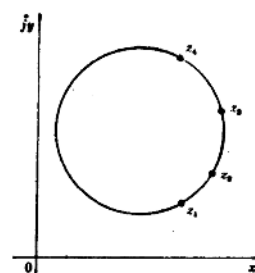


图 23

$$w - w_1 = \frac{z}{\pi} h \left\{ \frac{\sqrt{z - z_2} \sqrt{z}}{z_2} \right. \\ \left. - \log \left| \frac{\sqrt{z + \sqrt{z - z_2}}}{\sqrt{z_2}} \right| \right. \\ \left. - j \arg \left(\frac{\sqrt{z + \sqrt{z - z_2}}}{\sqrt{z_2}} \right) + j \frac{\pi}{2} \right\}$$

式中 $\arg \left(\frac{\sqrt{z + \sqrt{z - z_2}}}{\sqrt{z_2}} \right)$ 表示 $\frac{\sqrt{z + \sqrt{z - z_2}}}{\sqrt{z_2}}$

的偏角。 $z_2 = (2hE_0/\pi)^2$, E_0 是远处的电场强度。

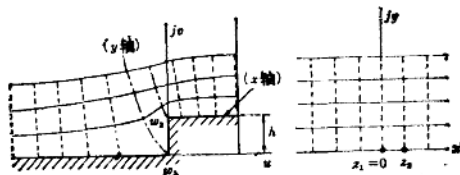


图 24

第2章 电 流

2.1 电流的种类

2.1.1 传导电流 在单位时间内通过导体某一静止面积 S 的电荷, 叫做通过 S 的传导电流 (简称电流)。

取垂直于传导电流流线的微小面积 δS , 若通过该面积的传导电流为 δI , 则数值为

$$\lim_{\delta S \rightarrow 0} \frac{\delta I}{\delta S} = i \quad (58)$$

方向为电流流动方向 (指正电荷流动的方向, 与负电荷流动的方向相反) 的矢量 i , 称为传导电流密度 (简称电流密度)。它与通过面积 S 的传导电流 I 之间的关系可表示为

$$I = \int_S i \cdot n dS = \int_S i \cos \theta dS \quad (59)$$

式中, dS 是面积 S 的面积元, θ 是 i 与 dS 的法线 n 之间的夹角。

2.1.2 对流电流 由于带电体移动的结果, 单位时间内通过静止的面积 S 的电荷, 称为对流电流。设电荷密度为 ρ , 运动速度为 u , 则对流电流密度为 ρu 。一般来说, 电荷密度为 ρ_i 、运动速度为 u_i ($i = 1, 2 \dots N$) 的情况下, 总的电荷密度 ρ 及电流密度 i 各为

$$\rho = \sum_{i=1}^N \rho_i \quad (60)$$

$$i = \sum_{i=1}^N \rho_i u_i \quad (61)$$

从微观的角度来看, 传导电流也可以说是导体内微观的对流电流。

2.1.3 位移电流 设电场强度为 E , 电通量密度为 D 时, 则

$$i_E = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (62)$$

$$i_D = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (63)$$

被称为位移电流 (或电通量电流)。在真空中 $D = \epsilon_0 E$, 因而式 (62) 与 (63) 是一样的。但在电介质中则下节的式 (65) 可以适用。从前只把 $\frac{\partial D}{\partial t}$ 叫做位移电流,

而在现代电磁学中则把 $\epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$ 也叫做位移电流。

2.1.4 极化电流与磁化电流

(a) 极化电流 设电介质内的极化矢量为 P , 则 P 随时间的变化产生出的电流为

$$i_P = \frac{\partial P}{\partial t} \quad (64)$$

它被称为极化电流。在对电介质施加一个变化着的外电场 $\epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$ 时, 则有下列关系式

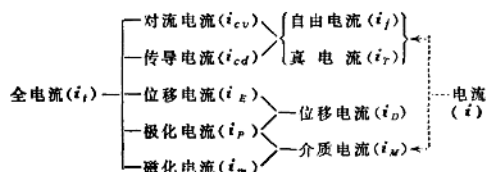
$$i_D \equiv i_E + i_P = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (65)$$

(b) 磁化电流 根据“电流模型” (见 3.1 节) 把磁性体中的磁矩看成与微小的环状电流等价, 那么由于磁化矢量 M 的空间不均匀性, 就会产生以下式表达出的磁化电流

$$i_m = \text{rot} M \quad (66)$$

同时也产生出磁通密度。

2.1.5 自由电流 以上所述各种电流中,极化电流 i_p 与磁化电流 i_m 是物质内部的、在原子、分子尺度范围表现出来的微观电流的平均值,不是人们能够从外部直接控制的电流。另一方面,对流电流和传导电流是普通意义的电流,是可以利用电源来自由地加以控制的。从这个观点出发,可将电流分类如下:



特意地把对流电流和传导电流合称为自由电流 i_f (或真电流 i_r), 和其他电流区别开来。 i 的下标只是在特别需要的情况下才加,通常虽然没有下标,也可以了解所说的是那一类电流。

2.1.6 面电流与线电流 在某一面流动的电流叫面电流。面电流密度以矢量 K 表示。这个矢量是穿过垂直于流线的线段上、每单位长度的电流矢量。并且,在电流的流线非常接近于一条曲线时,为方便起见,可以把电流看成是集中在那条曲线上。它就叫做线电流。这个电流流经的途径就称为电路(或回路)。

2.1.7 直流和交流 电流值几乎不随时间而变的电流叫做直流。其简略符号记为 DC 或 dc。随时间变化成正弦波形的电流叫做正弦波交流。作周期性变化的电流叫做周期电流。近似于正弦波交流的电流称为交流,其简略符号记为 AC 或 ac; 而交流重叠在直流上的电流叫做脉动电流。

MKSA, SI 单位制中,电流的单位为安培 (Ampère), 符号为 A, $(A) = (C)/(s)$, $(C) = (A \cdot s)$ 。

对于交流来说,电流在随时间变化的波形内一周期的均方根值称为有效值,即

$$I_{eff} = \sqrt{\int_0^T I^2 dt / T} \quad (67)$$

交流电流值以有效值来表示。因此,对于正弦波交流来说,最大值为 $\sqrt{2}$ A 的交流电流 (的有效值) 为 1 A。

2.1.8 电荷守恒与基尔霍夫第一定律 因为电荷是不生不灭的,所以在介质中静止的某一区域

v 中的自由电荷 Q_f , 和从 v 的表面 S 流出去的自由电流 I_f 之间存在着下列关系式 (图 25)

$$\begin{aligned} I_f &= \int_S i_f \cdot n dS = - \int_S \frac{\partial \rho_f}{\partial t} dv = - \frac{dQ_f}{dt} \\ &= - \int_S di \cdot \frac{\partial D}{\partial t} dv = - \int_S \frac{\partial D}{\partial t} \cdot n dS \\ &= -I_D \end{aligned} \quad (68)$$

即从 v 流出的自由电流 I_f 与位移电流 I_D 的总和等于零。

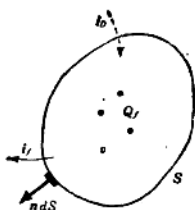


图 25

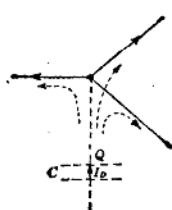


图 26

在电路理论 (见第 3 篇) 中,特别是考虑到有位移电流存在时,这个位移电流表现为一个假想的电容器 C 的充电电流 (图 26)。

在电路中,“流经回路上任一节点处的电流的总和为零”。这就是基尔霍夫 (Kirchhoff) 第一定律。

2.2 电阻和电动势

2.2.1 电阻和欧姆定律 传导电流在导体中流动时,在线形各向同性介质中某点处的电场强度 E 与该点的传导电流密度 i 之间的关系可表示为

$$i = \sigma E \quad (69)$$

σ 称为电导率(或导电度)。当 E 的值在某一范围内时, σ 是一个由介质的种类及其状态,即温度、压力等所确定的常数。将电场强度 E 沿着导体的电流流线及外部空间所设立的积分路径 $AA'B'BA$ 进行环积分 (图 27), 并设外部的端电压为 V , 则应用式 (15)、(69) 得

$$V = \int_A^B E_n \cdot d\mathbf{s} = \int_A^B \left(\frac{i}{\sigma} \right) ds \quad (70)$$

若传导电流值为

$$I = \int_A i \cdot n dS = \int_B i \cdot n dS \quad (71)$$

则由

$$\frac{V}{I} = R = - \int_A^B \frac{ds}{S\sigma} \quad (72)$$

所定出的量 R 叫做由 A 到 B 的电阻。式中 S 为导体的截面积。 ds 为沿流线量度的微小距离。因为一般在流线发生变化时,

电阻也发生变化, 所以如果不给出电流的分布状况, 电阻是不能确定的。特殊情况, 当柱状导体的截面形状一定, 其中流过的电流的密度均匀一致时, 由 A 到 B 的电阻可用 $R = l /$

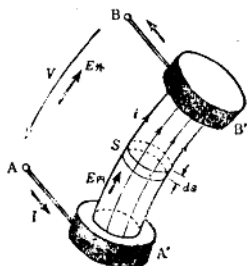


图 27

($S\sigma$) 表示。 l 是从 A 到 B 的长度。

写成 $V = RI$ 形式的关系式叫做欧姆定律。

在 MKSA, SI 单位制中电阻的单位是欧姆 (ohm) 其符号为 Ω 。电动势的单位与电位差单位相同, 都称为伏特 (volt), 其符号为 V , 而且有 $(A)(\Omega) = (V)$ 。

电阻的倒数称为电导, 它在 MKSA, SI 单位制中的单位称为西门子 (Siemens) [或称为姆欧 (mho)], 其符号为 S (或 Ω)。

电导率的单位是西/米 (或姆/米), 其符号为 $S\text{m}^{-1}$ (或 Ωm^{-1})。电导率的倒数, 即电阻率 (本征电阻或体积本征电阻), 其单位是欧·米 (符号为 $\Omega \cdot \text{m}$)。而在两个导体的接触部分, 由于产生特殊的电压降, 它与电流的比值称为接触电阻。这种电阻通常是随接触面积、电流密度、压力的增加而减小。一般金属导体间的接触电阻在 0.1Ω 以下。通常, 电流 I 流经电阻 R 时, 每单位时间要有 $I^2 R$ 的能量消耗掉, 变成热, 称为焦耳热。在 MKSA, SI 单位制中, 其单位为瓦 (Watt), 符号为 W 。

导体的电阻一般随温度而变, 因此在温度 T 时的电阻用下式表示:

$$R_T = R_t \{ 1 + \alpha_t (T - t) + \beta_t (T - t)^2 + \dots \} \quad (73)$$

此时的 $\alpha_t, \beta_t, \dots$ 是导体的电阻温度系数 (相对于基准温度 t 而言)。

2.2.2 电动势与基尔霍夫第二定律 在保守的电场 E (由库仑力产生的电场) 之外, 若对电路

中的传导带电粒子 Q 施加的力为 $F_s = QE_s$, 则称 E_s 为电动势 (e. m. f.)。导体中有电动势分布时, 其欧姆定律为

$$i = \sigma(E + E_s), \text{rot} E_s \neq 0 \quad (74)$$

基尔霍夫第二定律 在由电阻、电源和导体 (电阻为零) 构成的电路中, 对于任意的环路 C , 若按式 (74) 进行线积分, 则因 E 是保守场, E 的环积分为零。故有

$$\oint_C \frac{i}{\sigma} \cdot ds = \oint_C E_s \cdot ds \quad (75)$$

即, 环路内的电阻及流经电阻的电流设为 R_i, I_i ($i = 1 \dots N$) 而电动势为 E_{sj} ($j = 1 \dots M$) 时, 上式左边为 $\sum R_i I_i$, 右边为 $\sum E_{sj}$, 所以有

$$\sum_{i=1}^N R_i I_i = \sum_{j=1}^M E_{sj} \quad (76)$$

亦即, 由电阻产生的电压降的总和等于电路内电动势的总和。它被称为基尔霍夫第二定律。

2.2.3 电流和电场在两种介质的交界面上的连续条件 设有两种介质 (1)、(2) 互相接触 (图 28), 两者的电导

率及相对介电常数分别为 $\sigma_1, \sigma_2; \epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}$, 电场强度及传导电流密度分别为 $E_1, E_2; i_1, i_2$, 则式 (77)、(78) 就是它的边界条件。由于 σ_1, σ_2 被认为是有限的量, 所以界面上是没有面电流的。

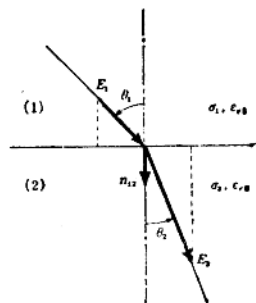


图 28

$$\text{水平分量} \quad E_{1\parallel} = E_{2\parallel} \quad (77)$$

垂直分量

$$\left(\sigma_1 E_1 + \frac{\partial D_1}{\partial t} \right)_{\perp} = \left(\sigma_2 E_2 + \frac{\partial D_2}{\partial t} \right)_{\perp} \quad (78)$$

设界面上电荷的面密度为 σ , 从介质 (1) 向介质 (2) 垂直于界面方向的单位矢量为 n_{12} , 则式 (78) 可变为下式:

$$(\sigma_1 E_1 - \sigma_2 E_2)_{\perp} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) n_{12} \quad (79)$$

即, 全电流的垂直分量是连续的。电场强度的水平分量也相等。

(例) 如(1)为导体, (2)为绝缘体时, 则有

$$E_{1\perp} = E_{2\perp}, \quad \sigma_{1\perp} = \frac{\partial \sigma}{\partial t} n_{12}$$

(例) 当(1)和(2)都是导体且 σ 为恒定的状态时

$$E_{1\parallel} = E_{2\parallel}, \quad \sigma_1 E_{1\perp} = \sigma_2 E_{2\perp}$$

2.2.4 弛豫方程式 设物质内有自由电流 i_f 流过, 同时带有自由电荷 ρ_f , 而物质以速度 u 在运动, 则物质内电场 E 的基本方程式为

$$\begin{cases} \operatorname{rot} E = 0 & (E = -\operatorname{grad} V) \\ \operatorname{div} E = \rho_f / \epsilon \\ \operatorname{div} i_f + \frac{\partial \rho_f}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (80)$$

$$i_f = \sigma E + \rho_f u \quad (81)$$

在特殊情况, 当 σ, ϵ 不随位置改变时, 则从式(80)、(81)可以推导出下式

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\epsilon} \rho_f - \operatorname{div}(\rho_f u) \quad (82)$$

(a) 物质处于静止状态时 式(82)右边第(2)项忽略不计, 即可推导出弛豫方程来。此时自由电荷的弛豫时间常数 τ_r 为

$$\tau_r = \epsilon / \sigma \quad (83)$$

(b) 物质以速度 u 运动时 此时自由电荷载于流体上, 产生电荷的输运现象, 因而也产生了对流。这一效应以式(82)的第(2)项表示出来。现设物体的特征长度为 L , 则式(82)右边第(1)项和第(2)项的比为

$$R_e \equiv \left| \frac{\operatorname{div}(\rho_f u)}{\rho_f \sigma / \epsilon} \right| \approx \frac{\epsilon u}{\sigma L} \quad (84)$$

这个比值叫做电的雷诺(Reynold)数。如果将 R_e 的大小按 1 进行比较的话, 则可以判断出两种作用的强弱: 即 $R_e \gg 1$ 时, 对流作用较强, 而当 $R_e \ll 1$ 时, 弛豫作用较强。

第3章 静 磁 场

3.1 磁通密度 B

3.1.1 磁力 当具有电量 Q 的点电荷以速度 u 运动时, 如果有一个由下式所表示的力

$$F = Q(u \times B) \quad (85)$$

作用于它, 我们就说在空间存在着磁通密度 B 。

3.1.2 电场、磁场对电流的作用力 当在真空中存在着电场 E 和磁通密度 B 时, 对具有速度 u 、电荷密度 ρ 的对流电流的作用力密度等于

$$f = \rho(E - u \times B) \quad (86)$$

这个力叫做洛伦兹(Lorentz)力。又, 作用于具有自由电流密度 i_f 和自由电荷密度 ρ_f 的物质的力密度为

$$f = \rho_f E + i_f \times B \quad (87)$$

若有磁通密度 B 作用于线电流元 $I d\mathbf{s}$, 那么这个电流元就受到一个由下式所示的力 dF 作用(图29):

$$dF = I d\mathbf{s} \times B \quad (88)$$

若 B 的方向相对于 $d\mathbf{s}$ 的方向是反时针式的, 则 dF 方向指向纸面的上方。式(88)称为弗莱明(Fleming)左手定则。可以用左手的拇指、食指和中指来分别

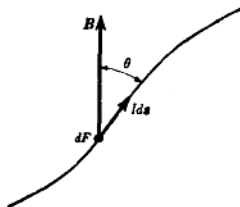


图 29

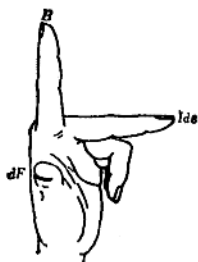


图 30

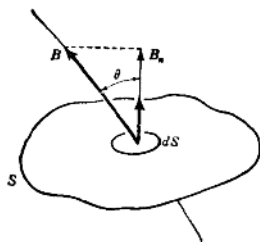


图 31

对应 $d\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{B}$ 和 $I d\mathbf{s}$ 的方向(图 30)。

在某一面积 S 上, 将磁通密度的垂直分量对此面积积分, 所得的量 Φ 叫做通过面积 S 的磁通(图 31)。即

$$\begin{aligned}\Phi &= \int_S B_n dS = \int_S B \cos \theta dS \\ &= \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS\end{aligned}\quad (89)$$

在 MKSA、SI 单位制中, Φ 的单位是韦伯 (Wb), $\mathbf{B}$ 的单位是特斯拉 (Tesla), 符号是 T, (T) = (Wb)/(m²)。

在非有理化单位制中, 常使用 CGS 电磁单位。 $\mathbf{B}$ 的单位是高斯 (Gauss) = (G) = 10⁻⁴ (T)。

3.1.3 电流的磁场 (毕奥-萨伐尔定律) 如图 32 所示, 在真空中当有电流 I 在细导线中流过时, 由它所产生的磁通密度 $\mathbf{B}$:

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (90)$$

式中, $d\mathbf{s}$ 是 I 的一部分微小长度, 是指向 I 的正方向的矢量, $\mathbf{r}$ 是从 $d\mathbf{s}$ 所在的位置 Q 到具有磁场强度 $\mathbf{H}$ 的点 P 的距离矢量, $\times$ 表示矢量积。 μ_0 称为(真空)磁导率, 在 MKSA、SI 单位制中 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ 。这里, $d\mathbf{B}$ 的大小为

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \sin \theta}{r^2} \quad (91)$$

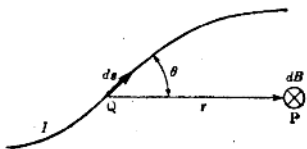


图 32

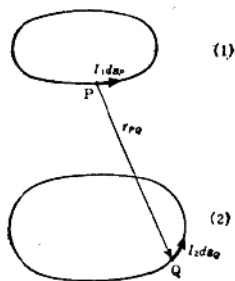


图 33

式中, θ 是 $d\mathbf{s}$ 和 $\mathbf{r}$ 之间的夹角, $d\mathbf{B}$ 的方向与 $d\mathbf{s}$ 和 $\mathbf{r}$ 二者垂直, 在从 $d\mathbf{s}$ 顺时针地改变方向到 $\mathbf{r}$ 的情形下, 规定 $d\mathbf{B}$ 的方向指向纸面的下方。即与右旋螺钉的旋转方向和前进方向的关系相同。式(90)、(91)所表示的关系称为毕奥-萨伐尔 (Biot-Savart) 定律。

在给定电流密度 $\mathbf{i}(\mathbf{r})$ 的情形下, 令 $\mathbf{R} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}'$, 则 $\mathbf{B}$ 可用下式表示:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{i}(\mathbf{r}') \times \mathbf{R}}{R^3} dv' \quad (92)$$

由回路(1)的全体作用于回路(2)的全体的力 $\mathbf{F}_{12}$ (图 33):

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{12} &= \frac{-\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{(2)} \oint_{(1)} \frac{\mathbf{r}_{PQ} (d\mathbf{s}_P \cdot d\mathbf{s}_Q)}{r_{PQ}^3} \\ &= -\mathbf{F}_{21}\end{aligned}\quad (93)$$

3.1.4 关于磁通密度 $\mathbf{B}$ 的方程式 以毕奥-萨伐尔定律作基础, 可以导出关于磁通密度 $\mathbf{B}$ 的两个定理

(a) 安培定理

$$\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{i} \quad (94)$$

将此式沿任意闭合曲线 C 取环积分:

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I \quad (95)$$

式中, I 是 C 所包围的总电流。

(b) 磁通的守恒定律

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (96)$$

或者 $\mathbf{B}$ 在任意闭合曲面 S 上的面积分

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (97)$$

此表示式意味着, 从任意闭合曲面指向外面的总磁通为零。这叫磁通的守恒定律, 即

$$\Phi(\text{闭合曲面}) = \oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (98)$$

3.1.5 磁力线 当在空间内给定磁通密度 $\mathbf{B}$ 的分布时, 它的力线(或流线)叫磁力线。磁力线可以从下面的方程得到

$$\frac{dx}{B_x} = \frac{dy}{B_y} = \frac{dz}{B_z} \left(= \frac{ds}{B} \right) \quad (99)$$

画磁力线时, 将其密度(每单位面积中所穿过的磁力线的根数)画成与该处的磁通密度的大小 B 成正比。按照这种画法, 从式(96)、(98)的磁通守恒定律可得到: 磁力线在整个空间内是连续的, 或自身围成一闭合回路, 或出入于无穷远处。