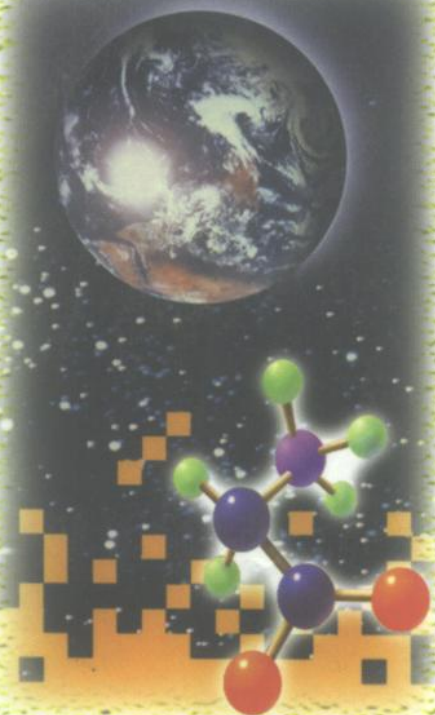




中国科学院研究生教学丛书



理性力学基础

王自强 编著

科学出版社

2000/05

内 容 简 介

本书为《中国科学院研究生教学丛书》之一。

本书系统地介绍了理性力学的主要科学体系和基本理论。全书由四部分,共十五章组成。第一部分综合介绍了理性力学的科学意义、方法和特点。从理性力学角度概括论述变形几何学与运动学、力学基本定律与场方程以及本构方程的一般原理。着重阐明张量和场方程的时空无差异原理,以及本构方程所应遵循的客观性原理。第二部分着重介绍简单物质的理论体系。作为典型范例进一步阐明弹性物质和简单流体的本构方程以及弹性体有限变形边值问题的分析方法。第三部分详细介绍黏弹性物质、弹塑性物质及晶体塑性的基本理论。第四部分主要介绍含缺陷物质的本构理论。

本书可作为力学、应用数学、理论物理等专业的研究生教材,也可供力学工作者及高等院校力学专业教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

理性力学基础/王自强编著. —北京:科学出版社,2000.7

(中国科学院研究生教学丛书)

ISBN 7-03-008146-3

I. 理… II. 王… III. 理性力学 IV. O331

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 72843 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

源海印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2000 年 7 月第 一 版 开本:850×1168 1/32

2000 年 7 月第一次印刷 印张:13 5/8

印数:1—2 500 字数:355 000

定价:24.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈北燕〉)

《中国科学院研究生教学丛书》总编委会

主 任 白春礼

副主任 余翔林 师昌绪 杨 乐 汪尔康

沈允钢 黄荣辉 叶朝辉

委 员 朱清时 叶大年 王 水 施蕴瑜

冯克勤 冯玉琳 洪友士 王东进

龚 立 吕晓澎 林 鹏

《中国科学院研究生教学丛书》物理学科编委会

主 编 叶朝辉

副主编 王 水

编 委 张肇西 詹文山 余昌旋 李椿萱

汪景琇 李师群 戴远东

《中国科学院研究生教学丛书》序

在 21 世纪曙光初露,中国科技、教育面临重大改革和蓬勃发展之际,《中国科学院研究生教学丛书》——这套凝聚了中国科学院新老科学家、研究生导师们多年心血的研究生教材面世了.相信这套丛书的出版,会在一定程度上缓解研究生教材不足的困难,对提高研究生教育质量起着积极的推动作用.

21 世纪将是科学技术日新月异,迅猛发展的新世纪,科学技术将成为经济发展的最重要的资源和不竭的动力,成为经济和社会发展的首要推动力量.世界各国之间综合国力的竞争,实质上是科技实力的竞争.而一个国家科技实力的决定因素是它所拥有的科技人才的数量和质量.我国要想在 21 世纪顺利地实施“科教兴国”和“可持续发展”战略,实现小平同志规划的第三步战略目标——把我国建设成中等发达国家,关键在于培养造就一支数量宏大、素质优良、结构合理,有能力参与国际竞争与合作的科技大军,这是摆在我国高等教育面前的一项十分繁重而光荣的战略任务.

中国科学院作为我国自然科学与高新技术的综合研究与发展中心,在建院之初就明确了出成果出人才并举的办院宗旨,长期坚持走科研与教育相结合的道路,发挥了高级科技专家多,科研条件好,科研水平高的优势,结合科研工作,积极培养研究生;在出成果的同时,为国家培养了数以万计的研究生.当前,中国科学院正在按照

江泽民同志关于中国科学院要努力建设好“三个基地”的指示,在建设具有国际先进水平的科学研究基地和促进高新技术产业发展基地的同时,加强研究生教育,努力建设好高级人才培养基地,在肩负起发展我国科学技术及促进高新技术产业发展重任的同时,为国家源源不断地培养输送大批高级科技人才。

质量是研究生教育的生命,全面提高研究生培养质量是当前我国研究生教育的首要任务。研究生教材建设是提高研究生培养质量的一项重要基础性工作。由于各种原因,目前我国研究生教材的建设滞后于研究生教育的发展。为了改变这种情况,中国科学院组织了一批在科学前沿工作,同时又具有相当教学经验的科学家撰写研究生教材,并以专项资金资助优秀的研究生教材的出版。希望通过数年努力,出版一套面向21世纪科技发展,体现中国科学院特色的高水平的研究生教学丛书。本丛书内容力求具有科学性、系统性和基础性,同时也兼顾前沿性,使阅读者不仅能获得相关学科的比较系统的科学基础知识,也能被引导进入当代科学研究的前沿。这套研究生教学丛书,不仅适合于在校研究生学习使用,也可以作为高校教师和专业研究人员工作和学习的参考书。

“桃李不言,下自成蹊。”我相信,通过中国科学院一批科学家的辛勤耕耘,《中国科学院研究生教学丛书》将成为我国研究生教育园地的一丛鲜花,也将似润物春雨,滋养莘莘学子的心田,把他们引向科学的殿堂,不仅为科学院,也为全国研究生教育的发展作出重要贡献。

陈阳祥

前 言

爱因斯坦的相对论原理,即在一切惯性系中,物理学规律具有相同的数学形式,引起了时空概念的深刻革命,导致了质量和能量转化的伟大发现,对现代物理学和宇宙学产生了不可估量的影响.

正是在爱因斯坦相对论思想的影响下,理性力学在 20 世纪 50 年代受到国际力学界的广泛关注,创办了专门介绍理性力学成果的杂志,20 世纪 60 年代又出版了大量专著与书籍介绍理性力学的历史与概要,以及各方面的理论.

理性力学力图用统一的观点和严密的逻辑推理研究力学的带有共性的基础问题.本书将努力体现理性力学的精粹:从归纳整理物质错综复杂的力学现象出发,通过深入的理性思考,对物性进行抽象概括,建立起理想物质的数学模型和对应的公理体系.

理性力学的文献庞大浩繁,内容涉及张量分析、群论、泛函分析等数学理论.因此,对初学者来说,往往会感觉如堕茫茫烟海,难以适应.本书尝试用由浅入深、循序渐进的方式,将具有力学基础知识的读者引入到理性力学领地.本书原则上采用直角坐标系,从而避开曲线坐标张量分析的复杂性.本书着重论述理性力学重要成果和富有启迪的学术精华.在保证体系完整的前提下,力求用简明生动的语言阐明物理背景、基本理论和分析方法.

人类即将进入 21 世纪.知识经济与可持续发展为 21 世纪科学技术的发展提供了伟大机遇和巨大挑战.知识创新和技术创新将成为经济蓬勃发展和社会突飞猛进的決定因素.科学技术创新蕴育于科学实验与观察,也孕育于人类的理性思考.

在这种环境下,本书的出版,将有助于年轻的力学工作者,在注重力学实验与观察的前提下,提高自己的科学思维能力和创新

能力.

本书出版得到中国科学院研究生教材出版基金的资助,在此表示深切的谢意.

本书出版还得到中国科学院力学研究所王克仁、张双寅两位研究员的热忱关怀与支持,在此表示真诚的感激和深切的谢意!

作者真诚地欢迎读者与专家对本书提出宝贵意见.

作 者

1999 年 7 月于北京

目 录

第一章 绪论	(1)
§ 1.1 理性力学目的和意义	(1)
§ 1.2 理性力学的特点与体系	(4)
§ 1.3 理性力学的方法	(6)
§ 1.4 符号	(7)
第二章 变形几何学和运动学	(10)
§ 2.1 直角坐标系的张量	(10)
§ 2.2 物体的构形与运动	(11)
§ 2.3 变形梯度	(13)
§ 2.4 应变度量和面元、体元变形	(17)
§ 2.5 应变率	(19)
第三章 基本定律与场方程	(22)
§ 3.1 质量守恒定律	(22)
§ 3.2 应力原理与动量守恒定律	(23)
§ 3.3 能量守恒定律和熵定律	(28)
§ 3.4 功共轭与应力度量	(32)
§ 3.5 场方程	(34)
§ 3.6 随体坐标系	(37)
第四章 本构方程的一般原理	(39)
§ 4.1 时空系的变换	(39)
§ 4.2 基本定律的客观性	(44)
§ 4.3 本构方程的一般原理	(46)
第五章 简单物质	(54)
§ 5.1 张量函数	(54)
§ 5.2 张量函数表示定理	(58)

§ 5.3	简单物质的本构方程	(61)
§ 5.4	本构方程的简化形式	(65)
§ 5.5	各向同性物质	(67)
§ 5.6	简单固体	(73)
§ 5.7	简单流体和流晶	(77)
§ 5.8	内部约束	(81)
§ 5.9	特殊类型物质	(83)
§ 5.10	衰退记忆	(86)
第六章	弹性物质	(92)
§ 6.1	弹性物质的本构方程	(92)
§ 6.2	物质对称性	(93)
§ 6.3	各向同性弹性固体	(95)
§ 6.4	超弹性物质	(97)
§ 6.5	各向同性超弹性物质	(102)
§ 6.6	主轴表示	(105)
§ 6.7	储能函数表示式	(110)
§ 6.8	二次弹性	(112)
§ 6.9	均匀变形场	(116)
§ 6.10	储能函数的实验确定	(122)
第七章	弹性体有限变形边值问题	(132)
§ 7.1	边值问题的提法	(132)
§ 7.2	若干典型问题	(135)
§ 7.3	平面应变问题	(151)
§ 7.4	不可压缩各向同性弹性体	(161)
第八章	简单流体	(171)
§ 8.1	直线流动	(171)
§ 8.2	曲线流动	(176)
§ 8.3	伸长历史恒定运动	(181)
§ 8.4	定常测黏流动	(187)
§ 8.5	Poiseuille 流动	(193)

§ 8.6	Couette 流动	(196)
§ 8.7	圆锥-平板流动	(200)
§ 8.8	端部正应力效应	(204)
§ 8.9	Stokes 流体测黏流动	(208)
§ 8.10	定常拉伸流动	(212)
第九章	黏弹性物质	(217)
§ 9.1	线性黏弹性理论	(217)
§ 9.2	非线性黏弹性固体	(218)
§ 9.3	本构泛函展开	(225)
§ 9.4	非线性黏弹性流体	(228)
第十章	弹塑性物质	(237)
§ 10.1	微小变形塑性理论	(238)
§ 10.2	张量的时间导数	(243)
§ 10.3	有限塑性变形的本构方程	(249)
§ 10.4	塑性大变形基本方程	(254)
§ 10.5	Drucker 公设与有限塑性变形	(259)
第十一章	晶体塑性理论	(266)
§ 11.1	晶体塑性变形运动学	(266)
§ 11.2	硬化规律	(273)
§ 11.3	硬化系数表示式	(280)
§ 11.4	晶体塑性本构关系	(286)
§ 11.5	滑移剪切率 $\dot{\gamma}^{(a)}$ 的存在性与惟一性	(294)
§ 11.6	率相关流动规律	(303)
第十二章	缺陷连续统的线性理论	(311)
§ 12.1	张量场的微分运算	(311)
§ 12.2	协调条件	(313)
§ 12.3	缺陷的几何意义	(318)
§ 12.4	位错弹性理论	(320)
§ 12.5	位错塑性理论	(324)
§ 12.6	一般缺陷塑性理论	(328)

§ 12.7	晶体塑性位错理论	(330)
§ 12.8	Nye 张量及缺陷塑性理论小结	(332)
§ 12.9	位错塑性理论二维公式及算例	(335)
第十三章	非黎曼几何及流形简介	(339)
§ 13.1	Euler 空间张量场的绝对微分	(339)
§ 13.2	曲率张量	(344)
§ 13.3	线性空间	(346)
§ 13.4	仿射联络空间	(348)
§ 13.5	非完整变换	(353)
§ 13.6	拓扑空间	(356)
§ 13.7	微分流形	(360)
第十四章	缺陷连续统的非线性理论	(365)
§ 14.1	非 Niemann 物质流形的构造	(365)
§ 14.2	缺陷的几何意义	(370)
§ 14.3	缺陷连续统的弹性理论	(375)
§ 14.4	缺陷连续统的塑性理论	(387)
§ 14.5	晶体塑性位错理论	(398)
第十五章	理性力学若干应用	(400)
§ 15.1	有限变形的精确描述	(400)
§ 15.2	曲线坐标的相应公式	(403)
§ 15.3	本构方程的客观性原理	(405)
§ 15.4	物质对称性	(407)
§ 15.5	主轴法	(410)
§ 15.6	客观应力率	(413)
附 录	曲线坐标	(416)
§ 1	基向量与度量张量	(416)
§ 2	逆变导数	(417)
§ 3	应力张量	(420)
§ 4	运动方程	(421)

第一章 绪 论

§ 1.1 理性力学目的和意义

理性力学是力学的一个重要分支学科.它是力学家和数学家共同栽培的良苑奇葩.也是连续统物理的理论基础.

理性力学的概念很早就提出来了. D'Alembert 1743 年勾画出现理性力学的核心是:

①像几何学一样必须建立在显然正确的公理上;②力学的进一步事实由数学证明给出.

依照这种框架,1687 年 *Newton* 的不朽著作《自然哲学的数学原理》可以算是理性力学的第一部著作.他建立了力学运动的三大定律.从三大定律出发,质点运动的全部主要性质可由数学演绎推导出来.

理性力学的发展是漫长曲折而富有戏剧性的.19 世纪,连续介质力学的一些基本概念逐步建立起来,Cauchy 提出了“应力原理”.Euler,Cauchy 等著名科学家的出色工作为连续介质力学奠定了基础.

但是很长一段时期内,理性力学不被人注意.这一方面是由于理性力学的方程冗长而复杂,内蕴强烈的非线性,数学上难以处理.另一方面是力学的分支学科发展还不够丰富,知识的积聚还不够广博.

近代理性力学的崛起,应归功于 1945 年 Reiner 黏性流体的工作及 1948 年 Rivlin 有限弹性变形的工作. Reiner 的开创性工作,不仅解决了油漆搅拌器效率不高问题,而且在建立非线性本构方程方面提出了一般性方法的范例.

Rivlin 在储能函数是应变任意函数的前提下,对于不可压缩

弹性体求得几个典型问题的精确解.用他的解预报橡胶制品的行为,在应变达到 $2\sim 3$ 时,仍给出精度很高的预示.这个突破性进展,大大鼓舞了人们攻克非线性难关的勇气.

其后 Truesdell, Noll, Coleman, C. C. Wang 等人的出色工作使理性力学得到蓬勃的发展.

理性力学的一个重要目的是建立连续介质力学的公理体系.

我们不妨把理性力学与几何学作一比较.在古埃及,尼罗河水泛滥,经常冲击河岸.所以人们需要测量土地.随着测量土地技术的日益积累,人们对长度、面积、体积有了丰富的感性认识,发现了图形的某些性质.

古埃及人和巴比伦人会测定一些简单几何的面积与体积.知道圆周与直径的比率.

古埃及土地测量技术传播到希腊之后,希腊科学家,不断钻研大量几何事实之间的相互关系.发展从一些几何原理得到另一些几何关系的逻辑推理和演绎方法.逐步形成了点、线、面等基本概念和基本原理,建立了今天仍广泛应用的 Euclid 几何学.

Euclid 几何学研究的是图形的定量关系和内在性质,它把自然界物体的形状加以抽象化.舍弃物体的其他性质,仅仅考察物体的空间位置和形状.在自然界中,不存在没有大小、只有位置的点,也不存在没有厚度的面.

因此,几何学是一种超脱现实的抽象科学.人类两千多年的历史表明,这种抽象的科学是非常有用的.

几何学以其概念的明确性、逻辑的严密性、结论的确定性和应用的广泛性而确立起它在自然科学中的重要地位.千百万科学家和工程师都从几何学中品味到抽象思辨的美妙和逻辑推理的乐趣.

连续介质力学已经建立了雄伟的理论体系和众多的分支学科.像弹性力学、流体力学、空气动力学、岩石力学等,它们分别描述固体的弹性性质、流体的流动规律、气体的动力学特性、岩石与土的力学行为.但是弹性力学、岩石力学采用了微小变形假设和线

性本构方程.流体力学、空气动力学也是以线性本构方程为基础的.这些分支学科着眼于阐明不同类型物质简单的理想化的物性和分析物质的响应.理性力学力图对连续介质力学进行统一考察,建立适用于任意介质的一般原理.像土地测量术向几何学飞跃那样,使连续介质力学向理性力学飞跃.

但是连续介质力学包含了各种各样的物质,远比几何学复杂.试图建立适用一切连续介质的完备的公理体系是极其困难的.

理性力学的另一个目的是归纳整理物质的错综复杂现象,通过由此及彼、由表及里的逻辑思考,对物性进行抽象概括,建立起理想物质的数学模型.针对理想物质构造完备的公理体系.

不同的理想物质模型有不同的公理体系.理性力学从正确的公理体系出发,演绎相应的力学理论.但理性力学并不以公理化作为终极目标.盲目的公理化倾向,只会使理性力学失去生命力.

理性力学另一个重要目的,是演绎出一套完整的力学理论,发掘新概念,解决在科学与生产实际中提出的棘手问题.这些问题是经典理论所无法解决的.Reiner 和 Rivlin 的工作就是这方面的杰出典范.

由材料的“记忆能力”的原始概念出发,发掘出“减退记忆原理”及“有限记忆原理”新概念,也是一个富有启迪的例证.

总之,理性力学是连续介质力学的一个重要的理论基础.它着眼于用统一的观点和严密的逻辑推理研究力学的带有共性的基础问题.它一方面对传统的力学模型和理论进行更深一层的探索与改造,使之更严密、更系统,力图将这些力学理论建立在完备的公理体系之上,力学理论只是演绎的产物.另一方面对已经积累起来的各种资料进行思维加工,抽象概念,提出新的理想物质模型,发展相应的公理体系,演绎新的力学理论,以便更加深刻、更加概括地描述物质的力学性质.

§ 1.2 理性力学的特点与体系

理性力学研究的是物体的宏观力学性质.也就是在三维 Euler 空间中,均匀流逝时间下受 Newton 三定律支配的物体行为.它包括固体与结构的变形、损伤与破坏,大气的流动,江河的水流,海浪,岩石塌方,地球变形等.

物体的宏观力学行为可以用从微观向宏观过渡的方式来研究.任何物质都是由分子所组成,分子由原子组成,而原子又由原子核与电子构成.原子核内部又包含着众多的基本粒子.原子、分子、电子、基本粒子都遵循量子力学定律.撇开量子效应,原子、分子的运动规律可以用分子动力学描述.

从量子力学或分子动力学出发来研究物体的宏观行为可以称为“物质结构论”方法或物理力学方法.这种方法物理学家和力学家也在研究.

这种方法在研究物体的一些对微观结构敏感的宏观性能方面是非常成功的.如固体的比热,热导率,电阻率,光学、磁学性质;气体的状态方程,内能,熵等.

这种方法是相当复杂的,众所周知,一个 1 立方厘米的固体通常含有 10^{22} 个分子.直接求解如此巨大的分子动力学方程组是任何人都无法做到的,而且分子动力学本身依赖于多体势的选取.而多体势的确定至今仍是一个悬而未决的难题.目前只能通过经验的方式来选取.

同样,量子力学中的薛定谔方程只对几个粒子的情况可以求得精确解答.面对 10^{22} 天文数字的粒子,我们必须作大刀阔斧的简化,引进许多近似假设,而这些简化与近似是否正确都要通过实验来检验.

一百多年来的实践表明,连续介质中几个重要概念,如应力、应变是对物质的微观结构不敏感,而连续介质力学中的基本定律都为大量的实验所证实.它们必然同“物质结构论”导出的结果相

一致,而不会发生矛盾.因此理性力学不考虑微观尺度上的量子效应.

理性力学撇开物质的细微观结构,用一种内部由相同物质点组成的理想物质代替实际的物质.理想物质的力学行为表征了具有不同结构的许多物质的某种共同行为.譬如弹性 Hooke 定律能用于多晶体金属材料,而对不同金属材料的分子结构不敏感.它也能用于橡胶、塑料等高分子材料.

理性力学的一个最显著特点是它与数学的密切结合.它与数学一样具有高度概括性和普适性.它从近代数学中吸取丰富的营养,发掘新理论的数学结构,像数学那样力图通过严格的逻辑演绎新理论.张量函数、泛函分析、群论等近代数学工具在理性力学中得到广泛应用.当然,数学并不是理性力学追求的目标,它只是强有力的工具,是使理性力学的理论体系更深刻、更完美、更确切地描述物体力学行为的必备工具.

理性力学的另一个重要特点是追求理论的深度与广度.而不拘泥于求解各种各样的具体问题.迄今为止,对单纯物质体已经建立了完备的公理体系;对有限弹性体,已经得到完美的本构方程.在发展连续介质热力学、有向物体理论、变形非协调理论、非局部理论、混合物理论、电磁介质力学、广义连续介质力学等方面取得了卓越成果.

理性力学注重的是解决连续介质力学所面临的挑战性问题,这些问题在经典理论框架内是无法解决的.为了解决这些问题,必须引进新概念、新思想.

基元、基本定律、本构方程构成了理性力学的逻辑体系.基元也称为原始元,是指理性力学引进的基本概念.常用的基本概念包括:Euclid 空间,均匀流逝的时间概念,连续致密的物质点组成的物体,物体在空间中位置随时间的移动(叫做运动),作用在物体表面上的接触力(称为面力向量),应力、应变,质量密度,热流量,内能,温度,熵等.

基本定律是一切连续介质都必须遵守的,它们是:质量守恒定

律、线动量守恒定律、角动量守恒定律、能量守恒定律和熵增长定律. 这些定律在场量为连续时, 可以导出场方程, 在不连续的时候, 可导出间断条件.

不同物质具有不同的力学特性, 为了弄清物质的内在禀性需要做大量实验, 对实验结果进行抽象概括, 提出应力与应变或运动历史的数学关系, 这种关系就叫做本构关系或本构方程. 在理性力学中, 本构方程是针对某种理想化的物质, 表达的是模型物质的内禀特性的数学结构.

§ 1.3 理性力学的方法

在建立物体所遵循的基本定律和物体的宏观力学性质时, 最早采用质点力学的方法. 这种方法从 *Newton* 以后到 20 世纪初期曾经广为流传.

Navier 曾经利用当时的物质结构理论, 推导出线弹性方程和线性黏性方程, 尽管他采用的物质结构理论早已被现代物质结构理论所扬弃. 但他导出的方程确被很多实验所证实.

Maxwell 曾经利用分子动力学推导出流体的 Navier-Stokes 方程. 他把应力看作是分子动量传递效应.

从逻辑上看, 质点无论怎样连接也不是连续介质. 连续介质无论怎样分割也与离散的质点系不同. 连续介质本身就是一种抽象的数学概念. Euler, Cauchy 建立了连续介质的基本定律, 但他们不是从质点力学推导出来, 而是通过引入应力、应变、位移等新概念, 通过严格的推理演绎出来的.

质点力学的方法在推导本构方程时所遇到的困难就更大.

Maxwell, Kelvin, Voigt 曾提出弹簧、缓冲器模型描写黏弹性性质. 弹簧所受的力与弹簧伸长成正比, 以此表征物体的线弹性行为. 缓冲器所受的力与活塞速度成比例, 以此表征应力与应变速度成比例的线性黏性行为.

将弹簧与缓冲器并联起来, 就得到 Kelvin-Voigt 黏弹性体. 将