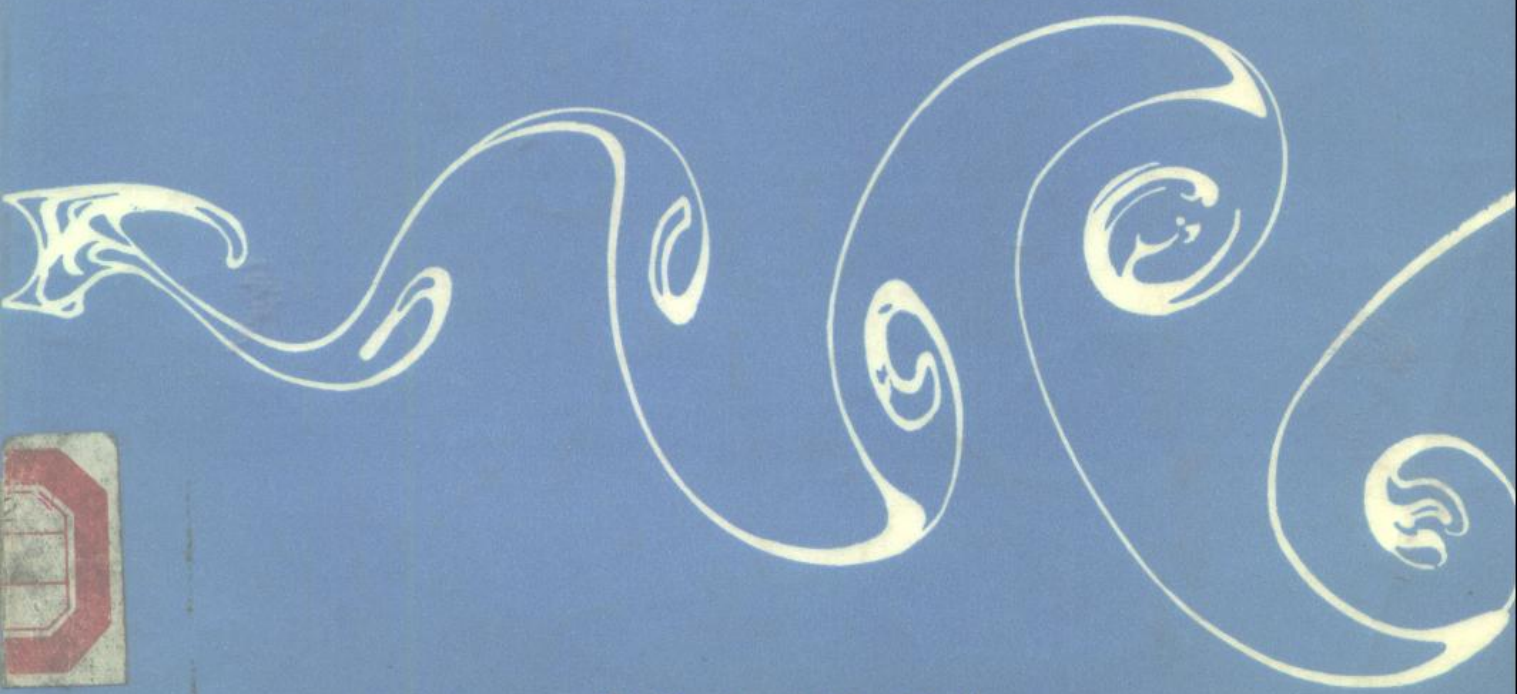


394

真实流体力学

上册

张捷迁 章光华 陈允文



清华大学出版社

52.7/2

54.9

真实流体力学

上册

张捷迁 章光华 陈允文

清华大学出版社

内 容 简 介

本书系对清华大学流体力学专业本科生及有关专业研究生所采用的教材补充修改而成。全书分上、下两册。上册的主要内容包括粘性流体动力学的基本方程组、边界条件和相似律,粘性流体动力学方程组的精确解和在 Re 数很小的情况下的近似解以及不可压缩和可压缩流体的平面和轴对称定常层流边界层的相似性解和近似解。下册的主要内容包括三维定常及二维非定常层流边界层,湍流和湍流边界层,真实流体流动的数值方法等。

本书可作为高等理工科院校流体力学专业本科生以及机械、能源、航空、造船、水利、化工、气象等专业研究生的“粘性流体动力学”或“边界层理论”课程的教材。也可供从事流体力学教学和科学研究工作的教师和科学技术工作者参考。

3F75/17

真 实 流 体 力 学 上 册

张捷迁 章光华 陈允文

★

清华大学出版社出版

北京 清华园

清华大学印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

★

开本: 787×1092 1/16 印张: 26 字数: 644 千字

1986 年 11 月第 1 版 1986 年 11 月第 1 次印刷

印数: 00001—4000

书号: 15235·238 定价: 4.55 元

前 言

本书系根据 1979—1980 年张捷迁教授在清华大学讲学期间与我们合作编写的同名讲义修改而成。该讲义在最近几年内一直被采用为清华大学流体力学专业五年制大学生和各有关专业研究生的“粘性流体力学”课程的教材。

“真实流体”这个名词是相对于“理想流体”提出来的，它的含意是指：在研究流体运动时，其粘性、热传导性和质量扩散性不可忽略的那种流体模型。真实流体动力学的内容极为丰富，它的应用也极为广泛，本书仅涉及不可压缩和可压缩牛顿流体层流和湍流流动以及传热的基本理论和教学方法。

在本书的编写过程中，作者力图以完整的学科体系和严密的逻辑推理来阐明真实流体运动的主要特征和规律，同时也重视向读者介绍上述基本理论在工程技术问题中的应用。书中给出了比较详细的数学推演和对物理概念的阐述，适宜于有一定数学和流体力学基础的读者自学，在不影响说明流体运动性质和规律的前提下，作者尽可能采用较简单的数学方法，对于书中的各主要方程和数学公式，作者不厌其烦地说明其物理含意，以便读者随时有明确的物理概念。本书各章之后附有一定数量的习题，解答这些习题将有助于加深对基本内容的理解。

本书可作为高等理工院校流体力学专业本科学生以及机械、能源、航空、造船、水利、化工、气象等专业研究生的“粘性流体动力学”或“边界层理论”课程的教材，亦可供从事流体力学教学和科学研究工作的教师和科学技术工作者参考。

本书上册第一、六章及各章习题主要由章光华编写，陈允文校核；其余各章主要由陈允文编写，章光华校核并对第五、七、八章作了一些补充。张捷迁教授花了许多时间选择并口授了第二、三、四、六、七章及下册第十章的部分内容，他对本书的出版起了有力的推动作用。

本书下册的主要内容包括：三维定常及二维非定常层流边界层、湍流和湍流边界层，真实流体流动的数值方法等。

由于作者水平有限，书中的缺点、错误在所难免，希望广大读者批评指正。

章光华 陈允文

目 录

第一章 导论

1.1	真实流体和理想流体	1
1.2	液体和气体的压缩性	2
1.2.1	液体和气体的弹性模数	2
1.2.2	液体和气体的热膨胀系数	3
1.2.3	气体的状态方程和压缩性因数	4
1.3	液体和气体的分子传输性质	5
1.3.1	液体和气体的粘性	6
1.3.2	液体和气体的热传导性	10
1.3.3	液体和气体的质量扩散性	11
1.4	湍流及湍流传输性质	12
1.5	真实流体流动的特征	16
1.5.1	二维通道中的流动	16
1.5.2	绕圆柱的流动	17
1.5.3	绕二维翼型的流动	20
	习题	22

第二章 流体运动学

2.1	引言	23
2.2	连续介质的概念	23
2.3	表述流体运动的方法	24
2.3.1	拉格朗日表述法和欧拉表述法	24
2.3.2	流线、迹线、串线和时线	27
2.3.3	流面和流管	30
2.4	流体微元的运动	30
2.4.1	应变率张量和准刚体自转率	30
2.4.2	相对伸长应变率和剪切应变率	32
2.4.3	准刚体自转率	35
2.4.4	应变率主轴和主伸长应变率	36
2.4.5	流体微元速度分解定理——海姆霍兹第一定理	36
2.5	质量守恒定律——连续方程	36
2.6	流函数	38
2.7	涡旋运动的特征	41
2.7.1	涡线、涡管和涡面	42

2·7:2	涡旋通量与速度环量的关系	42
2·7:3	涡旋的近似模型——Rankine 组合涡	44
2·7:4	涡旋通量守恒定理 (海姆霍兹定理)	45
2·7:5	涡旋矢量的质点导数	46
习题		49
第三章	粘性流体动力学的基本方程	51
3·1	引言	51
3·2	流体中的作用力	52
3·2:1	力矢量和面积矢量	52
3·2:2	质量力和表面力	53
3·2:3	流体中一点的应力张量	53
3·3	应力张量与应变率张量的关系	56
3·3:1	主轴坐标系中应力张量与应变率张量的关系	56
3·3:2	任选坐标系中应力张量与应变率张量的关系	57
3·4	动量定律——Navier-Stokes 方程	61
3·5	能量守恒定律	65
3·5:1	用内能表示的能量方程	65
3·5:2	用焓或总焓表示的能量方程	69
3·6	关于粘性流体动力学一般问题的综述	71
3·6:1	关于基本方程的综述	71
3·6:2	粘性流体运动的初始条件和边界条件	72
3·7	正交曲线坐标系	74
3·7:1	正交曲线坐标, 拉梅系数	74
3·7:2	单位坐标矢量的导数	76
3·7:3	正交曲线坐标系中梯度、散度、旋度的表达式, Hamilton 运算符 及 Laplace 运算符	77
3·7:4	正交曲线坐标系中应变率分量和应力分量的表达式	82
3·7:5	正交曲线坐标系中耗散功的表达式	83
3·8	无量纲形式的基本方程和边界条件, 粘性流体运动的相似律	83
3·8:1	基本方程的无量纲化	84
3·8:2	边界条件的无量纲化	89
3·8:3	诸无量纲参数的物理意义	89
3·8:4	粘性流体运动的相似律	91
3·9	非惯性坐标系中 Navier-Stokes 方程的表达式	93
3·10	粘性流体运动的有旋性, 涡旋的生成和扩散	98
3·10:1	粘性流体运动的有旋性	98
3·10:2	粘性流体中速度环量的变化率, 涡旋的生成	99
3·10:3	不可压缩粘性流体的涡旋扩散方程, 涡旋的扩散	103
习题		109

第四章 粘性流体动力学方程的精确解	111
4.1 引言	111
4.2 Couette 剪切流	112
4.2:1 平行平板间的剪切流	112
4.2:2 两加热平板间自然对流对流动的影响	116
4.3 完全发展的定常管流	118
4.3:1 圆截面直管中完全发展的定常流动——Hagen-Poiseuille 流动	119
4.3:2 非圆截面直管中完全发展的定常流动	121
4.3:3 完全发展的定常管流中的温度分布	123
4.4 同轴圆柱面间流体的定常圆周运动	125
4.5 沿有吹吸作用的壁面的流动	126
4.5:1 沿均匀抽吸的平板面上的定常流动	127
4.5:2 有抽吸和吹入的平行平板间的定常流动	128
4.6 不定常滑移平板引起的流体运动	130
4.6:1 突然以匀速滑动的平板引起的粘性流体不定常运动——Stokes 第一问题	130
4.6:2 在本身平面内振动的平板引起的粘性流体运动——Stokes 第二问题	133
4.6:3 作任意滑移运动的平板引起的粘性流体运动	135
4.6:4 简单 Couette 流动的起动过程	137
4.6:5 平板在本身平面内振动引起的平行平板间粘性流体的振荡	140
4.7 圆管中的不定常流动	141
4.7:1 Hagen-Poiseuille 流动的起动过程	141
4.7:2 在按正弦规律变化的压力梯度作用下圆管中粘性流体的振荡	145
4.8 收缩和扩张通道中的平面定常流动——Jeffery-Hamel 流动	146
4.9 驻点附近的流动	150
4.10 旋转圆盘引起的流动	155
4.11 可压缩流体的 Couette 流动	163
4.12 激波层内气体的运动	167
习题	172
第五章 低雷诺数流动	176
5.1 引言	176
5.2 雷诺数很小时粘性流体运动的近似方程	176
5.2:1 Stokes 方程	176
5.2:2 Stokes 简化的非均匀性和 Oseen 方程	179
5.3 绕圆球的低雷诺数流动——Stokes 的解和 Oseen 的修正	181
5.4 轴承润滑的流体动力学原理	186
习题	191
第六章 二维不可压缩层流边界层方程及其精确解	192

6.1	引言	192
6.2	大雷诺数流动的特征	193
6.2.1	边界层、尾迹和外部流动	193
6.2.2	边界层的形成	195
6.2.3	对边界层厚度的估计	197
6.3	平面及轴对称不可压缩层流边界层的微分方程和边界条件	198
6.3.1	沿平壁面的二维边界层方程	198
6.3.2	沿曲壁面的平面及轴对称边界层方程	201
6.3.3	定常边界层流动的边界条件	208
6.3.4	Mangler 变换	208
6.4	边界层内流动的一般性质	211
6.4.1	边界层厚度的各种定义	212
6.4.2	边界层对外部位势流动的排挤作用, 边界层的排挤厚度	212
6.4.3	边界层引起的动量损失和动能损失, 动量损失厚度和动能损失厚度	214
6.4.4	壁面摩阻系数和边界层的耗散积分	215
6.4.5	边界层分离和定常边界层分离的条件	216
6.5	不可压缩层流边界层方程的相似性解	218
6.5.1	相似性解的概念	218
6.5.2	沿平板的定常边界层——Blasius 的解	222
6.5.3	沿二维楔的定常边界层——Falkner 和 Skan 的解	230
6.5.4	平壁面收缩通道中的二维定常边界层	238
6.6	平面及轴对称不可压缩定常层流边界层方程的级数解	239
6.6.1	绕柱形物体的平面对称流动	240
6.6.2	绕旋成体的轴对称流动	244
6.7	射流、尾迹和其它自由剪切层	248
6.7.1	平面层流射流	249
6.7.2	零攻角平板的层流尾迹	253
6.7.3	二平行流动之间的层流剪切层	257
6.8	层流温度边界层	260
6.8.1	能量方程的简化, 温度边界条件	260
6.8.2	壁面热传导与摩阻力之间的相似——雷诺比拟	264
6.8.3	沿等温(和绝热)平板的温度边界层	265
6.8.4	沿竖直热平板的自然对流	270
	习题	275
第七章	求解二维不可压缩层流边界层问题的近似方法	278
7.1	引言	278
7.2	局部相似性解	278
7.3	平面及轴对称不可压缩层流边界层的积分关系式	280

7.3.1	平面边界层的动量积分关系式	280
7.3.2	轴对称边界层的动量积分关系式	282
7.3.3	平面边界层的动能积分关系式	283
7.3.4	边界层的捲吸速度	284
7.4	求解动量积分关系式的单参数方法	285
7.4.1	单参数速度剖面 and 相容的边界条件	286
7.4.2	Kármán-Pohlhausen 方法	288
7.4.3	Лойцянский 方法和 Кочин-Лойцянский 方法	293
7.4.4	轴对称问题	304
7.5	利用能量积分关系式的近似方法	305
7.5.1	能量积分关系式的近似积分	305
7.5.2	Weighardt 的双参数方法	307
7.5.3	Weighardt 方法的简化——Tani 方法	308
7.6	Stratford 方法	311
	习题	316
第八章	可压缩流体的层流边界层	318
8.1	引言	318
8.2	常比热完全气体边界层的基本方程和边界条件	319
8.3	$Pr = 1$ 时能量方程的两个特殊积分	322
8.3.1	$Pr = 1$ 时能量方程的第一个积分	322
8.3.2	$Pr = 1$ 时能量方程的第二个积分	323
8.4	沿零压梯度平板的可压缩层流边界层	325
8.4.1	Дородницын 变换	325
8.4.2	采用线性粘性律的近似解	326
8.4.3	参考温度的概念	330
8.4.4	零压力梯度平板可压缩层流边界层的相似性解	331
8.5	具有纵向压力梯度的可压缩层流边界层的相似性解	343
8.5.1	Illingworth-Stewartson 变换	343
8.5.2	$Pr = 1$, $N = \text{常数}$ 时, 具有纵向压力梯度的可压缩层流边界层的相似性解	347
8.5.3	平面流动中的前驻点	356
8.6	任意压力梯度作用下可压缩层流边界层的近似解法	358
8.6.1	局部相似性解方法	358
8.6.2	可压缩层流边界层的积分关系式	359
8.6.3	绝热壁面上可压缩层流边界层的近似解法——Gruschwitz 方法	362
8.6.4	$Pr = 1$, $N = \text{常数}$ 时, 任意压力梯度作用下可压缩层流边界层的近似解法	368
8.7	可压缩流体的轴对称层流边界层	375
8.7.1	Mangler 变换的推广	376

8·7:2	沿零攻角圆锥超音速气流中的层流边界层·····	377
8·7:3	轴对称流动中的前驻点·····	378
习题	·····	381
附录 A	液体和气体的物理性质 ·····	383
A·1	几种常见气体的粘性和热传导性·····	383
A·2	水的粘性和 Prandtl 数·····	384
A·3	几种常见液体和气体的物理性质·····	385
A·4	液态金属的热物理性质·····	391
A·5	计算气体粘性系数的 Sutherland 公式和幂次公式中的常数·····	391
附录 B	柱坐标系和球坐标系中各种矢量微分运算及粘性流体动力学方程的表达式 ·····	392
B·1	柱坐标系·····	392
B·1:1	柱坐标系及柱坐标的拉梅系数·····	392
B·1:2	柱坐标系中梯度、散度、旋度及其它有关矢量微分运算的表达式·····	393
B·1:3	柱坐标系中应变率分量和应力分量的表达式·····	393
B·1:4	柱坐标系中耗散功的表达式·····	394
B·1:5	柱坐标系中粘性流体动力学方程的表达式·····	394
B·2	球坐标系·····	396
B·2:1	球坐标系及球坐标的拉梅系数·····	396
B·2:2	球坐标系中梯度、散度、旋度及其它有关矢量微分运算的表达式·····	396
B·2:3	球坐标系中应变率分量和应力分量的表达式·····	397
B·2:4	球坐标系中耗散功的表达式·····	398
B·2:5	球坐标系中粘性流体动力学方程的表达式·····	398
主要参考书	·····	401
参考文献	·····	401

第一章 导 论

1.1 真实流体和理想流体

流体动力学的研究对象，是流体（通常包括液体和气体）宏观运动的规律以及流体与固体之间相互作用的规律。这里所说的流体与固体之间的相互作用，包括力的相互作用、热的传输、质量的交换等等。

流体运动和流体与固体之间相互作用的规律，既取决于流体所受的外部作用（如外力场）和外部约束（边界条件和初始条件），也取决于流体的物理性质。流体的物理性质是多方面的，就宏观方面来说，有流体的易流性、压缩性、粘性、热传导性、质量扩散性以及流体的诸热力学性质、液体的表面张力性质等等。一种具体的流体（液体或气体）在某一具体的运动情况下，其上述各项物理性质中，往往只有几项是起主要作用的。例如，在液体运动的绝大多数情况下或气体作低速等温运动的情况下，压缩性不起主要作用，因而在这些情况下研究流体运动的规律时，假设流体为不可压缩流体是完全合理的。

易流性，即流体在剪切力作用下将不断发生变形，或者说静止流体不能承受剪切力的性质，是流体区别于固体的基本性质之一。事实上，当任何实际流体作变形运动时，相互接触的流体质点之间都有剪切力的作用，这是流体有粘性的表现。流体的粘性，还表现在与固体接触的流体质点由于分子引力作用而附着于固体表面的现象。另一方面，当流体的温度分布不均匀时，流体中将发生热的传输，这就是流体的热传导性^①。几乎所有的实际流体都有粘性和热传导性。然而，对于大多数粘性和热传导性不大的流体（包括象空气和水这样的最常见的流体），在某些运动场合中，粘性力比惯性力小得多，导热比对流热小得多，因而粘性和热传导性不起主要作用。例如，以后将会说明，当这类流体绕固体流动时，在离固体表面足够远处，流体的速度分布和温度分布都比较均匀，流体的粘性和热传导性便不起主要作用。在这些情况下，可以假设流体是无粘性和无热传导性的，或者，称这样的流体为理想流体。反之，必须考虑其粘性和热传导性的流体称之为真实流体。可以看到，至少就这里定义的“真实流体”而言，并不意味着必须考虑实际流体的一切物理性质。

不可压缩和可压缩理想流体动力学的理论，由于数学上相对比较简单，在本世纪四十年代以前，已经发展得相当完善了。因为理想流体是对真实流体的一种近似，所以理想流体动力学理论，只能在一定条件下对于流动的某些物理量给出与实际相符的结果，而在另外的条件下，对于另一些物理量得到的结果却与实际相差很远。例如，在翼型的亚声速小攻角定常绕流问题中，由理想流体动力学理论得出的升力和压力分布与实验结果的符合是令人满意的，但在阻力问题上，却得出了象达朗贝尔佯谬这样的与实际完全不符的结论^②。至于流场

① 关于流体的粘性和热传导性，在 1.3 节还要详细讨论。

② 达朗贝尔佯谬表明，在无界理想流体中作亚声速匀速运动的任何物体所受的阻力为零。

中的速度分布,在离翼型稍远处,理想流体动力学理论与实验结果是符合的,但在翼型表面附近以及尾缘后面一个薄层区域内,理论结果却与实验结果截然不同。在上面这个例子中,理想流体动力学理论在阻力问题上不能得到正确的结果,正是由于没有考虑流体粘性的缘故。

一般说来,运动流体中的切应力和热传导,总是与流体的阻力、流体运动中能量的耗散、涡旋的产生和扩散、热量的传输等物理现象紧密联系在一起。因此,至少在研究这些物理现象时,必须考虑流体的粘性和热传导性,也就是说,这时应该放弃“理想流体”这个模型,而以真实流体作为研究对象。

如上所述,真实流体与理想流体的主要差别在于:(1)在速度分布不均匀的流场中,前者的质点与质点之间有切应力的作用,而后者没有;(2)在温度分布不均匀的流场中,前者的质点与质点之间有热量的传输,而后者没有;(3)前者附着于固体表面,或者说,在固体表面上流体的速度与固体的速度相同,而后者在固体表面上可能发生相对“滑移”;(4)前者在固体表面上具有与固体相同的温度,而后者在固体表面上流体与固体之间可能有“温度突跃”^①。即使对于粘性与热传导性很小的流体,在固体表面仍然有“无滑移”条件和“无温度突跃”条件,这是真实流体与理想流体截然不同之处。正因为如此,至少在壁面附近的一个区域,粘性和热传导性对流体的运动是起主要作用的。如果流体的粘性很小,或者运动的速度很大,上述壁面附近的区域是一个薄层,称为边界层。对边界层中流体运动规律的研究,是真实流体动力学中的一个重要领域,称为边界层理论。当然,对于那些粘性或热传导性很大的流体(例如润滑油或液态金属等)的运动,或者,对于那些粘性力与惯性力同数量级或粘性力比惯性力大得多的流动(例如空气或水的蠕流),往往需要在整个流动空间,以及在涉及任何流动物理量时,考虑流体的粘性和热传导性。对这类问题的研究,自然也属于真实流体动力学的内容。

1.2 液体和气体的压缩性

液体和气体的压缩性,体现为压力或温度改变时液体和气体密度的改变。在不同情况下,压缩性可用弹性模数、热膨胀系数或状态方程来表示。

1.2.1 液体和气体的弹性模数

如果温度不变,流体中压力的改变量为 Δp ,体积的相对改变量为 $\Delta V/V$,根据实验,

$$\Delta p = -E \frac{\Delta V}{V} \quad (1.2.1-1)$$

式中的 E 称为流体的弹性模数。由于所考虑的流体质量一定, $(V + \Delta V)(\rho + \Delta \rho) = V\rho$,故当 $\Delta V/V$ 不大时, $\Delta \rho/\rho \approx -\Delta V/V$,因而(1.2.1-1)式又可写为

$$\Delta p \approx E \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (1.2.1-2)$$

① 对于稀薄气体或以高超声速绕物体前缘流动的实际气体,在固体表面也可能会有“滑移”和“温度突跃”,本书中不讨论这样的流体和流动。

或

$$E = \rho \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T \quad (1.2:1-3)$$

上式右边的下标“ T ”表示取偏导数时温度不变。

液体的压缩性极小。例如，水的弹性模数 $E_{\text{水}} \approx 2000 \text{ MPa}$ 。也就是说，如果压力增加一个大气压，水的密度增加的相对值约为 $1/20,000$ 。其它液体的压缩性与水类似，也是非常小的，因而在大多数情况下液体可认为是不可压缩流体。

气体的压缩性较为显著。大多数气体在一定参数范围内近似地遵从如下完全气体的状态方程：

$$p = \rho RT \quad (1.2:1-4)$$

对于这类气体， $(\partial p / \partial \rho)_T = RT = p / \rho$ ， $E = p$ ，即弹性模数等于其初始压力。

下面讨论，当研究流体运动时，在什么情况下必须考虑流体的压缩性。假设流体的运动过程基本上是等温的，则根据伯努利方程 $p + \rho V^2 / 2 = p_0$ ，也就是说，速度为 V 的流体质点，其压力 p 相对于滞止压力 p_0 的改变量为 $\rho V^2 / 2$ ，这个改变量称为动压力。根据 (1.2:1-2) 式，其密度相对于滞止密度的改变率应为

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} \approx \frac{1}{E} \frac{\rho V^2}{2} \quad (1.2:1-5)$$

这就说明，如果在流动过程中，动压力 $\rho V^2 / 2$ 比流体的弹性模数 E 小得多，则流体的压缩性可以忽略。在物理学中已经知道，流体中声波的传播速度为

$$a = \sqrt{\frac{\gamma E}{\rho}} \quad (1.2:1-6)$$

其中 γ 为定压比热 c_p 与定容比热 c_v 之比。由 (1.2:1-5) 和 (1.2:1-6) 式可得

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} \approx \frac{\rho V^2}{2E} = \frac{\gamma}{2} \frac{V^2}{a^2} \quad (1.2:1-7)$$

流动速度与声速之比 V/a 称为马赫数 M ，因而上式又可写为

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} \approx \frac{1}{2} \gamma M^2 \quad (1.2:1-8)$$

液体的 γ 值可认为是 1.0，而气体的 γ 值通常具有 1 的数量级，因此，在这种情况下，当马赫数足够小时，流体可认为是不可压缩的。以空气为例， $a = 335 \text{ m/s}$ ， $\gamma = 1.4$ ；如果流动速度 $V < 100 \text{ m/s}$ ，则 $M < 0.3$ ， $M^2 < 0.09$ ，根据 (1.2:1-8) 式， $\Delta \rho / \rho < 0.063$ 。如果以这一密度变化的相对值作为不考虑压缩性的上限，那末，当流动速度大于 100 m/s 时，空气的压缩性就必须考虑。

1.2:2 液体和气体的热膨胀系数

如果流体的压力不变，流体温度的改变量为 ΔT ，体积的相对改变量为 $\Delta V / V$ ，根据实验

$$\frac{\Delta V}{V} = \beta \Delta T \quad (1.2.2-1)$$

上式中的 β 称为流体的热膨胀系数。由于流体质量一定，当 $\Delta V/V$ 不太大时， $\Delta \rho/\rho \approx -\Delta V/V$ ，因而 (1.2.2-1) 式又可写为

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\beta \Delta T \quad (1.2.2-2)$$

或

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (1.2.2-3)$$

上式右边的下标“ p ”表示取偏导数时压力不变。在流体运动的某些情况中，压力的变化不大，而温度有显著的变化，例如，自然对流就是一个典型的例子。在这类流动中，由温度差形成的浮力，是引起流体运动的主要原因。这种浮力与流体的热膨胀系数 β 成正比。

对于近似地遵从完全气体状态方程 (1.2.1-4) 的大多数气体来说， $\beta = 1/T$ 。也就是说，热膨胀系数等于初始温度的倒数。对于液体来说， β 通常小于 $1/T$ ，甚至可能取负值。对于非完全气体（例如蒸汽）， β 可能比 $1/T$ 大得多，特别是在压力很高和很接近饱和状态的情况下。

1.2.3 气体的状态方程和压缩性因数

在一般情况下，气体的压缩性可用状态方程来表示。前面已经说过，大多数气体都在一定参数范围内相当准确地遵从完全气体的状态方程 (1.2.1-4)；其中 R 是一个取决于气体种类的常量，称为气体常数。(1.2.1-4) 式亦可写为

$$p = \frac{R_0}{M} \rho T \quad (1.2.3-1)$$

上式中 M 是气体的分子量， R_0 则是与气体种类无关的通用气体常数，通常可取

$$R_0 = 848 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{mol} \cdot \text{K}$$

以空气为例，其分子量可取空气各成分的浓度加权平均值， $M_{\text{空气}} = 28.97 \text{ kg/mol}$ ，故空气的气体常数

$$R_{\text{空气}} = \frac{R_0}{M_{\text{空气}}} = 29.27 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{kg} \cdot \text{K}$$

定义气体的压缩性因数 Z 为以下无量纲量

$$Z = \frac{p}{\rho R T} \quad (1.2.3-2)$$

按 (1.2.1-4) 式，完全气体的压缩性因数 Z 等于 1。实际上，在更广泛的参数范围内，气体的 Z 是随温度和压力变化的。实验表明，任何气体的压缩性因数可表示为如下函数

$$Z = f\left(\frac{p}{p_{cr}}, \frac{T}{T_{cr}}\right) \quad (1.2.3-3)$$

式中 p_{cr} 、 T_{cr} 分别为临界压力和临界温度^①。(1·2·3-3) 式所表示的关系由图 1-1 和图 1-2 给出。在这两个图中不难看出, 在 $1.8 \leq T/T_{cr} \leq 15$ 和 $0 \leq p/p_{cr} \leq 10$ 这一常见的参数范围内, 完全气体的状态方程 ($Z = 1$) 可准确到 $\pm 10\%$ 的精度

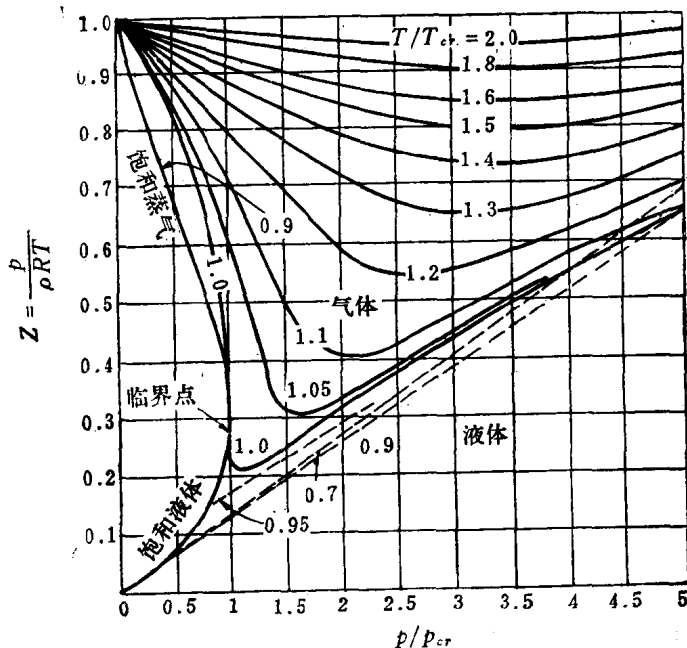


图 1-1 气体的压缩性因数^[1]

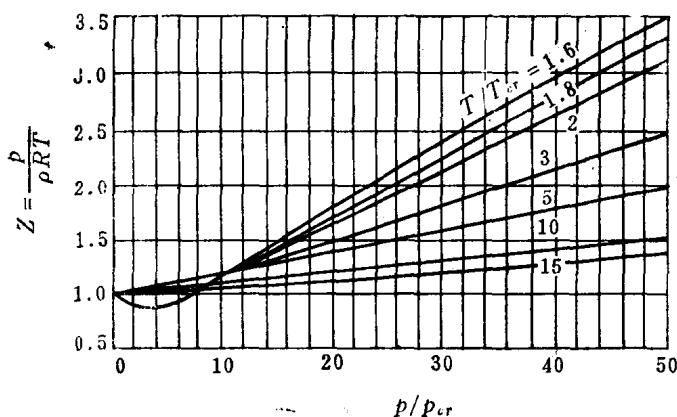


图 1-2 气体的压缩性因数——高温、高压^[1]

1·3 液体和气体的分子传输性质

液体和气体的粘性、热传导性和质量扩散性通称为液体和气体的分子传输性质。因为, 从微观方面来看, 这些性质是非均匀流场中分子运动引起动量、热量和质量传输的结果。当

① 临界温度 T_{cr} 是指当气体的温度高于这个温度时, 无论在怎样大的压力作用下, 气体都不会液化。临界压力 p_{cr} 是当温度为 T_{cr} 时, 使气体液化的最低压力。

流场中速度分布不均匀时, 分子传输的结果产生切应力; 当流场中温度分布不均匀时, 分子传输的结果引起热传导; 在几种成分的混合流体中, 如果某种成分的浓度分布不均匀, 分子传输的结果便引起该成分的质量扩散。表示上述三种分子传输性质的数学关系是相似的。不过, 在多维流场中, 动量是一个矢量, 因而表示其传输量的动量通量 (应力) 是一个张量; 热量和质量都是标量, 因而表示其传输量的热通量和质量通量都是矢量, 在这个意义上来说, 前者与后二者是不同的。

上一节中已经说过, 本书的目的主要是讨论粘性、热传导性等传输性质起主要作用的流体运动, 因此, 有必要先讨论流体的这些传输性质。

1.3.1 液体和气体的粘性

在上节中已经说过, 流体的粘性表现在两个方面, 即 (1) 作变形运动的流体质点之间除有正压力的作用外还有切应力的作用; (2) 在与流体接触的固体表面上, 流体附着于固体。

定量地讨论流体的粘性, 必须确定流体中切应力与变形速率的关系。关于流体作一般运动时的这个关系, 将在第三章的 3.2 节中讨论。这里, 仅以一个简单的实验来说明流体的粘性。

在两块充分靠扰的平行平板之间充满流体 (见图 1-3)。当两块平板中的一块固定不动, 另一块平行于本身的板面以匀速 U 滑动时, 流体便受到均匀剪切力的作用。流体中切应力的作用, 等于维持平板运动所需单位板面面积的力 F 。如果进行这个实验, 可以发现, 对于大多数普通的流体, 在 h 和 U 不太大的情况下^①, 有以下结论:

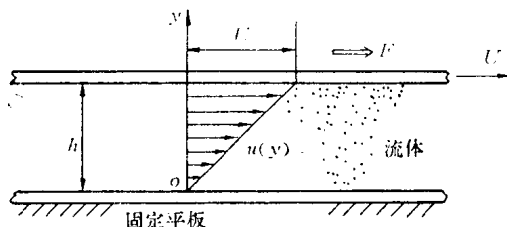


图 1-3 受均匀剪切力作用的流体

1. 流体的速度分布是线性的; 在流体与平板的接触面上, 流体的速度与平板的速度相同。如果将坐标原点取在固定平板的板面上, y 轴自原点指向流体内部, 则流体的速度分布可表示为

$$u(y) = \frac{U}{h} y \quad (1.3.1-1)$$

2. 维持平板运动的单位面积板面上的外力, 正比于 U , 反比于 h , 即流体中的切应力是均匀的, 它可表示为

$$\tau = \mu \frac{U}{h} \quad (1.3.1-2)$$

这里, μ 是一个物性常数, 称为流体的粘性系数。实验和关于分子运动的理论都指出, 在一般情况下, μ 取决于流体的种类以及流体的温度和压力。

为了适合流体运动的一般情况, (1.3.1-2) 式又可写为

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1.3.1-3)$$

^① 否则, 流体将作湍流运动 (见 1.4 节)

十七世纪牛顿在他的名著《自然哲学的数学原理》一书中，讨论了流体的摩擦阻力与流体质点间相对速度的关系。因此，(1·3:1-3)式所表述的事实被称为牛顿定律，即两个运动流体层间的切应力正比于垂直于运动方向的速度梯度。实验表明，大多数常见的流体（包括空气、水和油类）是遵从牛顿定律的，这种流体称为牛顿流体。此外，也有一些流体（例如某些胶溶体和高分子溶液）不遵从牛顿定律，这些流体称为非牛顿流体。本书只讨论牛顿流体的运动。

粘性系数 μ 的量纲^①为

$$[\mu] = [\text{力}][\text{时间}][\text{长度}]^{-2} = [\text{质量}][\text{时间}]^{-1}[\text{长度}]^{-1}$$

在国际单位制中， μ 的单位是帕斯卡秒 (Pa·s)。

在流体力学中，经常要考虑流体所受粘性力与惯性力之比，因而经常遇到的表示流体粘性的参数是粘性系数 μ 与密度 ρ 的比值，称为流体的运动粘性系数，通常用 ν 来表示，

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

而 μ 则称为动力粘性系数。 ν 具有运动学的量纲，即

$$[\nu] = [\text{长度}]^2[\text{时间}]^{-1}$$

在国际单位制中， ν 的单位为米²/秒 (m²/s)。

一般说来，对于一种确定的流体，粘性系数 μ 取决于流体的温度和压力。然而，实验证实，在工程技术通常感兴趣的压力和温度范围内，液体和气体的粘性系数 μ 对压力的依赖关系几乎是可以忽略的。换言之， μ 仅仅与温度有关，即 $\mu = \mu(T)$ 。

实验结果表明，液体的动力粘性系数随温度的升高而迅速减小；又由于液体的密度随温度的变化而变化甚微，因而其运动粘性系数亦随温度的升高而减小。然而，气体的动力粘性系数是随温度的升高而增大的；由于气体的密度随温度的升高而减小，因而当温度升高时气体的运动粘性系数迅速增大。对于空气、水以及其它几种常见的液体和气体，其 μ ， ν 的数值随温度的变化见附录 A。

对于密度不很大的单一成分的气体，在分子运动论中得出了计算其粘性系数 μ 的公式^[2]。但是，在实际计算中使用这些较复杂的公式往往是不方便的。在空气动力学的常规计算中，通常在下列两个公式中选择一个来计算气体的粘性系数：

1. 粘性-温度关系的幂次律

$$\frac{\mu}{\mu_0} \approx \left(\frac{T}{T_0} \right)^n \quad (1\cdot3:1-4)$$

式中， T_0 为绝对温度的参考值， μ_0 为 $T = T_0$ 时流体的动力粘性系数， n 是取决于气体种类的常数，对于大多数气体， n 接近于 0.7。公式 (1·3:1-4) 可由分子运动论的理论推导加上某些近似（简化）得出，式中常数 n 的数值应用实验结果进行修正。对于几种常见的气体， n 的经验数值， T_0 ， μ_0 以及在一定温度范围内应用公式 (1·3:1-4) 的相对误差限见表 1-1。

值得注意，表 1-1 中给出的 n 值，是一个适应较大温度范围的近似值。事实上，在较

① 如果 Q 是一个物理量，我们用 $[Q]$ 表示 Q 的量纲