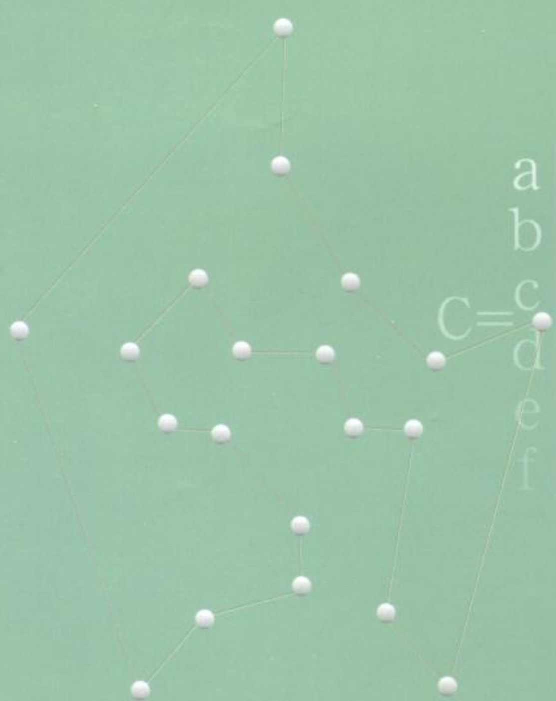
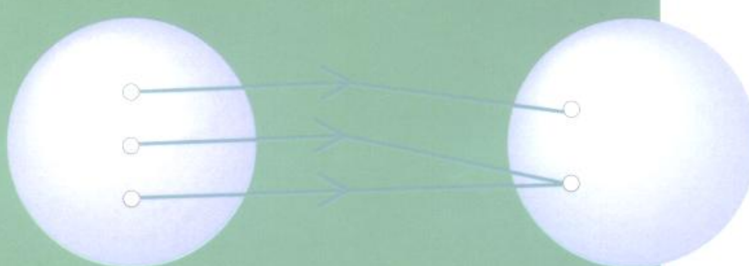
信息管理与信息系统专业系列教材

离散数学

金晶　徐伟　编著



$$C=\begin{array}{c|cccccc|} & a & b & c & d & e & f \\ \hline a & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ b & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ d & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ e & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ f & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$



科学出版社

内 容 简 介

本书阐述了离散数学的基本概念、基本思想和基本方法，内容主要包括数理逻辑、集合论、代数系统与图论四部分，每章后附有丰富的习题，便于加强读者对章节内容的理解与掌握。本书通俗易懂，循序渐进，适合作为计算机相关专业的大专教材，讲授时间约需72学时。本书也可作为有关专业的数学工具书或参考书。

DU98/27

图书在版编目(CIP)数据

离散数学/金晶、徐伟编著.-北京：科学出版社，1999.4
(信息管理与信息系统专业系列教材)

ISBN 7-03-006947-1

Ⅰ.离… Ⅱ.①金…②徐… Ⅲ.离散数学-高等学校-教材
Ⅳ.O158

中国版本图书馆CIP数据核字(98)第38378号

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717

新蕾印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1999年4月第 一 版 开本: 787×1092 1/16
1999年4月第一次印刷 印张: 9
印数: 1—4 500 字数: 193 000

定价: 12.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈环伟〉)

《信息管理与信息系统专业系列教材》
编 委 会 名 单

总 序

中南财经大学是财政部直属的一所以经济学科、管理学科为主，兼有法学、文学、哲学、理学等6个一级学科的、具有50年历史的高等学校。中南财经大学经济信息管理系始建于1978年，1980年开始招收本科生，是继中国人民大学之后在全国高校第二个建立信息管理专业的系，并于1990年，经国务院学位委员会批准建立信息经济硕士点，是全国首批设立的该专业4个硕士点之一。

改革开放20年，正是信息管理与信息系统专业不断建设成长的20年。中南财经大学信息系经过不断的探索和建设，在教学研究、师资队伍建设、教材建设、实验室建设及教学管理等方面均打下了良好的基础。

在专业发展和教材建设中，我们遵循教育必须为社会主义建设服务和必须面向现代化、面向世界、面向未来的要求，20年来，无论是专业目录调整前的管理信息系统专业，还是专业目录调整后的信息管理与信息系统专业，我们都努力在专业建设的深度以及市场经济建设的应用力度上下功夫，力求学生所学的专业知识在实际工作中能派上用场，在教学体系建设及教材建设中力求体现本专业的特色。经过20年的艰苦奋斗与教学科研实践，中南财经大学信息管理与信息系统专业已经建立起规模适当，多层次多形式的办学体系；初步形成多学科有机结合，互相渗透的专业特色；建立了结构合理的教师队伍；具备了比较完善的办学条件；取得了一批先进水平的科研成果；为国家培养了大批受社会欢迎的信息管理专门人才。

为了建设一套有信息管理与信息系统专业特色的教材，我们长期以来在加强基础、拓宽知识面、增强适应性、建立主动适应社会主义建设需要和适应现代科学技术、文化发展趋势的教学内容以及课程结构等方面搜集了大量的素材和案例，特别是在理论联系实际，面向经济建设主战场，强化学生的动手能力，结合最新的科技发展以及在教材中融进各位教师的研究成果上花了不少的精力。1998年我们按照教育部公布调整后的新专业目录，组织了两个小组到兄弟学校调查研究，进行了多次座谈和研讨，进一步明确了**信息管理与信息系统专业的性质是以系统的方法、现代信息处理技术来研究人类管理活动规律及其应用的学科**。它融合了管理学、经济学、计算机科学与技术等学科的知识，以系统观点为指导，运用定性与定量结合的方法及相关学科的研究手段，深入研究并有效地解决社会中各类信息管理问题。本专业的目标是：培养具备现代管理学理论基础、计算机科学技术知识及应用能力，掌握系统思想和信息系统分析与设计方法以及信息管理等方面的知识与能力，能在国家各级管理部门、工商企业、金融机构、科研单位等部门从事信息管理以及信息系统分析、设计、实施管理和评价等方面的高级专门人才。本专业的培养要求是：学生主要学习经济、管理、数量分析方法、信息资源管理、计算机及信息系统方面的基本理论和基本知识，接受系统和设计方法以及信息管理方法的基本训练，具备综合运用所学知识去分析和解决问题的基本能力。本专业的毕业生应具备以下的知识和能力：(1) 掌握信息管理和信息系统的基本理论、基本知识；(2) 掌握管理信息系统的分析方法、设计方法和实现技

术；(3) 具有信息组织、分析研究、传播与开发利用的基本能力；(4) 具有综合运用所学知识分析和解决问题的基本能力；(5) 了解本专业相关领域的发展动态；(6) 掌握文献检索、资料查询、收集的基本方法，具有一定的科研和实际工作能力。

基于上述思想，我们修订了信息管理与信息系统专业教学计划，相应地修订了相关课程的教学大纲，并组建了教材编审委员会，专门研究新教材的编写内容和工作安排，以求制定教材的编写大纲，组织人员编写出有信息管理与信息系统专业特色的教材，供教学之需。经反复讨论研究，确定出版 18 种图书作为“信息管理与信息系统专业系列教材”，即：

《计算机实用技术基础》

《离散数学》

《数据结构》

《数据库原理与设计》

《计算机网络与通信》

《计算机操作系统》

《信息系统分析与设计》

《计算机组成原理》

《多媒体与经济信息管理》

《管理决策分析》

《信息经济学》

《概率论与数理统计》

《运筹学(一)》

《运筹学(二)》

《经济预测方法》

《高等数学》

《线性代数》

《C 语言程序设计》

本套教材得以顺利出版，得到了科学出版社的大力支持，我代表本套教材的各位编写人员向科学出版社表示由衷的感谢！

由于水平所限，在陆续出版的系列教材中错误难免，望读者不吝赐教，以资改进，在此一并致谢！

邱家武

1999 年元旦于中南财经大学

前　言

离散数学是现代数学的一个重要分支。可以说，凡是以离散量作为其研究对象的数学均属于离散数学。计算机科学就有离散性的特点，所以离散数学在计算机研究中的作用十分重要，它为研究计算机科学提供了有力的理论基础和工具。不仅如此，通过学习离散数学，还能培养人们的抽象思维和逻辑推理能力，使之在今后的学习和工作中受益无穷。

离散数学作为一门学科，是计算机科学推动的结果，而学习和研究离散数学，又将推动计算机科学的进一步发展。

本书在内容选取、侧重点等方面均有特色，它包含离散数学的数理逻辑、集合论、代数系统和图论四个方面，分为六章一一阐述。本书文字通俗易懂，可读性强，内容的阐述循序渐进，深入浅出，推演的过程严谨详尽，重要概念都举例予以说明，大部分定理都给出了证明，各章都附有较为丰富的习题。由于在第一章数理逻辑和第五章代数系统中，每节包含的内容丰富、概念多，所以，在这两章中，定义是按节编序号，每节后附习题，在其它四章中定义是按章编序号，每章后附习题。

学习本书无须特殊的先修知识，只要具备一些初等数学知识即可。本书可供计算机专业和计算机相关专业的学生作为教材或参考书使用，也可供其他科学工作者作为数学工具书使用。

在本书的编写过程中，冯发石老师仔细地审阅了全书内容，并提出了指导性的修改意见，使编者深受启发和教益，在此深表谢意。中南财经大学信息系的其他同事们也给予了很多支持和帮助，在此一并表示感谢。

编　者

1998 年 12 月

目　　录

第一章　数理逻辑

人们每天都要从事思维活动,而严谨、清晰的思维会提高人们学习和工作的效率。全面提高人们的思维能力,将会极大地促进现代化建设事业的发展。学习数理逻辑,就是对人们进行思维训练,从而达到提高学习者思维能力的目的。

数理逻辑是用数学的方法来研究思维规律的一门学科。所谓数学方法,即是引进一套符号体系,暂时撇开研究对象的实质,用符号简洁地描述其形式关系的方法。数理逻辑又可称为符号逻辑。它为逻辑设计、机器证明等计算机应用和理论研究提供了数学工具。本章我们仅介绍数理逻辑最基本的内容:命题逻辑和谓词逻辑。

第一节　命题逻辑

一、命题及其表示法

1. 命题

在社会生活中,人们是通过语言来进行思维和表达的。语言的单位是语句,我们这里只研究语句中的陈述句。能表达判断的语句是陈述句。具有真假意义的陈述句我们称之为命题。

下面给出一些语句,来说明命题的概念。

(a) 地球是圆的。

(b) 太阳绕着地球转。

(c) 天气真好啊!

(d) 你去把钢笔拿过来。

(e) 今天你来吗?

(f) 存在外星人。

(g) 碳是一种金属。

(h) 我正在说谎。

(i) 如果你去看电影,那么我也去。

(j) 他既会唱歌,又会跳舞。

以上语句(a),(b),(f),(g),(i),(j) 是命题。(a) 为真,(b),(g)为假,(f) 在目前尚未知其真假,但就它本身而言,是有真假的,所以它也是一个命题。也就是说,判断一个陈述句是不是命题,并不是非知道它的真假不可,我们关注的只是它具有真假这个事实。(a),(b),(f),(g)都是简单句,称之为原子命题。原子命题不能从自身分解出和自身不同的命题。(i),(j)是由两个简单句通过联结词而构成的复合句,称之为复合命题。复合命题是由若干个原子命题通过联结词而构成的新命题。

语句 (c) 是感叹句,(d) 是祈使句,(e) 是疑问句,都不是命题。(h) 是陈述句,但不能

指定它的真假，故不是命题，我们称之为悖论。

命题具有一个“值”，称为真值。若一个命题为真，我们称它的真值为真(TRUE)，用符号“T”或“1”表示；若一个命题为假，我们称它的真值为假(FALSE)，用符号“F”或“0”表示。

我们常用大写的字母或带下标的大写字母来表示命题。例如：

A：地球上没有生物。

P_1：$3+3=6$。

表示命题的符号称为命题标识符。如以上 A，P_1 就是标识符。

如果一个命题标识符表示确定的命题，就称为命题常量。如以上 A，P_1 就是命题常量。

如果命题标识符只用于表示任意命题的位置标志，就称为命题变元。因为命题变元可代表任意命题，没有确定的真假值，所以命题变元不是命题。

2. 命题联结词

前面提到，复合命题是由若干个原子命题经联结词而构成的新命题，那么要将复合命题符号化，首先要将联结词符号化，这样就形成了数理逻辑特有的命题联结词。常用的五种命题联结词如下：

(1) 否定“$\neg$”

定义 1.1.1 设 P 为一命题，则 $\neg P$ 就是一个复合命题，称为命题 P 的否命题。“$\neg P$”读作“非 P”。

若 P 为 T，则 $\neg P$ 为 F；若 P 为 F，则 $\neg P$ 为 T。

命题 P 与 $\neg P$ 的取值关系如下表所示，这样的表称为真值表。

P	$\neg P$
F	T
T	F

命题联结词“$\neg$”相当于语句中的“非”或“并非”。例如：

A：地球上没有生物。

$\neg A$：并非地球上没有生物。

$\neg A$：地球上有生物。

在自然语言中，以上后两个语句有相同含义，所以它们都是命题 A 的否命题。“$\neg$”只联结一个原子命题，是复合命题的一种极限情况。

(2) 合取“$\wedge$”

定义 1.1.2 设 P 和 Q 是两个命题，则 $P\wedge Q$ 是一个复合命题，称为 P 与 Q 的合取。$P\wedge Q$ 称为合取式，读作“P 与 Q”或者“P 并且 Q”。

当且仅当 P 与 Q 同时为 T 时，$P \wedge Q$ 为 T。$P \wedge Q$ 的真值表如下：

P	Q	$P \wedge Q$
F	F	F
F	T	F
T	F	F
T	T	T

命题联结词“$\wedge$”相当于语句中的“并且”、“既是……，又是……”、“不但……，而且……”等联结词。例如：

B：李明会下中国象棋。

C：李明会下国际象棋。

$B \wedge C$：李明既会下中国象棋，又会下国际象棋。

D：地球是方的。

E：我去上课。

$D \wedge E$：地球是方的并且我去上课。

在自然语言中，合取式 $D \wedge E$ 所表示的语句是无意义的，但若确定了 D 和 E 的真值后，$D \wedge E$ 的真值也必确定，所以它仍可成为一个新的命题。在数理逻辑中，我们只关注复合命题与其中各原子命题之间的真值关系，也即抽象的逻辑关系，并不关心它们的具体内容。

(3) 析取“$\vee$”

定义 1.1.3　设 P 和 Q 是两个命题，则 $P \vee Q$ 是一个复合命题，称为 P 与 Q 的析取。$P \vee Q$ 称为析取式，读作“P 或 Q”。

当且仅当 P 与 Q 同时为 F 时，$P \vee Q$ 为 F。$P \vee Q$ 的真值表如下：

P	Q	$P \vee Q$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	T

命题联结词“$\vee$”相当于语句中的“或者”，但自然语言中的“或者”有两种不同的含义：一种是相容的，一种是不相容的。例如：

G：李明是学生。

H：李明是运动员。

复合命题“李明是学生，或者是运动员”中的两个原子命题 G 和 H 是可以同时为 T 的，那么其中的“或者”是在相容意义下使用的，我们称之为“可兼或”。

M：明晨八时我在家休息。

N：明晨八时我去单位上班。

复合命题"明晨八时我在家休息，或者我去单位上班"中的两个原子命题 M 和 N 是不可能同时为 T 的，那么其中的"或者"是在不相容意义下使用的，我们称之为"不可兼或"。

命题联结词"∨"相当于"可兼或"。例如：

$G \vee H$：李明是学生，或者是运动员。

(4) 蕴含"→"

定义 1.1.4 设 P 和 Q 是两个命题，则 $P \to Q$ 是一个蕴含式复合命题。$P \to Q$ 称为蕴含式，读作"如果 P，则 Q"。P 称为蕴含式的前件，Q 称为蕴含式的后件。

当且仅当前件 P 为 T，后件 Q 为 F 时，$P \to Q$ 为 F。$P \to Q$ 的真值表如下：

P	Q	$P \to Q$
F	F	T
F	T	T
T	F	F
T	T	T

从真值表中可见，若前件 P 为 F，则无论后件 Q 取何真值，都"善意"地推定 $P \to Q$ 为 T。蕴含式复合命题表示前件 P 是后件 Q 的充分条件，但不是必要条件。

命题联结词"→"相当于语句中的"如果……，那么……"、"若……，则……"、"只要……，就……"等联结词。例如：

R：太阳绕着地球转。

S：今天天下雨。

$R \to S$：如果太阳绕着地球转，那么今天天下雨。

显然，R 为 F，所以无论 S 取何真值，$R \to S$ 总为 T。

U：它是等边三角形。

V：它是等腰三角形。

$U \to V$：若它是等边三角形，则也是等腰三角形。

显然，若 U 为 T，则 V 必为 T，所以 $U \to V$ 总为 T。说明 U 确为 V 的充分条件。

X：李明买彩票。

Y：李明中奖。

$X \to Y$：如果李明买彩票，那么李明中奖。

因为存在"李明买了彩票而未中奖"的情况，所以 $X \to Y$ 有可能为 F。说明 X 不是 Y 的充分条件。

(5) 等值"↔"

定义 1.1.5 设 P 和 Q 是两个命题，则 $P \leftrightarrow Q$ 是一个等值式复合命题。$P \leftrightarrow Q$ 称为等值式，读作"P 当且仅当 Q"。

当且仅当 P 与 Q 真值相同时，$P \leftrightarrow Q$ 为 T。$P \leftrightarrow Q$ 的真值表如下：

P	Q	$P\leftrightarrow Q$
F	F	T
F	T	F
T	F	F
T	T	T

在自然语言中，没有和命题联结词“$\leftrightarrow$”相当的联结词，“当且仅当”是科学术语，它表示所联结的两个命题具有充分必要条件关系。例如：

A：它是等边三角形。

B：它的三个内角都为 60°。

显然，A 与 B 具有充要条件的关系，所以复合命题“如果它是等边三角形，则它的三个内角都为 60°”具有形式 $A\leftrightarrow B$。

将有“如果……，那么……”形式的复合命题符号化时，需要参照上下文或者前件与后件之间的关系作一定分析，才能推断出应采用蕴含式，还是等值式。

因为若干个原子命题经联结词可构成新命题，所以我们可将联结词看成运算，那么，“$\neg$”是一元运算，“$\wedge$”、“$\vee$”、“$\rightarrow$”、“$\leftrightarrow$”皆为二元运算。

二、命题公式、真值表与等价公式

1. 命题公式

定义 1.1.6　命题公式(简称公式)可按以下法则生成：

① T,F 是命题公式；

② 命题变元是命题公式；

③ 如果 P 是命题公式，则 $\neg P$ 也是命题公式；

④ 如果 P 和 Q 是命题公式，则 $(P\wedge Q)$，$(P\vee Q)$，$(P\rightarrow Q)$，$(P\leftrightarrow Q)$ 都是命题公式；

⑤ 只有按以上法则有限次所得结果才是命题公式。

按照定义，以下的式子：

$(\neg P\vee Q)$，$((P\wedge Q)\rightarrow R)$，$((\neg(P\wedge Q)\vee R)\leftrightarrow S)$

$(\mathrm{T}\wedge Q)$，$(\mathrm{F}\rightarrow S)$，$(((P\rightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow R))\leftrightarrow(P\rightarrow R))$

都是命题公式。而

$(\neg P\vee)$，$(P\rightarrow(\wedge Q))$，$((P\ \neg Q)\leftrightarrow R)$，$P\rightarrow(Q\rightarrow R)$

都不是命题公式。

通常可省略最外层括号以减少圆括号的使用量。如公式 $((P\wedge Q)\rightarrow R)$ 可以写成 $(P\wedge Q)\rightarrow R$。还可通过约定各运算的优先顺序，达到减少圆括号的目的，但本书中我们不这样做。

各种复合命题都可翻译成相应的命题公式。

【例 1-1】　将下列复合命题符号化：

1）如果李明和张华不去看电影，我就去。

2）占据空间的、有质量的而且不断变化的叫作物质。

3）家庭生活困难或者学习成绩优秀的学生可以享受助学金。

4）黄色染料与红色染料合成为棕色或橙色染料。

解

1）设 P：李明去看电影。

Q：张华去看电影。

R：我去看电影。

则命题公式为：$(\neg P \wedge \neg Q) \to R$。

2）设 A：它占据空间。

B：它有质量。

C：它不断变化。

D：它叫作物质。

则命题公式为：$(A \wedge B \wedge C) \leftrightarrow D$。

3）设 X：某学生家庭生活困难。

Y：某学生学习成绩优秀。

Z：某学生可以享受助学金。

则命题公式为：$(X \vee Y) \to Z$。

4）设 M：黄色染料与红色染料合成为棕色染料。

N：黄色染料与红色染料合成为橙色染料。

则命题公式为：$M \vee N$。

2. 真值表

前面提到，命题变元不是命题，那么包含命题变元的命题公式也不是命题。但若将公式中出现的每个命题变元都用一个命题取代它时，那么每个命题变元都有了确定的真值，相应的公式的真值也就被确定了。

公式中所有命题变元的一组确定的取值，称为公式的一组真值指派。含有 n 个命题变元的公式具有 2^n 组不同的真值指派。

定义 1.1.7 列出公式所有真值指派及公式的相应真值的表格，称为公式的真值表。

前面介绍五种命题联结词时所列出的表格都是真值表。

【例 1-2】 构造公式 $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ 的真值表。

解 $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ 的真值表如下：

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \wedge \neg Q$	$\neg P \wedge Q$	$(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$
F	F	T	T	F	F	F
F	T	T	F	F	T	T
T	F	F	T	T	F	T
T	T	F	F	F	F	F

【例 1-3】 构造公式$(P\vee R)\wedge(P\rightarrow Q)$的真值表。

解　$(P\vee R)\wedge(P\rightarrow Q)$的真值表如下：

P	Q	R	$P\vee R$	$P\rightarrow Q$	$(P\vee R)\wedge(P\rightarrow Q)$
F	F	F	F	T	F
F	F	T	T	T	T
F	T	F	F	T	F
F	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
T	F	T	T	F	F
T	T	F	T	T	T
T	T	T	T	T	T

3. *等价公式*

定义 1.1.8　设A和B是两个命题公式，它们含有相同的命题变元$P_1,P_2,\cdots,P_n$，且对任意一组真值指派A与B都有相同的真值，则称公式A和B是等价的公式。记作$A\Leftrightarrow B$。

通过列真值表可证明两公式等价。

【例 1-4】 证明$\neg P\vee Q\Leftrightarrow P\rightarrow Q$。

证明　列出真值表：

P	Q	$\neg P$	$\neg P\vee Q$	$P\rightarrow Q$
F	F	T	T	T
F	T	T	T	T
T	F	F	F	F
T	T	F	T	T

由上表可知，$\neg P\vee Q$与$P\rightarrow Q$的真值完全相同，所以$\neg P\vee Q\Leftrightarrow P\rightarrow Q$。

等价式$\neg P\vee Q\Leftrightarrow P\rightarrow Q$不是命题公式，因为“$\Leftrightarrow$”是用于描述公式间的等价关系而不是命题联结词，与“$\leftrightarrow$”有本质上的区别。

4. *命题定律*

表 1-1 给出一些基本的等价公式，称为命题定律。

表 1-1

对合律	$\neg\neg P \Leftrightarrow P$	E_1
幂等律	$P \vee P \Leftrightarrow P, P \wedge P \Leftrightarrow P$	E_2
结合律	$(P \vee Q) \vee R \Leftrightarrow P \vee (Q \vee R)$	E_3
	$(P \wedge Q) \wedge R \Leftrightarrow P \wedge (Q \wedge R)$	
交换律	$P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P, P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$	E_4
分配律	$P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	E_5
	$P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	
吸收律	$P \vee (P \wedge Q) \Leftrightarrow P, P \wedge (P \vee Q) \Leftrightarrow P$	E_6
德·摩根律	$\neg (P \vee Q) \Leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$	E_7
	$\neg (P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$	
同一律	$P \vee \mathrm{F} \Leftrightarrow P, P \wedge \mathrm{T} \Leftrightarrow P$	E_8
零一律	$P \vee \mathrm{T} \Leftrightarrow \mathrm{T}, P \wedge \mathrm{F} \Leftrightarrow \mathrm{F}$	E_9
否定律	$P \vee \neg P \Leftrightarrow \mathrm{T}, P \wedge \neg P \Leftrightarrow \mathrm{F}$	E_{10}

除表 1-1 中的命题定律外，还有一些重要的等价公式列在下面：

$P \to Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$ E_{11}

$P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \to Q) \wedge (Q \to P) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$ E_{12}

$P \to Q \Leftrightarrow \neg Q \to \neg P$ E_{13}

$(P \wedge Q) \to R \Leftrightarrow P \to (Q \to R)$ E_{14}

【例 1-5】 利用真值表验证等价公式 E_{14}。

证明 列出真值表：

P	Q	R	$P \wedge Q$	$Q \to R$	$(P \wedge Q) \to R$	$P \to (Q \to R)$
F	F	F	F	T	T	T
F	F	T	F	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T
F	T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F
T	T	T	T	T	T	T

由上表可知，$(P \wedge Q) \to R$ 与 $P \to (Q \to R)$ 的真值完全相同，所以 $(P \wedge Q) \to R \Leftrightarrow P \to (Q \to R)$。

其它等价公式的正确性，都可通过列真值表的方法得到验证。

显然，公式间的等价关系，具有如下性质：