

现 代 管 理 丛 书

管 理 运 筹 学

王志学

电子工业出版社



2 017 0864 2

管理运筹学

王志学



电子工业出版社

内容简介

本书详细阐述了工业企业管理中几种常用的运筹学方法。全书共分九章，主要内容包括线性规划、运输及分配问题、投入产出分析、存贮论和动态规划。本书注重实用。可供高等院校工业企业管理工程专业师生做教学用书，也可供工矿企业的经济管理人员和工程技术人员做自学或培训教材。

600-5318
管理运筹学

王志学

责任编辑 张文生 王京波

*

电子工业出版社出版（北京市万寿路）

吉林工学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

开本：850×1168 1/32印张：8.375 字数：222千字

1986年11月第1版1986年11月第1次印刷

印数：19000册 定价：1.80元

统一书号：4290·450

前 言

随着科学技术的不断进步，经济不断地发展，现代管理科学也在迅速地发展。为了满足工业企业及广大读者学习管理科学的需要，我们编写了这套企业管理系列丛书。全书共分为六个分册，即《经营管理学》、《生产组织学》、《管理运筹学》、《质量管理学》、《技术经济学》和《企业管理常用方法的程序设计》。

这套书的特点是，在较为全面阐述企业管理的基本理论和方法的同时，吸收和借鉴了国外现代管理理论和方法，并结合我国近年来在企业管理实践中较为成功的经验，理论联系实际，深入浅出，特别重视了定量的分析。

《管理运筹学》这本书介绍了运筹学中的基本理论和方法，并注意结合管理工程专业的实践和应用。书中编入了大量的例题，可供管理工程类专业的本科和专科生做教材使用，也可供工矿企业、经济管理人員和工程技术人员参考。

《管理运筹学》这本书承何季阳副教授审阅，特此表示致谢。本书编写过程中参考了许多文献和编著，谨向有关作者表示衷心感谢，由于编者水平有限，书中缺点错误在所难免，恳请读者批评指正。

编者

一九八六年十月

现代管理丛书

经营管理学

生产组织学

管理运筹学

质量管理学

技术经济学

企业管理常用方法的程序设计

现代管理丛书编委

主编 潘海珍 杨化民

委员（以姓氏笔划为序）

王玉民 王廷辅 王志学

朱廷昌 杨化民 周立华

尚正明 林树隆 赵文祥

胡喜忠 侯化国 高 瑞

目 录

第一章 线性规划问题及其数学模型	(1)
第一节 线性规划问题的数学模型	(1)
一、引言	(1)
二、几种线性规划问题数学模型的建立	(1)
三、线性规划数学模型的一般形式	(12)
四、线性规划数学模型的特征	(13)
第二节 线性规划问题的标准形式	(14)
一、线性规划的标准形式	(14)
二、线性规划的矩阵表示	(18)
第三节 线性规划问题的图解法	(19)
一、两变量图解法	(19)
二、线性规划的几种特殊情况	(23)
第四节 线性规划问题的解及其性质	(26)
一、线性规划解的基本概念	(26)
二、线性规划的基本定理和基本性质	(29)
三、线性规划的枚举法	(30)
第二章 单纯形法	(33)
第一节 单纯形法引例	(33)
第二节 单纯形法	(38)
一、对应于基(B)的单纯形表	(38)
二、判别定理	(46)
三、换基迭代	(47)
四、求初始可行基的方法	(53)
五、单纯形法的计算步骤	(60)
六、大M法	(63)
第三节 单纯形法举例	(63)
第四节 改进单纯形法	(72)

第三章 对偶规划问题	(79)
第一节 对偶线性规划	(79)
一、对偶问题的提出.....	(79)
二、对偶问题的写法.....	(80)
第二节 对偶规划的基本性质	(83)
第三节 对偶单纯形法	(92)
一、对偶单纯形法的概念及计算步骤.....	(92)
二、初始正则解的求法.....	(96)
第四章 运输问题及解法	(100)
第一节 运输问题的数学模型	(100)
一、运输问题的三种类型及其数学模型.....	(102)
二、运输问题基础可行解的特征.....	(104)
第二节 表上作业法	(108)
一、初始方案的编制.....	(108)
二、最优性检验.....	(113)
三、方案的调整.....	(119)
第三节 不平衡运输问题的解法	(122)
一、产量大于销量的运输问题.....	(122)
二、产量小于销量的运输问题.....	(125)
第四节 运输模型的应用	(127)
一、生产计划问题.....	(127)
二、短缺资源的分配问题.....	(133)
三、转运问题.....	(136)
第五节 图上作业法	(140)
一、无圈交通图的图上作业法.....	(141)
二、单圈交通图的图上作业法.....	(145)
三、多圈交通图的图上作业法.....	(151)
第五章 分配问题及解法	(155)

第一节	分配问题的一般提法	(155)
第二节	匈牙利法	(158)
一、	匈牙利法的变换方法	(158)
二、	匈牙利法的算法步骤	(163)
第六章	灵敏度分析	(166)
第一节	引言	(166)
第二节	目标函数系数的灵敏度分析	(168)
一、	非基变量系数的灵敏度分析	(168)
二、	基变量系数的灵敏度分析	(169)
第三节	约束条件中常数项的灵敏度分析	(171)
第四节	增加新变量的灵敏度分析	(173)
第五节	添加一个新约束条件的灵敏度分析	(175)
第七章	投入产出分析	(177)
第一节	投入产出综合平衡模型的基本结构	(177)
一、	投入产出综合平衡表	(177)
二、	投入产出综合平衡模型的基本方程	(179)
第二节	直接消耗系数和完全消耗系数	(181)
一、	问题的提出	(181)
二、	直接消耗系数的概念及求法	(184)
三、	列昂节夫矩阵	(187)
四、	完全消耗系数的概念及求法	(189)
五、	应用举例	(191)
第三节	企业投入产出综合平衡模型	(192)
一、	企业投入产出综合平衡表	(193)
二、	消耗系数的确定	(195)
第八章	存贮论	(200)
第一节	存贮论引言	(200)
一、	存贮论问题的提出	(200)

二、存贮论的研究对象·····	(201)
三、存贮论的发展过程·····	(201)
第二节 存贮论的基本概念·····	(202)
一、需求·····	(202)
二、补充(订货或生产)·····	(203)
三、费用分析·····	(204)
四、存贮策略·····	(206)
第三节 存贮的 ABC 分类法·····	(207)
第四节 确定性存贮模型·····	(210)
一、〔模型 I〕不允许缺货, 生产时间很短·····	(210)
二、〔模型 II〕不允许缺货, 生产需一定时间·····	(219)
三、〔模型 III〕允许缺货, 生产时间很短·····	(223)
四、〔模型 IV〕允许缺货, 生产需一定时间·····	(227)
第五节 随机性存贮模型·····	(228)
一、引例·····	(228)
二、〔模型 V〕报童模型·····	(231)
三、报童模型的推广·····	(235)
第九章 动态规划·····	(237)
第一节 动态规划的原理和最优化原则·····	(237)
一、多阶段决策问题·····	(237)
二、网络最短路线问题·····	(238)
第二节 动态规划的数学模型·····	(242)
一、动态规划的基本概念·····	(242)
二、动态规划数学模型的建立方法·····	(243)
第三节 动态规划的求解方法·····	(246)
一、动态规划递推公式迭代法·····	(246)
二、动态规划的网络标号法·····	(248)
三、动态规划的表格求解法·····	(250)
第四节 动态规划在管理决策中的应用·····	(252)
一、投资分配问题·····	(252)
二、设备更新的计划问题·····	(255)

第一章 线性规划问题 及其数学模型

第一节 线性规划问题的数学模型

一、引言

线性规划 (Linear Programming 简称 LP) 是运筹学的一个重要分支。其应用范围相当广泛, 概括地说, 它研究的问题主要有两类: 一类是已有一定数量的人力、物质资源, 研究如何充分和合理地利用这些资源, 使完成的任务量最大; 另一类是已确定了一项任务, 研究怎样合理安排, 才能使完成任务所消耗的资源量最小。实际上, 这两类问题是相互联系的, 或者说是一个问题的两种不同提法。总的要求是: 耗费最小量的资源, 完成尽可能多的任务, 获得最佳的经济效果。

二、几种线性规划问题数学模型的建立

下面通过一些例子来说明几种线性规划问题数学模型的建立。

(一) 生产计划问题

例1 某工厂生产A和B两种产品。主要消耗煤、电力和劳动力 (以工作日计) 三种资源。假定每生产一吨A产品需用煤9吨、电力4千瓦、劳动力3个; 而每生产一吨B产品需用煤4吨、电力5千瓦, 劳动力10个, 已知生产一吨A产品获得利润7万元, 生产一吨B产品获利润12万元。现该厂只有煤360吨、电力200千瓦、劳动力300个。问应生产A产品和B产品各多少吨, 才能获得利润最大?

解: 首先将上述条件和要求列成表1-1。

表1-1

资源 \ 产品 消耗	产品		条件限制
	A	B	
煤(吨)	9	4	360
电力(千瓦)	4	5	200
劳动力(工作日)	3	10	300
单位产品获利(万元)	7	2	

为了将上述问题用数学模型表示出来，我们设 x_1 、 x_2 分别表示生产A产品和B产品的数量，单位为吨。

由于生产一吨A产品需要9吨煤，4千瓦电力，3个劳动力，所以生产 x_1 吨A产品就需要 $9x_1$ 吨煤， $4x_1$ 千瓦电力和 $3x_1$ 个劳动力。同样生产一吨B产品就需要 $4x_2$ 吨煤， $5x_2$ 千瓦电力和 $10x_2$ 个劳动力。由已知条件可知，不论生产多少吨A产品，也不论生产多少吨B产品，即不论 x_1 和 x_2 各为多少，它们所消耗的煤不能大于360吨，即可表示为

$$9x_1 + 4x_2 \leq 360$$

类似地，对电力和劳动力可得以下两式：

$$4x_1 + 5x_2 \leq 200$$

$$3x_1 + 10x_2 \leq 300$$

假定只生产A产品，不生产B产品，则有

$$x_1 > 0 \quad x_2 = 0$$

而假定只生产B产品，不生产A产品，则有

$$x_1 = 0 \quad x_2 > 0$$

但这两种情况下绝不会有生产“负产品”的情况，因此，还需要限制 x_1 和 x_2 不能为负值，即

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

以上数学表达式描述了解决实际问题应当满足的条件，我们把这些数学表达式叫做约束条件。

又由已知条件我们知道，生产 x_1 吨A产品可获利润 $7x_1$ 万元，生产 x_2 吨B产品可获利润 $12x_2$ 万元。生产 x_1 吨A产品和 x_2 吨B产品共获得利润为 $7x_1+12x_2$ 万元。现在要求出 x_1 和 x_2 两个变量的值，且使该工厂获得的总利润值

$$z=7x_1+12x_2$$

为最大。

上式是生产计划的目标要求，称为目标函数。

上述问题可以概括为：求某一目标函数在一定约束条件下的最大值问题。因此，例1可归纳为如下的线性规划问题：

求 x_1 、 x_2 满足约束条件

$$9x_1+4x_2\leq 360$$

$$4x_1+5x_2\leq 200$$

$$3x_1+10x_2\leq 300$$

$$x_1\geq 0, x_2\geq 0$$

并且使得目标函数

$$z=7x_1+12x_2$$

为极大值。

通过上例可以看出，要将实际问题归纳成线性规划问题，一般来说，要经过下述几个步骤：

1. 首先要选定所需确定的某些变量。在上例中 x_1 和 x_2 为选定的变量，它们分别表示生产A产品和B产品的数量。

2. 确定与变量有关的给定系数值。如上例中生产一吨A产品或生产一吨B产品所需要的煤、电力、劳动力的数量和可获得的利润值。

3. 确定限制条件的数量限额。在上例中就是可以使用的煤、电力、劳动力的数量限额。

4. 列出约束条件和目标函数的数学表达式。

5. 写出实际问题的线性规划数学模型。就是将实际问题概括为在一定约束条件下, 求一组变量值, 使目标函数达到最大(或最小)值的问题。把实际问题归纳成一个线性规划问题, 就可以运用线性规划的方法进行求解了。关于如何求解, 我们在以后各章节中加以讨论。

在上例中, 我们变换一下问题的角度, 假定该工厂要求所获得的利润不得少于400万元, 其它条件均不改变, 问应如何安排A产品和B产品的生产数量, 才能使耗电量为最少? 这在当前电力能源紧张的情况下, 是具有现实意义的问题。

该问题的数学模型为: 求 x_1, x_2 满足约束条件

$$\begin{cases} 9x_1 + 4x_2 \leq 360 \\ 3x_1 + 10x_2 \leq 300 \\ 7x_1 + 12x_2 \geq 400 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

并且使 $z = 4x_1 + 5x_2$ 达到极小值。

上述两个数学模型的实质是相同的, 都是为了寻求最佳计划安排。

(二) 物资调运问题

例2 假设有三个矿 A_1, A_2 和 A_3 生产矿石, 它们的日产量分别为100、80和50吨, 另外有四个炼铁厂 B_1, B_2, B_3 和 B_4 , 它们每天分别需要矿石50、70、80和30吨。自各矿到各炼铁厂的运价(单位: 元/吨)见表1-2。问应如何调运, 才能使总运费最低?

解: 设从 $A_i (i=1, 2, 3)$ 运往 $B_j (j=1, 2, 3, 4)$ 的矿石数量为 x_{ij} (单位: 吨), 例如 x_{21} 表示由矿 A_2 运往炼铁厂 B_1 的数量。现列表1-3。

因为从矿 A_1 运往四个炼铁厂的矿石的总数应为 A_1 的产量, 即有

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 100$$

表1-2

矿山	铁厂	B_1	B_2	B_3	B_4
	运价				
A_1		1.5	2	0.3	3
A_2		7	0.8	1.4	2
A_3		1.2	0.3	2	2.5

表1-3

炼铁厂	B_1	B_2	B_3	B_4	产量
A_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	100
A_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	80
A_3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	50
需要量	50	70	80	30	230

同理可得

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 80$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 50$$

另外，三个矿供给炼铁厂 B_1 的矿石数量应等于 B_1 的需要量 50 吨，即有

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 50$$

同理可得

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 70$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 80$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 30$$

又因为调运量不可为负数，即

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i=1, 2, 3; j=1, 2, 3, 4)$$

因此，调运方案就是满足下列约束条件的一组变量 x_{ij} ($i=1, 2, 3; j=1, 2, 3, 4$) 的值，约束条件为

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 100$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 80$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 50$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 50$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 70$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 80$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 30$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i=1, 2, 3; j=1, 2, 3, 4)$$

显然，可行的调运方案有很多个。

现在的问题就是要在这么多可行的方案中，找一个运费最少的方案，即：求一组变量 $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34}$ 的值，使它满足上述约束条件，并使目标函数

$$\begin{aligned} z = & 1.5x_{11} + 2x_{12} + 0.3x_{13} + 3x_{14} \\ & + 7x_{21} + 0.8x_{22} + 1.4x_{23} + 2x_{24} \\ & + 1.2x_{31} + 0.3x_{32} + 2x_{33} + 2.5x_{34} \end{aligned}$$

的值最小（即总运费最少）。

此问题的约束条件和目标函数都是变量 x_{ij} 的线性表达式或线性函数，故显然是个线性规划问题。

(三) 配比（营养）问题

例3 一个消费者要购买营养物，且要求其中所含维生素A和C的单位数不能少于9和19。今设有6种营养物都含有这二种维生素，但含量各不相同，单位营养物价格也各不相同，如表1-4所示。问消费者购买6种营养物各多少，才能使既获得必要的维生素A、C又花钱最少？

解：设 x_j ($j=1, 2, 3, 4, 5, 6$) 为购买上述6种营养物之数量，

表1-4

营养物 维生素	每公斤营养物所含维生素 (单位)						所要求维生素 之最小数量
	1	2	3	4	5	6	
A	1	0	2	2	1	2	9
C	0	1	3	1	3	2	19
单位营养物价格	35	30	60	50	27	22	元/公斤

单位为公斤,则由已知条件可把问题变成: 求 $x_j (j=1, 2, \dots, 6)$ 满足下列约束条件

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 + 2x_6 \geq 9 \\ x_2 + 3x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 \geq 19 \\ x_j \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, 6) \end{cases}$$

并使得总费用

$$z = 35x_1 + 30x_2 + 60x_3 + 50x_4 + 27x_5 + 22x_6$$

取得最小值。

通过例3,我们可以把类似的问题概括如下,设有 n 种原料 B_1, B_2, \dots, B_n 制成具有 m 种成份 A_1, A_2, \dots, A_m 的产品,其所含各成份需要量分别不低于 a_1, a_2, \dots, a_m ,各种原料的单价,以及各种原料所含成份的数量如表1-5所示,问应如何配料,才能使产品成本最低?

设取原料 B_j 为 x_j 单位($j=1, 2, \dots, n$),那么这一问题的数学模型为: 求一组变量 $x_j (j=1, 2, \dots, n)$ 的值,使它满足下述约束条件

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n c_{ij}x_j \geq a_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \\ x_j \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, n) \end{cases}$$

并且使目标函数 $z = \sum_{j=1}^n b_j x_j$ 的值最小。

表1-5

原料 一单位原料所含 成份的数量 原料所含 成份名称	原料				产品所含成份 需要量
	B_1	B_2	...	B_n	
A_1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1n}	a_1
A_2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2n}	a_2
⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮
A_m	c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mn}	a_m
单 价	b_1	b_2	...	b_n	

(四) 下料问题

例4 某车间要将长度为10米的棒料，截成长度为3米和4米两种毛坯各100根，问怎样截法，使之所用的原材料最少？

分析：根据经验或简单计算，我们可以知道，在一根10米长的棒料上，可以设计出三种不同的截法 B_1 、 B_2 、 B_3 ，如表1-6所示。

表1-6

毛坯数目 (根) 毛坯种类	截法			毛坯需要量
	B_1	B_2	B_3	
3 米	3	2	0	100
4 米	0	1	2	100
剩下料头(米)	1	0	2	

设用 B_1 种截法截 x_1 根原材料，用 B_2 种截法截 x_2 根原材料，用 B_3 种截法截 x_3 根原材料，于是，这一问题的数学模型为：求变量 x_1 、 x_2 、 x_3 的值，使它满足约束条件