



模拟与混合计算技术

国防工业出版社

模拟与混合计算技术

周炎勋 王正中 邱陶国 编著

国防工业出版社

内 容 简 介

本书系统地介绍了模拟与混合计算技术，重点放在计算方法和应用技术方面。全书共分十二章，实际上形成三个部分。第一部分包括第一、二章，简要介绍了模拟系统的硬件与软件；第二部分包括第三至九章，主要介绍经典的模拟计算方法；第三部分包括第十至十二章，初步介绍了模拟与混合计算技术最近的发展。

本书对于从事电子计算机、自动控制，特别是从事模拟与混合计算技术的工程技术人员有一定的帮助，也可供大专院校有关专业的师生参考。

模拟与混合计算技术

周炎勋 王正中 邱陶国 编著

*

国防工业出版社 出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092¹/₁₆ 印张18¹/₂ 427千字

1980年2月第一版 1980年2月第一次印刷 印数：00,001—11,000册

统一书号：15034·1871 定价：1.90元

80000

前 言

电子计算机从其刚刚出现开始,就沿着两条不同的途径发展。一种是以连续变化的物理量(如电压、机械轴的转角等)表示数学关系式中变量的模拟计算机;另一种是以数码表示数学变量的数字计算机。这两种计算机都有其各自的特点。一般说来,前者的计算速度快、使用灵活、直观;后者计算精度高,具有很强的存储能力和逻辑功能。六十年代发展起来的数字-模拟混合计算机,即由模拟计算机和数字计算机通过中间界面连接起来的计算系统,综合了两种计算机的优点,它已经成为一种十分有效的计算装置。混合系统的出现,使模拟计算技术进入了一个新的阶段。

随着科学技术的发展,模拟与混合计算技术的应用范围日益广泛,例如:宇宙飞船、人造卫星、飞机、导弹、热核反应堆和火炮控制系统的研究、设计和试验;电力配电系统、交通运输和生产过程的自动控制;热力学、流体力学、电子光学以及生理学的研究;对宇航员和飞机驾驶员的训练等等。其基本用途是:(1)作为计算工具,如求解常微分方程、代数方程、偏微分方程、非线性方程或变参数方程,特别是对于需要大量运算次数的统计分析和寻优计算是一种强有力的计算工具;(2)作为实际物理系统的数学模型进行仿真试验;(3)作为自动控制系统中的控制装置;(4)作为教学和训练设备。

我国在发展模拟计算机方面已经有近二十年的历史,近几年来在混合计算技术方面也已进行了很多研究。但这方面的中文书籍十分缺乏,尤其对于模拟计算技术的最新发展很少有介绍,远不能适应现代技术发展的需要。因此,广大从事模拟计算技术的研究、应用和教学的同志们都十分希望能有一本系统地介绍这一门技术的书籍。作者受同志们的热情委托,写成此书,正是为了在极为有限的程度上想弥补这一不足。

本书是一本系统介绍模拟与混合计算技术的书籍,重点放在计算方法和应用技术方面。但是,为了使读者能对计算机本身有一个系统的了解,对模拟计算机及混合计算机的硬件和软件也作了简要的介绍。全书共分十二章,实际上形成三个部分。第一部分包括第一、二两章,简要介绍了计算机硬件和软件;第二部分是从第三章至第九章,主要介绍经典的模拟计算方法;第三部分包括第十章至第十二章,初步介绍模拟与混合计算技术最近的发展。

本书内容较多,涉及面很广,但由于篇幅所限,故不可能在每个方面都作更详细的论述。限于作者的水平,内容上也难免有许多缺点和错误,敬请广大读者批评指正。

本书在写作过程中,曾得到许多从事模拟计算机研制和应用的同志支持、鼓励和帮助,特别是荣本韦、王玉聪两同志对本书的写作提出了宝贵意见。在此,谨致谢忱。

编著者

1977.11.

目 录

第一章 模拟计算机

1.1 低速模拟计算机	1
1.2 基本运算部件	2
1.2.1 系数器	2
1.2.2 加法和积分器	4
1.2.3 乘法器	9
1.2.4 函数产生器	12
1.3 计算机系统	16
1.3.1 模拟程序的编排	16
1.3.2 系数的自动设置	16
1.3.3 状态控制	17
1.3.4 参考电源	19
1.3.5 显示记录设备	19
1.4 迭代模拟计算机	19
1.5 数控运算器(积分器和 开关加法器)	21
1.6 模拟存储器(跟踪-保持电路)	22
1.7 时序发生器	24
1.8 数字逻辑排题板	25
1.9 模拟量/逻辑量转换装置	26
参考资料	26

第二章 混合计算机

2.1 概述	27
2.2 混合计算机中的模拟计算机	29
2.3 混合计算机中的数字计算机	32
2.4 转换装置	33
2.4.1 数/模转换器(DAC)	33
2.4.2 模/数转换器(ADC)	35
2.5 中间界面硬件	39
2.5.1 输入/输出通道	39
2.5.2 模/数转换器(ADC)	41
2.5.3 数/模转换器(DAC)	41
2.5.4 中断系统	42
2.5.5 直接存取通道	43

2.5.6 读出线	43
2.5.7 控制寄存器	44
2.5.8 地址寄存器和数据寄存器	44
2.6 中间界面系统组合	44
2.6.1 数字计算机的输入与输出	46
2.6.2 模拟/数字转换	47
2.6.3 16路的多路扫描器	48
2.6.4 数字/模拟转换	49
2.6.5 中断系统	49
2.6.6 对模拟机的控制	49
2.6.7 状态控制	50
2.6.8 独立数控积分器的控制	50
2.6.9 信号选择器的控制	51
2.7 混合计算机软件	51
2.7.1 混合计算机软件的作用及特征	51
2.7.2 混合计算机程序	53
2.7.3 混合应用软件	55
2.8 系统仿真计算机的进展 及展望	61
2.8.1 概述	61
2.8.2 运算速度的定量比较方法	61
2.8.3 未来的混合计算机	63
2.8.4 全数字并行仿真的进展	65
2.8.5 结束语	68
参考资料	69

第三章 模拟计算机的一般排

题、检验和误差分析

3.1 模拟结构图的建立	71
3.1.1 一阶微分方程组模拟结构 图的建立	71
3.1.2 高阶微分方程模拟结构 图的建立	72
3.2 对原始方程的改写——求机 器方程	73
3.2.1 参数法	73
3.2.2 化为一阶微分方程组	75

3.3 选择比例尺	76
3.3.1 幅值比例尺	76
3.3.2 比例尺法	77
3.3.3 标么法	78
3.3.4 时间比例尺	79
3.3.5 变比例尺	81
3.4 最大值的估计	81
3.4.1 二阶方程的最大值估计	82
3.4.2 等系数律	83
3.5 工作程序与检验方法	84
3.5.1 一般工作程序	84
3.5.2 检查内容与检查方法	85
3.6 误差分析简介	87
3.6.1 运算部件的误差	87
3.6.2 几种典型误差分析方法	89
3.6.3 线性二阶常系数微分方程的 误差分析	93
3.6.4 提高解题精度的若干方法	94
参考资料	98

第四章 隐函数法

4.1 概述	99
4.2 稳定性问题	99
4.3 一阶动态误差	100
4.4 典型电路之一——乘法器 的应用	101
4.4.1 除法: $x = \pm y_1/y_2$	101
4.4.2 开方: $x = \pm \sqrt{y} \quad y > 0$	102
4.4.3 求 y 的 n 次开方根: $x = y^{1/n}$	103
4.4.4 坐标转换	103
4.5 典型电路之二——各种函数 产生器的应用	105
4.5.1 用正弦函数产生器求反三角函数 和坐标转换	105
4.5.2 用对数函数产生器求指数函数和 任意方幂函数	106
4.6 关于稳定性问题的进一步 讨论	107
4.6.1 当 $\frac{\partial F}{\partial x}$ 在解题范围内两种极性 都存在的情况	107
4.6.2 电路中包含窄带伺服系统时	

的稳定性

参考资料

第五章 传递函数的模拟

5.1 传递函数和频率响应	111
5.2 连续积分法	112
5.3 代换法	113
5.4 伴随方程法	114
5.4.1 方法 I	114
5.4.2 方法 II	116
5.5 传递函数的模拟图表	117
5.6 用复合网络模拟传递函数	126
5.6.1 传递阻抗	126
5.6.2 五阻抗网络分析	133
5.7 恒定时延	136
5.7.1 帕德全通近似	136
5.7.2 曲线拟合法	138
5.7.3 利用切比雪夫范数的最佳近似	138
参考资料	141

第六章 非线性系统的模拟

6.1 概述	142
6.2 用比较继电器模拟 非线性现象	142
6.2.1 限幅特性	142
6.2.2 积分器的限幅特性	143
6.2.3 死区	143
6.2.4 回环或间隙特性	144
6.3 用二极管电路模拟非线性特性	144
6.3.1 反馈限幅器	145
6.3.2 桥式限幅器	145
6.3.3 双稳触发器和多谐振荡器	147
6.3.4 死区和回环电路	147
6.3.5 最大值和最小值电路	148
6.4 理想二极管电路	148
6.4.1 绝对值和死区	149
6.4.2 限幅电路	150
6.4.3 积分器的限幅特性和回环特性	150
6.4.4 最大值和最小值电路	150
6.5 其它非线性特性的模拟	151
6.5.1 死区和具有死区的比较器	151

6.5.2 继电器特性的模拟	152
6.5.3 线绕电位计特性的模拟	152
6.5.4 静摩擦和动摩擦	152
参考资料	153

第七章 代数方程求解

7.1 矢量和矩阵的基本知识	155
7.1.1 矢量和矩阵的基本定义	155
7.1.2 矩阵的基本运算	158
7.1.3 特征根和正稳定矩阵	159
7.2 解线性方程组	160
7.2.1 直接法	160
7.2.2 转置法	160
7.2.3 重排法	161
7.2.4 用迭代法提高精度	165
7.3 最快降落法	165
7.3.1 基本原理	165
7.3.2 两个常用的正定函数	166
7.3.3 例题	167
7.4 用于非线性方程的重排法	169
7.4.1 重排法的可能性	169
7.4.2 人工重排法	170
7.4.3 自动重排	170
7.5 一阶动态误差	172
参考资料	175

第八章 变参数系统的模拟研究方法

8.1 概述	176
8.2 变参数系统的模拟编排	177
8.2.1 方法 I	177
8.2.2 方法 II	178
8.3 随机信号的统计特性	180
8.3.1 自相关函数和互相关函数	181
8.3.2 功率谱密度	182
8.4 权函数	183
8.5 线性系统对平稳白噪声的响应	184
8.6 伴随法	185
参考资料	191

第九章 偏微分方程求解

9.1 解一阶偏微分方程的柯西特征法	192
9.2 分离变量法	194
9.2.1 分离变量法的原理	194
9.2.2 例题	196
9.3 有限傅里叶变换法	198
9.3.1 有限傅里叶变换公式	198
9.3.2 用有限傅里叶变换解偏微分方程	200
9.4 有限差分法	202
9.4.1 有限差分公式	202
9.4.2 一维热传导方程解法	205
9.4.3 梁振动方程解法	207
9.4.4 四阶误差公式的应用	209
9.5 连续空间离散时间方法	214
参考资料	215

第十章 迭代模拟计算机的一般运用

10.1 低速全并行运算中的子程序	216
10.1.1 产生函数	216
10.1.2 时延环节	217
10.1.3 特殊部件的分时	218
10.2 连续存储——函数存储技术	218
10.3 求解多重积分	220
10.4 求解偏微分方程	221
10.5 求解积分方程	222
10.6 随机过程的统计计算	224
10.7 数控系统仿真	227
参考资料	228

第十一章 寻优技术

11.1 参数寻优问题	229
11.2 迭代寻优方法	232
11.2.1 梯度法	232
11.2.2 随机法	238
11.3 步距的选择和结果的判断	241
11.4 随机过程的统计寻优	241

11.5 混合计算机参数寻优	242	12.2.2 数字查表和混合码内插方式	262
11.6 函数寻优问题	247	12.2.3 数字查表和模拟内插方式	263
11.7 极大值原理及其模拟 计算方法	249	12.2.4 混合多变量函数的特殊应用—— 模拟程序的函数编排方法	267
11.7.1 极大值原理	249	12.3 数控系统的混合仿真	269
11.7.2 极大值原理的模拟计算方法	250	12.3.1 模拟机部份的编排	270
11.8 直接法	252	12.3.2 逻辑部件的编排	271
11.8.1 用迭代模拟机求解: 有限 差分法	252	12.3.3 数字计算机程序流程图	271
11.8.2 用混合计算机求解: 梯度法	253	12.4 连续系统的混合仿真	272
11.9 随机摄动法	253	12.4.1 一般步骤和应考虑的问题	272
11.9.1 方法 I: 用数字式噪声	254	12.4.2 [举例]: 导弹飞行动力学的 混合仿真	273
11.9.2 方法 II: 用模拟式噪声	254	12.5 混合计算中的误差分析	280
11.10 脉冲摄动法	255	12.5.1 误差的来源	280
参考资料	257	12.5.2 采样信号的频谱和采样定理	281
第十二章 混合计算		12.5.3 量化误差	282
12.1 概述	259	12.5.4 时延	284
12.2 混合计算机产生函数的方法	260	12.5.5 信号恢复误差	284
12.2.1 数字查表和数字内插方式	262	12.5.6 误差的补偿方法	286
		参考资料	288

第一章 模拟计算机

1.1 低速模拟计算机

模拟计算原理是以不同物理系统在数学描述上的相似性为基础的。一个由质量、线性弹簧和阻尼组成的简单机械系统在外力作用下的数学描述，与一个由电感、电阻和电容组成的电系统在外加干扰信号作用下的数学描述，两者是相似的。它们都可以被描述为二阶线性微分方程(1.1)的形式。

$$a_1 \frac{d^2 X}{dt^2} + a_2 \frac{dX}{dt} + a_3 X = f(t) \quad (1.1)$$

它们的参数之间具有相互对应的关系，如 L (电感) 与 m (质量) 两者都正比于 a_1 。因此，我们可以利用其中任何一个系统来研究另一个系统。这种研究方法，称为直接相似法。

通用电子模拟计算机就是基于上述原理构成的。但它并不是简单的直接相似，而是利用具有各种数学模型特征的典型电路，组成各种典型的基本运算部件（如加法器、乘法器、积分器等）。这种基本运算部件的输入和输出是电压。它们之间可以连接起来，以完成更复杂的

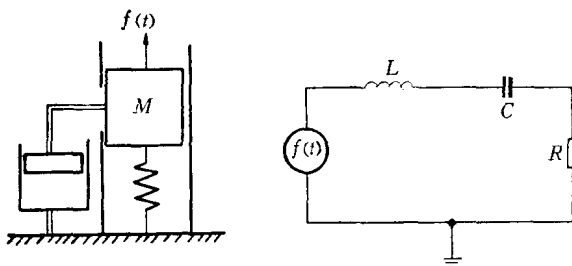


图1-1 机械系统和电系统

数学运算。因此，用电子模拟计算机研究某个系统，就只要研究描述这个系统的数学模型就可以了。由于采用电子模拟计算机求解微分方程是方便而有效的，因此，电子模拟计算机也常称之为电子模拟微分分析器。

电子模拟计算机是一种并行运算的机器，这就是说，所有的运算部件都同时进行运算。编制电子模拟计算机程序，就是设计模拟运算部件的连接框图，这与电子数字计算机的程序设计完全不同。

在电子模拟计算机中，实际参加运算的变量是电压，它对应于要求解的数学方程的数学变量。通常采用 ± 100 伏或 ± 10 伏作为机器变量的满标度。为了使数学变量与机器变量在满标度上相对应，以充分利用机器变量的动态范围，需要适当地选择幅值比例系数 a_y 。若数学变量为 x_i ，机器变量为 X_i ，则有

$$X_i = a_y \cdot x_i \quad (1.2)$$

同理，当模拟计算机求解带有时间变量 t 的问题时，由于不同研究对象的时间变化悬殊，而模拟计算机的频率响应范围是有限的，因此，必须适当选择时间比例系数 a_t ，使之与模拟计算机的频率响应范围相适应。若真实时间变量为 t ，机器时间变量为 τ ，则有

$$\tau = a_t \cdot t \quad (1.3)$$

电子模拟计算机基本运算部件的图形符号及运算关系如图 1-2 所示。

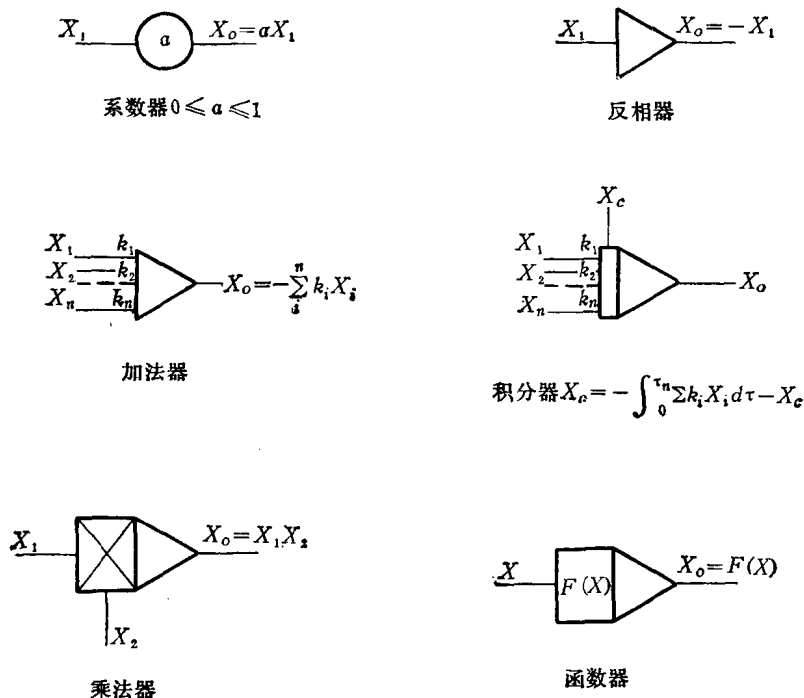


图1-2 基本运算部件的图形符号
图中所有 X_i 均为随时间变化的电压。

使用电子模拟计算机求解数学方程的步骤如下：

- (1) 根据给定对象的数学方程及数学变量的变化范围选择 a_i 及 a_r , 并写出 机器方程。
- (2) 根据机器方程选择适当的 运算部件, 设计模拟部件编排图。
- (3) 设置系数值及初始条件, 校验设置值及程序编排是否正确。
- (4) 执行计算。
- (5) 记录所需变量的变化曲线及特定点的数值。
- (6) 清除、修改系数和初始值, 准备进行下一计算循环。

一个典型的电子模拟计算机系统框图见图 1-3。

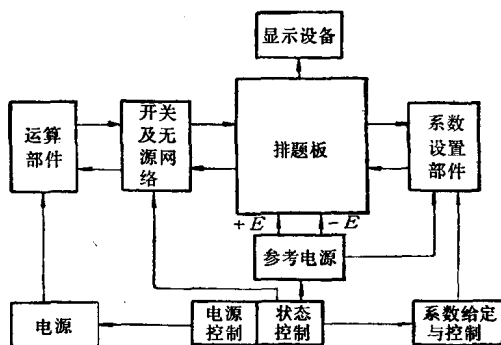


图1-3 典型电子模拟计算机系统框图

1.2 基本运算部件

1.2.1 系数器

系数器用以实现机器变量 E 与常系数 α 的相乘。常用的系数器是多圈线绕电位计, 实际上它是一个可调的电阻分压器。采用多圈线绕电位计是为了获得高的分解度和线性度。

它有两种应用方式：双端工作方式及三端工作方式，如图 1-4 所示。

在双端工作情况下，其运算关系为： $E = \alpha E_0$ ，其中 $0 \leq \alpha \leq 1$ 。在三端工作情况下，运算关系为： $E_0 = [\alpha E_1 + (1 - \alpha) E_2]$ ，其中 $0 \leq \alpha \leq 1$ 。当考虑负载 R_L 的影响时，则运算关系式分别为：

双端工作方式

$$E_0 = \alpha E_1 \left[1 - \frac{\alpha (1 - \alpha) (R/R_L)}{1 + \alpha (1 - \alpha) (R/R_L)} \right]$$

三端工作方式

$$E_0 = [\alpha E_1 + (1 - \alpha) E_2] \left[1 - \frac{\alpha (1 - \alpha) (R/R_L)}{1 + \alpha (1 - \alpha) (R/R_L)} \right]$$

(1.4)

式中， $0 \leq \alpha \leq 1$ 。

对系数 α 的设置基本有两种方式。一种是角度设置方式，其 α 的设定和读出主要靠一个带有游标尺的刻度盘（分度可以到 0.1%），依靠准确的角度设置来给定系数 α 。其设置精度主要取决于电位计的线性度。若考虑到负载的影响，则设置系数时应根据式 (1.4) 对系数值加以修正。另一种是电压平衡设置方式，如图 1-5 所示。

被设置的电位计一端接地，另一端转接至机器的参考电压，将电位计的输出端电压（在带有负载的情况下）与一个精确给定的电压值 E 去比较，两者的差动电压 Δe 被送至高阻抗指零仪表或电位计伺服系统输入端，人工或自动地使 Δe 趋近于零。设置精度主要取决于精确电压给定装置及平衡系统的精度。

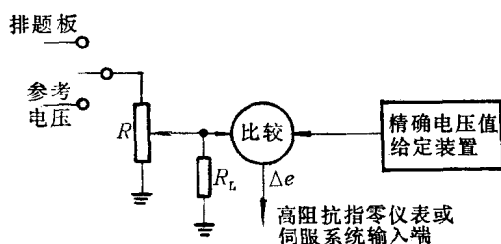


图1-5 用电压平衡方式设置系数

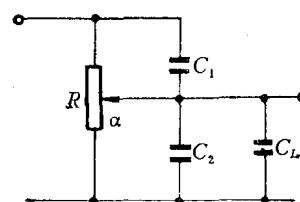


图1-6 多圈线绕电位计式系数器的等效电路

在采用多圈线绕电位计时，由于电阻丝与绕线支架间分布电容的影响，在动态工作情况下将会引入一定的相位误差。一个简化的等效电路如图 1-6 所示。

当电位计输入信号频率为 ω 时，其相信误差为

$$\Delta\Phi = \omega RC_1 (1 - \alpha) \left(1 - \alpha \frac{C_1 + C_2 + C_L}{C_1} \right) \quad (1.5)$$

虽然采用多抽头外加电容补偿的方式来减小相位误差是有效的，但会增加制作上的困难。若采用合成膜的多圈电位计，则可以获得很高的分解度，并且，其动态误差极小。不过，其线性度较差。

对于满标度为 ± 100 伏的机器，常用多圈线绕电位计的参数为：圈数，10 圈；阻值，50 千欧；线性度，0.1%；功耗，2 瓦； $C_1 = C_2$ ，200 微微法。

1.2.2 加法器和积分器

加法器和积分器分别是用以完成机器变量的相加和积分的运算部件。它们的实现主要基于深负反馈的原理。利用高增益直流运算放大器和输入、反馈回路的组合,可以完成机器变量的各种运算关系。图 1-7 所示的运算放大器,其静态增益为 $-G$, 输入阻抗为 Z_i , 反馈阻抗为 Z_f , 其输入与输出间的传递关系为

$$E_0 = \frac{-\sum_{i=1}^N \frac{Z_f}{Z_i} E_i}{1 + \frac{1}{G} \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{Z_f}{Z_i} \right)} \quad (1.6)$$

$$\text{当 } G \gg \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{Z_f}{Z_i} \right), \text{ 则 } E_0 \approx -\sum_{i=1}^N \frac{Z_f}{Z_i} E_i \quad (1.7)$$

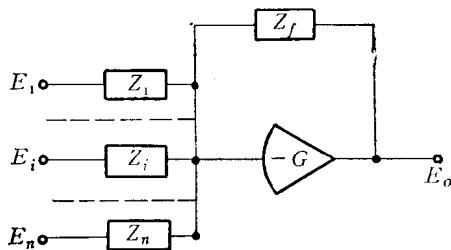


图 1-7 运算放大器电路

若 $Z_i = R_1, R_2, \dots, R_N$; $Z_f = R_f$ (见图 1-8 a), 则有

$$E_0 = \frac{-\sum_{i=1}^N \frac{R_f}{R_i} E_i}{1 + \frac{1}{G} \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{R_f}{R_i} \right)} \quad (1.8)$$

$$\text{当 } G \gg \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{R_f}{R_i} \right), \text{ 则 } E_0 \approx -\sum_{i=1}^N \frac{R_f}{R_i} E_i \quad (1.9)$$

这就是加法器的运算关系。

若 $Z_i = R_1, R_2, \dots, R_N$; $Z_f = C_f$ (见图 1-8 b), 则有

$$E_0 = \frac{-\sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i C_f S} E_i}{1 + \frac{1}{G(S)} \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i C_f S} \right)} \quad (1.10)$$

式中, $S = d/dt$, 是微分算子。若信号是角频率为 ω 的正弦波, 则 $S = j\omega$ 。当 $|G(j\omega)| \gg$

$$\left| \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i C_f j\omega} \right) \right|, \text{ 则}$$

$$E_0 \approx -\sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i C_f S} E_i \quad (1.11)$$

这就是积分加法器的运算关系。

显然, 上述运算关系都是在理想情况下获得的。由于直流放大器不可能具有无限的增益和频率响应, 并且存在电压漂移、电流漂移和噪声, 输入及反馈元件也不是完全理想的

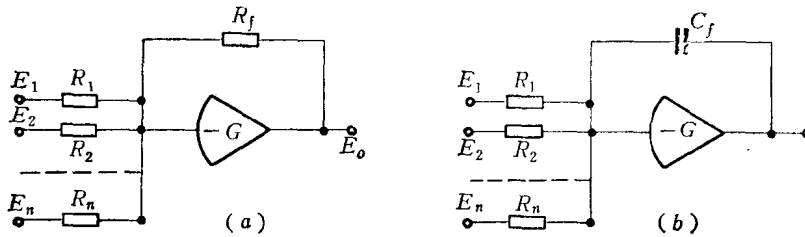


图1-8 (a) 加法器电路; (b) 积分加法器电路

电阻或电容, 因此, 实际上, 都将引入一定的误差。这些误差主要有下述几种:

1. 有限增益引入的误差

考虑到增益 G 为有限值时, 不能简单地忽略 $\left(1 + \frac{Z_f}{Z_i}\right)$ 项, 此时运算放大器输入和输出的关系为

$$E_0 = - \sum_{i=1}^N \frac{Z_f}{Z_i} E_i \left[1 - \frac{\left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{Z_f}{Z_i}\right) / G}{1 + \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{Z_f}{Z_i}\right) / G} \right] \quad (1.12)$$

方括号中的后项即为有限增益引入的误差。由于现代模拟机中运算放大器的直流增益为 $10^6 \sim 10^8$, 所以, 有限增益引入的误差影响是较小的。

2. 漂移和噪声引入的误差

假设折合到运算放大器输入端的漂移电压为 e_d , 高频噪声为 e_N , 则考虑 e_d 和 e_N 时的运算放大器输入和输出的关系为:

$$E_0 \left[1 + \frac{1}{G} \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{Z_f}{Z_i} \right) \right] = - \sum_{i=1}^N \frac{Z_f}{Z_i} E_i - \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{Z_f}{Z_i} \right) (e_d + e_N) \quad (1.13)$$

设 $G \gg \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{Z_f}{Z_i} \right)$, 则

$$E_0 \approx - \sum_{i=1}^N \frac{Z_f}{Z_i} E_i - \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{Z_f}{Z_i} \right) (e_d + e_N) \quad (1.14)$$

式中, 第一项为理想的输出; 第二项是由于漂移和噪声引入的误差。高质量自稳零运算放大器的漂移电压 e_d 约为 5~50 微伏, 高频噪声电压 e_N 大约在 5~500 微伏之间 (有效值)。一般说来, 由于高频噪声总是在计算频率范围之外, 并且因为通过解算回路中的积分部件被衰减, 所以高频噪声往往影响较小。对于 e_d , 在加法器的情况下, 若 $\sum_{i=1}^N \frac{R_f}{R_i} = 1$, $e_d = 50$ 微伏, 则根据式 (1.4), 折合到输出端的漂移电压为

$$E_d = \left(1 + \frac{Z_f}{Z_i} \right) e_d = 2 e_d = 100 \text{ 微伏} \quad (1.15)$$

若 $\sum_{i=1}^N \frac{R_i}{R_i} = 33$, 则 $E_d = 34e_d = 170 \sim 1700$ 微伏。由此可见, 运算放大器的传递系数越大,

折合到输出端的漂移影响也越大。 e_N 的影响也是一样。因此, 使用时最好均匀地分配回路增益。在积分器情况下, 考虑到 e_d 时积分器输出电压为:

$$E_0 = - \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i C_i S} E_i - \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i C_i S} \right) e_d \quad (1.16)$$

除了引入一个附加误差电压 e_d 外, 还引入了一个随时间变化(增长)的误差电压

$-\sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i C_i} e_d t$ 。若 $-\sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i C_i} = 1$, 当 $e_d = 50$ 微伏, $t = 100$ 秒时, 则 $E_d = 5$ 毫伏。

3. 电流漂移引入的误差

设漂移电流为 I_g , 考虑到 I_g 时的输入和输出电压关系为

$$E_0 = - \frac{\sum_{i=1}^N \frac{Z_i}{Z_i} E_i - I_g Z_f}{1 + \frac{1}{G} \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{Z_i}{Z_i} \right)} \quad (1.17)$$

当 $G \gg \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{Z_i}{Z_i} \right)$, 则有

$$E_0 = - \sum_{i=1}^N \frac{Z_i}{Z_i} E_i - I_g Z_f \quad (1.18)$$

在加法器的情况下, 电流漂移将在输出端引入一个误差电压 $E_g \approx I_g R_f$ 。若 $I_g \approx 10^{-10}$ 安, $R_f = 1$ 兆欧, 则 E_g 近似为 100 微伏, 因此, 由于电流漂移所引入的误差的影响不大。在积分器的情况下, 误差电压 $E_g \approx I_g t / C_f$, 现代高质量运算放大器的漂移电流约为 $10^{-10} \sim 10^{-12}$ 安, 当 $C = 1$ 微法时, 将引入 $10^{-4} \sim 10^{-6}$ 伏/秒的误差。因此, 在开环积分的情况下, 必须考虑这一误差在长时间运算时的影响。

4. 由于输入和反馈回路元件不理想所引入的误差

按反馈原理构成的线性运算放大器, 如加法器、积分器等, 其运算精度直接与输入及反馈回路元件的品质有关。图 1-9 所示为一个实际电阻的等效电路。对于一般低速型模拟计算机, 输入和反馈电阻大多是采用精密无感线绕电阻, 其静态精度为 $(0.1 \sim 0.01)\%$, 温度稳定度为 $(10^{-5} \sim 10^{-6}) R_0 / ^\circ\text{C}$ 。当采用无感线绕工艺时, 在运算频率范围内 ($\omega < 100$ /秒), 其漏感 L_0 的影响可以忽略, 寄生电容 C_R 的数值一般约为 $1 \sim 10$ 微微法。在高速型模拟计算机中, 常采用精密金属合成膜电阻。其静态精度 $\leq 0.1\%$; 温度稳定度为 $(10^{-3} \sim 10^{-4}) R_0 / ^\circ\text{C}$; 漏感 $L_R \leq 0.09$ 微亨; 寄生电容 ≤ 0.5 微微法。若忽略漏感, 则等效阻抗为

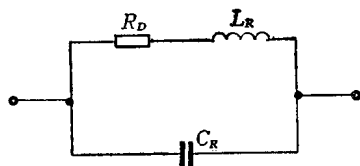


图1-9 实际电阻的等效电路

$$Z_R(j\omega) = \frac{R_D}{1 + R_D C_R j\omega} \quad (1.19)$$

由此可见, C_R 将引入一个不可忽视的相位误差。这种相位误差通常可以采用补偿的方法来减少。加法器的相位补偿电路见图 1-10(a)。

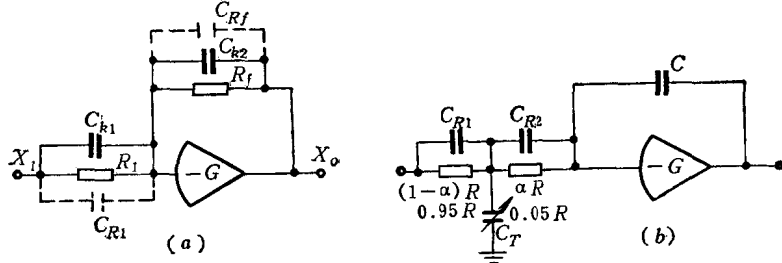


图1-10 相位补偿电路

(a) 加法器相位补偿电路; (b) 积分器相位补偿电路。

当满足关系式

$$R_1(C_{K1} + C_{k1}) = R_f(C_{K2} + C_{k2}) \quad (1.20)$$

时, 理论上相位误差可以得到完全的补偿。积分器的相位补偿电路见图 1-10(b)。其输入电路的等效阻抗为:

$$Z_R(j\omega) = \frac{R_D[1 + (1 - \alpha)\alpha R_D(C_{R1} + C_{R2} + C_k)j\omega]}{[1 + (1 - \alpha)R_D C_{R1} j\omega](1 + \alpha R_D C_{R2} j\omega)} \quad (1.21)$$

若 $\alpha \ll 1$, 并令

$$\alpha(C_{R1} + C_{R2} + C_k) = C_{R1}$$

则

$$Z_R(j\omega) \approx \frac{R_D}{1 + \alpha R_D C_{R2} j\omega} \quad (1.22)$$

由于 $\alpha R_D C_{R2} \ll R_D(C_{R1} + C_{R2})$, 因而相位误差可以显著减小。

最常用的积分电容为聚苯乙烯电容。其精度为 $(0.5 \sim 0.05)\%$, 温度稳定度为 $(10^{-3} \sim 10^{-4})C_\infty/^\circ\text{C}$ 。由于介质吸收效应的影响, 故实际电容的等效电路可由图 1-11 表示。图

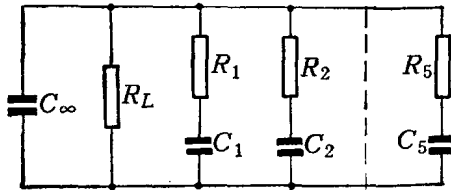


图1-11 实际电容等效电路

中 C_∞ 表示无介质效应的理想电容器; R_L 是泄漏电阻。对于 C_∞ 为 1 微法的聚苯乙烯电容器, 其参考数据见表 1-1。由于聚苯乙烯电容器具有足够大的泄漏电阻, 故它的影响基本上可以忽略。介质效应在正弦信号情况下, 将引入一定的相位误差, 在阶跃信号的情况下, 它将引入一定的残余误差。对于要求特别精确的积分器, 可以采用图 1-12 中的误差补偿电路。

表 1-1

C_{∞}	1 (微 法)	R_f	5×10^{12} (欧)
C_1	1.40×10^{-4}	R_1	3.56×10^{12}
C_2	2.00×10^{-4}	R_2	2.50×10^{11}
C_3	2.70×10^{-4}	R_3	2.00×10^{10}
C_4	1.93×10^{-4}	R_4	3.03×10^9
C_5	1.20×10^{-4}	R_5	3.34×10^8

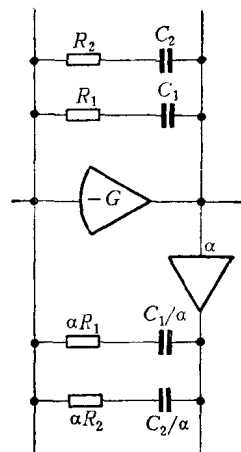


图1-12 误差补偿电路

5. 有限频率响应引入的误差

由于极间电容和杂散电容的存在, 故直流放大器的频率响应总是有限的。假设直流放大器具有图 1-13 所示的最简单的频率特性, 那么, 当接成加法器时, 系统显然是稳定的, 并具有下面的传递关系:

$$E_0 = \frac{-\sum_{i=1}^N \frac{R_f}{R_i} E_i}{1 + \frac{1+T_0 S}{G} \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{R_f}{R_i}\right)} \quad (1.23)$$

在一般情况下, $G \gg \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{R_f}{R_i}\right)$, 则有

$$E_0 \approx -\frac{\sum_{i=1}^N \frac{R_f}{R_i} E_i}{1 + T_0 S} \quad (1.24)$$

$$T_0 = \frac{T_0}{G} \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{R_f}{R_i}\right)$$

由此可见, 加法器的动态特性类似于—阶线性关系。因其时间常数 T_0 随加法器传递增益的增大而增大, 故动态误差也随着增大。从这点出发考虑, 在解题回路中, 也应均匀分配回路增益。在积分器的情况下,

$$E_0 = \frac{-\sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i C_i S} E_i}{1 + \frac{1+T_0 S}{G} \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i C_i S}\right)} \quad (1.25)$$

当 $G \gg \left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{T_0}{R_i C_i}\right)$, $\omega \gg \frac{1}{G} \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i C_i}$, 则有

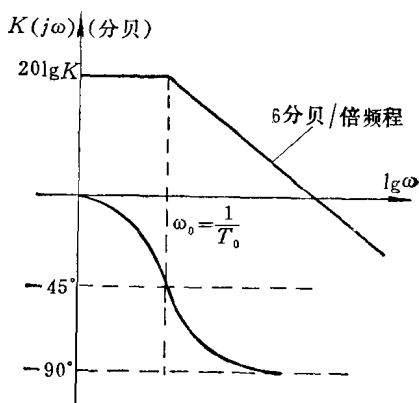


图1-13 直流放大器频率特性

$$E_e \approx - \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i C_i S} E_i}{1 + \frac{T_0}{G} S} \quad (1.26)$$

与理想积分器相比，它引入了一个滞后项。因此，当输入为正弦信号时，也将引入相位误差。

虽然实际运用中的运算放大器，其频率特性要复杂得多，但其基本分析是相同的。

1.2.3 乘法器

乘法器是主要用于两个或多个机器变量相乘的运算部件。乘法器的种类很多，构成原理也各不相同。较为普遍应用的有下述几类。

1. 机电式伺服乘法器

其原理见图 1-14(a)，其图形符号见图 1-14(b)。它可作为无差调节系统。在理想情况下， $X = \alpha E$ 。相对转角 α 正比于多联同轴电位计相应于电位零点的机械转角 a ，即

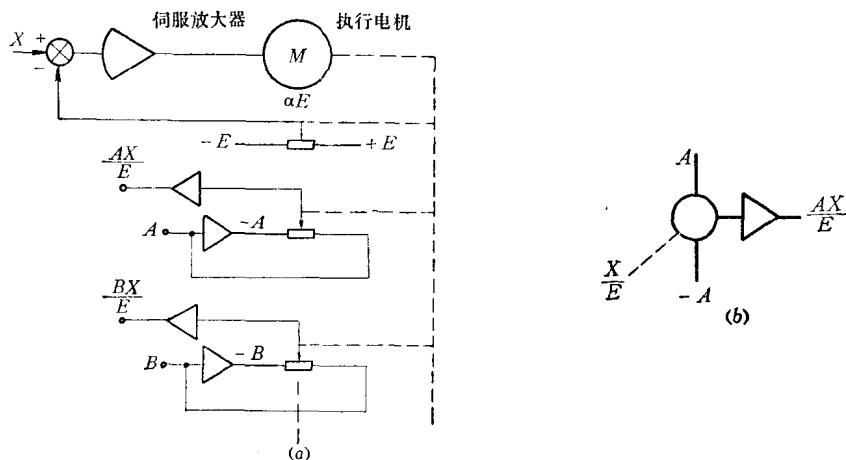


图1-14 机电式伺服乘法器
(a) 原理图；(b) 图形符号。

$\alpha = \frac{a}{a_H}$ 。由此可见，在 A 电位计滑动臂上的输出为

$$W_A = \alpha A = \frac{XA}{E} \quad (1.27)$$

同理可得 W_B , W_D , ...。一个伺服乘法器可以带 4~20 个同轴电位计。对于满刻度频带宽度为 0.01 赫以下的机电式伺服乘法器，其静态精度可达 0.025%；对于满刻度频带宽度可达 5 赫的机电式伺服乘法器，其静态精度低于 2%。

2. 平方式乘法器

平方式乘法器的基本关系式为

$$X \cdot Y = \frac{1}{4} [(X+Y)^2 - (X-Y)^2] \quad (1.28)$$