

板金工展开计算

沈志瑩 編著

冶金工业出版社

72.9
223
=2

板金工展开計算

沈志瑩 編著

冶金工业出版社

D-38/36
內容提要

本書是一本專門計算金屬板制件展开的書籍。主要供工業建設部門的設計人員在施工設計階段繪制施工詳圖時計算之用，及施工現場下料的技工應用。若供技工學校作為學習參考資料，亦很相宜。

本書編制以切合實用為主，使讀者在工程上能解決展開計算上的問題。全書分為兩章，舉例 57 則，插圖 102 幅。第一章介紹總的方面，包括計算方法、步驟、驗証等；第二章全部為計算式及實例計算。所有舉例均為常遇的制件，對未列入的其他各種異形制件則可參照與本書所列外形相似或部份相似的制件不難引式推算。

書中每個制件所列計算式，一般均附有計算实例，使讀者在實際應用時易于理解，不致對計算式發生誤解而造成計算上的錯誤。

板金工展開計算 沈志榮 編著

編輯：葉建林 設計：周廣 校對：馬泰安

1958年12月第一版 1959年2月北京第二次印刷 22,000 冊

(累計 33,000 冊)

787×1092·1/16·175,000 字 ·印張 7 $\frac{13}{16}$ · 定價 0.85 元

北京五三五工廠印

新华書店發行 書號 1194

冶金工業出版社出版(地址：北京市灯市口甲 45 号)

北京市書刊出版業營業許可證出字第 093 号

序 言

在任何工业部門的建設中，經常要製造各種金屬板制品的組合件，這些制件在設計部門施工設計阶段，是設計人員所必經的工序。如設計部門省略了這一施工圖工作，則施工部門必然会增加了很大負擔。因施工現場目前大部份技工對這種計算方法都還未掌握。一般皆凭經驗或參考展开圖法書籍應用投射線方法來下料製造。但這樣做不但工藝上複雜，而且大型制件做起來非常困難，有時該圖形誤差很大，影響制件質量。

過去由於我國工業落後，技術水平低，有關這種金屬板展开計算方面書籍，國內還沒有成冊出版過；解放後國家進行着大規模工業建設，設計部門及施工現場的技術人員，對這方面資料的需要甚為迫切。直到現在，實際應用的只有蘇聯MBH標準。這標準是已經定出制件主要尺寸的常用几种管件，由於其定型的限制，以致應用雖廣而範圍不大，稍有不同或異型的制件，仍須通過計算來解決。目前擔任這方面工作的工程技術人員，有的搜集了俄文、日文等外文計算資料來應用，但這些外文資料，皆零星不全，具體計算時，還是相當費時費力。編者亦曾在施工現場工作過一段時期，見到現場技工下料方法的確有些不合現代化要求。倘能掌握計算方法，則必會使工作進一步的達到多、快、好、省的要求。

編者有鑑於此，於工作之余，整理了有關外文計算資料並根據平時工作中積累起來的經驗和心得，編寫本書出版，以滿足讀者需要。

本書為求得適合於一般水平的廣大技工應用，因此，在計算中不應用高等數學。如椭圓等計算均採用三角計算，力求極其近似，以不影響準確為原則。

由於編者學識有限，且由於時間倉促，貽誤之處，在所難免。衷心的希望讀者予以批評和指正。

本書在編著過程中，蒙章祝賢、邵振階、茅彭年等三位同志大力協助，並提許多寶貴改進意見，編者謹向該三位同志表示深切感謝。

編者 1958年8月于北京

目 录

序言

第一章 总 論

一 展开圖与展开計算	1
二 展开計算的方法和步驟	1
三 展开計算的驗証	2
四 展开計算中应注意的事項	3

第二章 計 算

1 圓錐体的展开計算	5
2 斜切后的圓錐台展开計算	5
3 大小头展开計算 (一)	7
4 大小头展开計算 (二)	8
5 大小头展开計算 (三)	10
6 移心大小头展开計算 (一)	12
7 移心大小头展开計算 (二)	14
8 偏心大小头展开計算	17
9 橢圓的作法及其計算	19
10 橢圓的大小头展开計算	22
11 橢圓管与圓管相接的連接管展开計算	24
12 橢圓管与圓管一侧垂直相接的連接管展开計算	25
13 橢圓的 90° 两节弯头展开計算 (一)	28
14 橢圓的 90° 两节弯头展开計算 (二)	29
15 長方形管縮节展开計算	31
16 長圓管縮节展开計算	32
17 長方形圓管縮节展开計算	34
18 球表面体展开計算 (一)	35
19 球表面体展开計算 (二)	38
20 异徑异心的連接管展开計算	39
21 异徑的 90° 連接管展开計算	42
22 90° 对接弯头展开計算	45
23 90° 三节弯头展开計算	46
24 90° 四节弯头展开計算	48
25 蛇形弯管展开計算	50

26	弯头的組合計算	52
27	弯头展开后的計算驗証	53
28	双向轉角的弯头展开計算	54
29	90° 异徑四节弯头展开計算	56
30	任意角两节漸縮弯头展开計算	59
31	90° 四节漸縮弯头展开計算	61
32	垂直相交等徑三通展开計算	65
33	任意角斜交等徑三通展开計算	67
34	垂直相交不等徑三通展开計算	70
35	任意角斜交不等徑三通展开計算	73
36	一侧垂直相接的不等徑三通展开計算	76
37	矩形管与圓管垂直相交展开計算	79
38	矩形管与圓管任意角斜交展开計算	81
39	扩徑三通展开計算	84
40	Y 形等徑三通展开計算	86
41	十字形等徑四通展开計算	87
42	放射形漸縮四通展开計算	89
43	Y 形漸縮三通展开計算	92
44	圓管与矩形管相接的連接管展开計算 (一)	95
45	圓管与矩形管相接的連接管展开計算 (二)	96
46	圓管与矩形管相接的連接管展开計算 (三)	98
47	圓管与矩形管相接的連接管展开計算 (四)	99
48	圓管与矩形管相接的連接管展开計算 (五)	100
49	圓管与矩形管相接的連接管展开計算 (六)	102
50	圓管与矩形管相接的連接管展开計算 (七)	103
51	圓管与矩形管相接的連接管展开計算 (八)	103
52	弯管組合計算 (一)	104
53	弯管組合計算 (二)	105
54	弯管組合計算 (三)	106
55	弯管組合計算 (四)	106
56	弯管組合計算 (五)	107
57	弯管組合計算 (六)	108

附录

表 1	焊接鋼管規范表	109
表 2	弧弦計算表	110
表 3	等分圓周之弦長系数表	113
表 4	三角函数表	114

第一章 总 論

一 展开图与展开計算

在工程上經常会遇到各种形状金屬板制品的組合件，在这种制件里，展开圖的应用極为重要，尤以管道等方面最为显著。一塊鋼板捲合焊接而成圓筒，即是管子。設其管徑为 D ，則我們知道，管子展开后的鋼板長度 $L = \pi \times D$ 。也就是說：取長为 L 的一塊鋼板，捲合后可得直徑为 D 的管子。但金屬板制品千形万状，常見的如三通、弯头、大小头、方圓节等等。这些制品須經過展开計算，才能得出准确的展开的外形尺寸。然后再按尺寸在金屬板上下料，加工制成組合件。

根据展开圖法中的投影和投射綫方法，若不通过計算，亦可得出展开圖。但投射綫等法过程繁杂，且制件过大时，現場实际用投射法展开亦有困难，得出展开圖准确度較低。而应用展开計算方法得出展开圖准确性很高。按圖加工不但准确省料，而且节省時間。我們不难想像：欲在一整塊金屬板上下料，若按有尺寸的圖形去切割，可尽量按最經濟的面积利用。因此展开計算的目的就是将立体制品的表面，通过計算得出有准确尺寸的展开后平面圖形。

二 展开計算的方法和步驟

不論应用展开圖法或用展开計算，其原理都是依靠几何和三角兩門数学上的关系相結合而成的。其次，对制件尚須具有一定的立体概念，这样才能順利的进行展开計算。同样的一个制件，可以应用各种不同計算方法。一般來說，虽是計算方法不同，但所得計算值是不会有很大誤差的。因此在計算方法上关系不大，只是計算的速度快慢而已。

进行展开計算可按下列步驟进行：

- 1) 繪制已定主要尺寸制件的立面圖、側視圖（或用平面圖），必要时尚需加輔視圖。
- 2) 将圓周等分为若干等分。一般为 16 等分或 24 等分。小的制件等分可少一些，如 8 等分或 12 等分；大的制件等分可多一些，如 36 等分或更多。等分点愈多所得圖形亦愈准确，但相应的計算亦愈繁瑣。在施工現場应用展开圖法下料时，大型制件皆用 36 等分。但在計算上可采用 16 等分就可够要求了。
- 3) 将等分点根据展开圖法的原理，引成各投射綫。有两个視圖的制件得出其視圖間的关系及制件本身接合綫。
- 4) 将圓周上等分点折算成角度，即可循序进行計算。

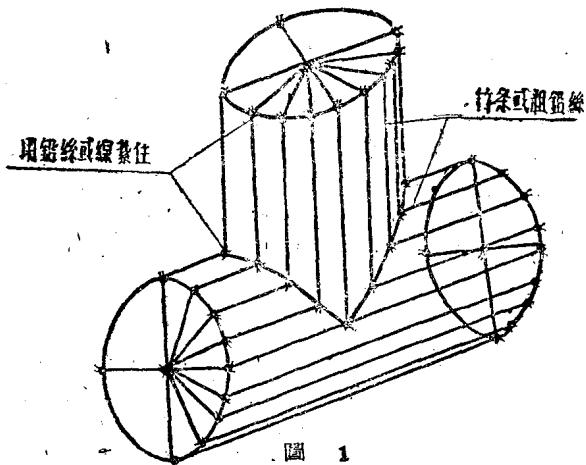
本書所列的各种制件，都是平常应用最广泛的几种。因金屬板制件千形万状，范围極为广大，不可能一一列出，如遇有本書未列的制件，则可按上述的計算方法、步驟，再参照与刊出的外形相似或部份类似的制件，选其計算公式，加以研究引用，自不难推

算了。

对于复杂的制件，在计算上有困难时，可制作制件的立体轮廓线模型，即可很容易的解决。这种模型可用铅丝或细竹条等材料扎制。扎制方法极简易，如图1所示为垂直相交的等径三通模型。

从扎制的模型中，可明显的看出接合关系。则计算上自可很容易的按照其接合关系进行计算。对称的制件，扎制一半或 $1/4$ 就可以了。

扎制轮廓线模型是最行之有效的一种方法。尤其是对于初学者，如不明了接合关系及缺乏立体感等困难，皆可迎刃而解。



三 展开計算的驗証

当展开计算完毕，按计算值绘出展开图后，最好进行一次校验。以免实际下料时发生误差而影响质量，严重的导致返工浪费。

校验展开计算及其展开图是否准确，可应用下列几种方法：

- 1) 进行复算，即从头至尾再验算一遍。校验两次计算所得之值，是否相同。
- 2) 前面已经说过，展开图法和展开计算是按几何和三角的原理得出的。因此不论在制件视图的接合线，或展开图的曲线里，都是具有一定几何形状的。例如，垂直相交的等径三通，在立面图里的接合线为直线；而展开后的曲线，呈两条圆滑的圆弧。大小头在立面图为梯形，展开图呈扇形等。总之一切展开后的各种曲线，都是有其一定规律的。当计算完毕，绘制展开图时，如发现展开后的曲线有不圆滑、异形等情况，这就说明展开计算中求得的数值发生错误了。这时，应重新进行计算。

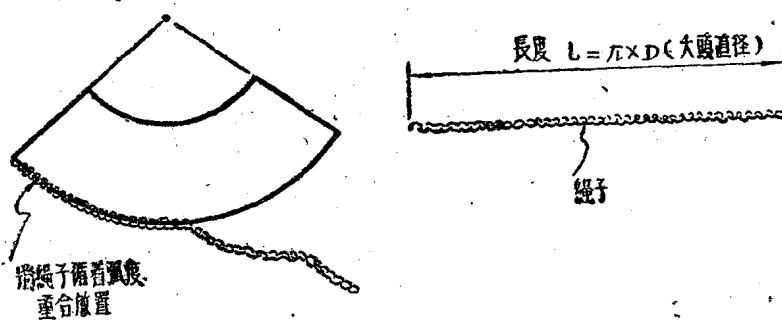


圖 2

- 3) 在绘制制件的立面图及侧面图等主要视图时，应按比例绘制。这样将所求得展开后的各线长度，可在视图中校验。即所求得的长度，是否与视图中的长度相符合。

4) 个别制件如弯头等，可用计算方法来求证展开计算是否准确。这在以后例题中“弯头展开后的计算验证”一节有详细示出，这里不再作具体说明。

5) 最可靠的一种方法，就是将计算求得之值，按比例画在硬纸或薄金属板上（马粪纸、铁皮等）。比例最理想是1:1，大的制件可适当缩小。画出展开图后，裁剪下来，去掉不必要的部分，卷合搭接，制成模型。立刻就可观察到制件的准确性。但这种做法，比较麻烦。只有特殊的复杂制件，才用这种做模型方法来验证。

6) 许多制件可用局部验证的方法。如圆周展开后的弧长为 $\pi \times D$ ，则可用细绳或铅丝截取一条 $\pi \times D$ 的直线长度，将此线放在曲线上重合，验证其两者长度是否相等。图2所示为大小头展开后弧长的验证方法。

四 展开计算中应注意的事項

在进行展开计算时，须注意下列的事項：

1) 当制件已定外形主要尺寸时，应取其真实尺寸来计算。因钢板等金属制件，经常会带有法兰盘（如泵类、各种机体的进出口的连接管等），在这种制件上，应考虑法兰与焊接件所留的尺寸。如图3所示的大小头为例：

设其总长为 H ，法兰盘与大小头所留焊接部份尺寸为 K ，则大小头计算时，采用的真实长度应为 h 。

$$h = H - 2K$$

其余各种制件，如装有法兰时，均可按上式计算。一头带有法兰的制件，则用下式计算：

$$h = H - K$$

2) 在计算大小头展开时，要按照不同情况，来选择计算方法。一般在计算时，大头直径可略微取得大一些；小头直径可略微取得小一些。这是因为大小头在安装过程，如发生接口不准确等情况时，则可在两头加工。即小头直径可以切割扩大；大头直径可以切割缩小。而切割之后，不影响质量，仍可保证安装。这主要是弥补施工时所造成的误差。在以后叙述的大小头展开计算例题中，推荐了三种计算方法。采用时，可按照制件情况，选择计算式。如带有法兰盘的，可按第一种方法计算。一般的可按第二种方法计算。第三种计算方法较为繁杂，可引作其他制件计算时的参考。

3) 在计算圆形制件展开后的长度时，若以理论上来说，以 $\pi \times$ 中心径计算为最准确。

$$D_0(\text{中心径}) = \frac{D_H(\text{外径}) + D_g(\text{内径})}{2}$$

式： $D_0 = D_H - S$ (管壁厚度)

设长为 L 的钢管一根，如图4所示，未弯曲前 $AB = CD = EF$ 。若以 R 作半径加以

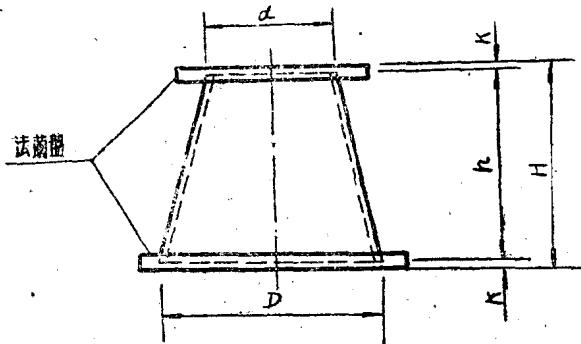


圖 3

弯曲，则AB受张力而延长；EF受压力而缩短。但其中心线CD仍未变动。以上说明：

以中心径来计算展开后长度为最适宜。

但管道等由于未卷合前，在钢板上切割下来，然后再加工焊接，经上述过程后不免有些误差。苏联制定了钢管展开后长度以 $\pi \times D_H$ （外径）计算为标准。现在我国亦按这标准在应用。故本书以后所列所有制件，均以 $\pi \times D_H$ 来计算展开后长度。图5所示为圆管的各径标注及其展开图。

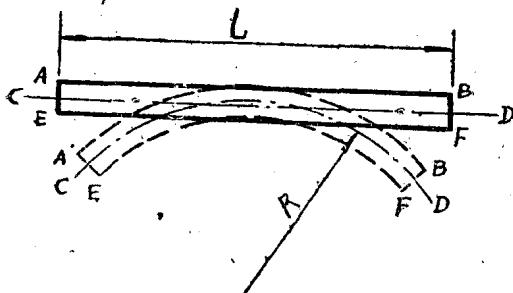


圖 4

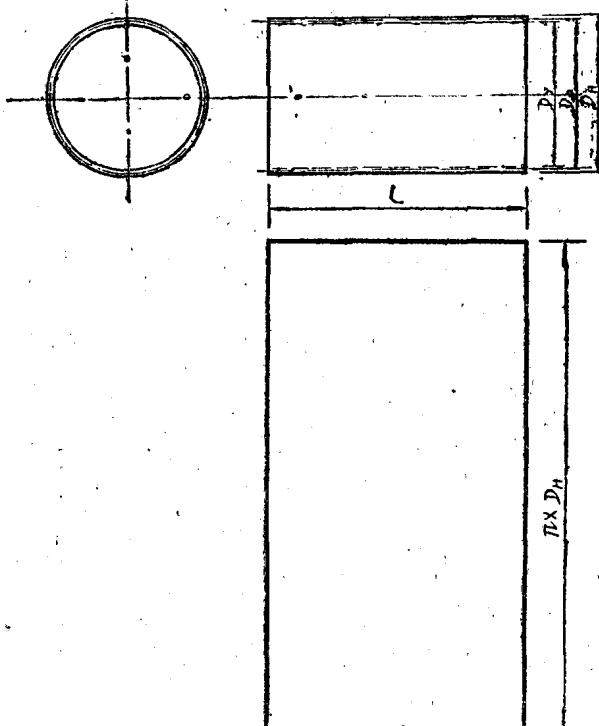
焊接长度。但应当指出：某些制件在展开后，为求得在钢板上经济的有效利用，不得不在最长长度处作为接缝时，则还应以后者为准。

5) 在经常作计算，或有较多的制件进行计算时，可将常用的计算值列成表格。这样，不但避免了重复的计算，而且减少计算上差错。

书末附有“弧弦计算表”和“等分圆周之弦长系数表”。计算时可尽量利用这两种计算表。因用该两种表计算不但应用简易，而且提高计算速度。

本书以后很多例题计算中，有许多可用上述两表计算但却未应用而仍列式计算，这是因为：目的使读者领会计算方式和过程，以便将计算式引用到其他制件的计算上去。实际计算时，凡能用该两表计算之处，则可尽量利用。

6) 本书所有的例题计算和列表，一律为公制，并以公厘为单位。以后计算中均不再加以说明。



展开圖

圖 5

第二章 計 算

1 圓錐體的展開計算

圖 6 所示為正圓錐體。表面展開後呈扇形。

計算式：

$$R = \sqrt{H^2 + r^2}$$

$$\alpha = 360^\circ \frac{r}{R}$$

$$L = 2R \sin \frac{\alpha}{2} \quad (\text{當 } \alpha > 180^\circ \text{ 時}, \quad L = 2R)$$

$$h = R \quad (\text{當 } \alpha > 180^\circ \text{ 時}, \quad h = R + R \sin \frac{\alpha - 180^\circ}{2})$$

例題計算：

設：已知錐高 $H = 500$ ，錐底直徑 $D = 300$ ，

$$r = \frac{D}{2} = 150.$$

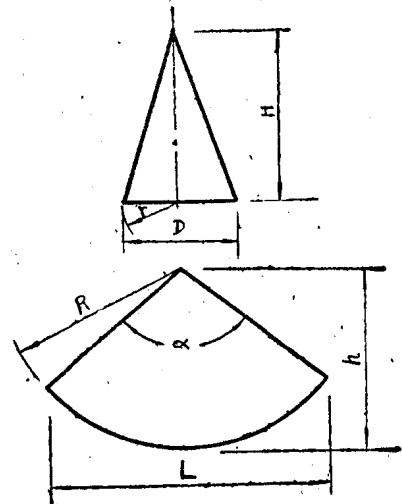
解：

$$R = \sqrt{500^2 + 150^2} = 522$$

$$\alpha = 360^\circ \times \frac{150}{522} = 103.5^\circ$$

$$L = 2 \times 522 \sin \frac{103.5^\circ}{2} = 1044 \times 0.7850 = 820$$

$$h = R = 522.$$



展開圖

圖 6

2 斜切後的圓錐台展開計算

圖 7 所示為正圓錐體被 α 角所切，成為一個截頭的斜台。因此，除計算每段不同長度 l_i 以外，其余與例 1 正圓錐體展開計算基本相同。

計算式：

$$\tan \beta_n = \frac{H}{R \cos \phi_n}$$

$$l_{1 \sim 5} = \frac{\sin \beta_n \sin \alpha (L - R \cos \phi_n)}{\sin \beta_1 \sin (\beta_0 - \alpha)}$$

$$l_{6 \sim 9} = \frac{\sin \beta_n \sin \alpha (L + R \cos \phi_n)}{\sin \beta_1 \sin (180^\circ - \alpha - \beta_n)}$$

$$R_o = \sqrt{H^2 + R^2}$$

$$\alpha = \frac{360^\circ R}{R_o}$$

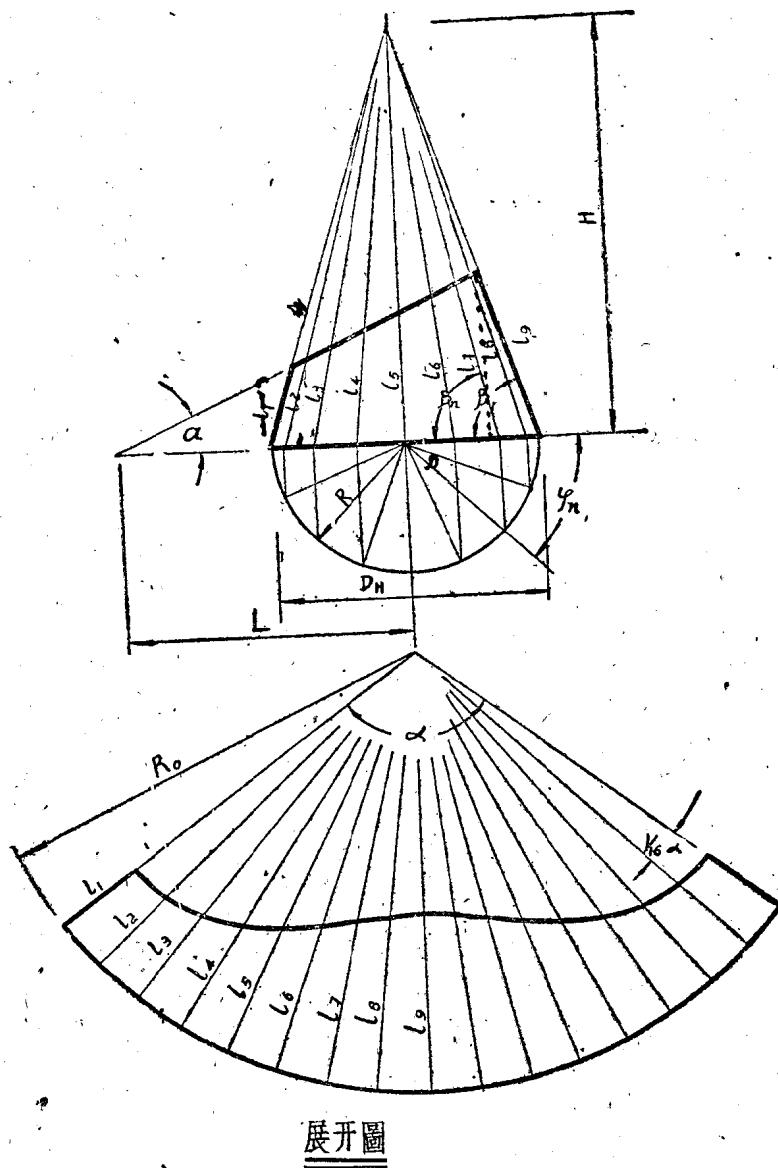


圖 7

例題計算：

設：已知錐體高 $H = 500$ 。錐底直徑 $D_H = 300$ ， $R = \frac{D_H}{2} = 150$ 。斜切角 $\alpha = 30^\circ$ 。

錐中心与切角的起点处距离 $l = 350$ 。圓周等分数 $n = 16$ ， $\frac{360^\circ}{16} = 22^\circ 30'$ ，即 $\angle\varphi$ 以此值遞加。

解：

$$\tan \beta_1 = \frac{500}{150 \cos 30^\circ} = 3.333 \quad \therefore \beta_1 = 73.3^\circ$$

$$\beta_2 = \frac{500}{150 \cos 22^\circ 30'} = 3.608 \quad \therefore \beta_2 = 74.5^\circ$$

$$\beta_3 = \frac{500}{150 \cos 45^\circ} = 4.717 \quad \therefore \beta_3 = 78.0^\circ$$

$$\beta_4 = \frac{500}{150 \cos 67^\circ 30'} = 8.711 \quad \therefore \beta_4 = 83.5^\circ$$

$$\beta_5 = \frac{500}{150 \cos 90^\circ} = \infty \quad \therefore \beta_5 = 90^\circ$$

$$l_1 = \frac{\sin \beta_1 \sin 30^\circ (350 - 150 \cos 0^\circ)}{\sin 73.3^\circ \sin(\beta_1 - 30^\circ)} = 146$$

$$l_2 = \frac{\sin \beta_2 \sin 30^\circ (350 - 150 \cos 22^\circ 30')}{\sin 73.3^\circ \sin(\beta_2 - 30^\circ)} = 152$$

$$l_3 = \frac{\sin \beta_3 \sin 30^\circ (350 - 150 \cos 45^\circ)}{\sin 73.3^\circ \sin(\beta_3 - 30^\circ)} = 167$$

$$l_4 = \frac{\sin \beta_4 \sin 30^\circ (350 - 150 \cos 67^\circ 30')}{\sin 73.3^\circ \sin(\beta_4 - 30^\circ)} = 190$$

$$l_5 = \frac{\sin \beta_5 \sin 30^\circ (350 + 150 \cos 90^\circ)}{\sin 73.3^\circ \sin(\beta_5 - 30^\circ)} = 211$$

$$l_6 = \frac{\sin \beta_6 \sin 30^\circ (350 + 150 \cos 67^\circ 30')}{\sin 73.3^\circ \sin(180^\circ - 30^\circ - \beta_6)} = 230$$

$$l_7 = \frac{\sin \beta_7 \sin 30^\circ (350 + 150 \cos 45^\circ)}{\sin 73.3^\circ \sin(180^\circ - 30^\circ - \beta_7)} = 246$$

$$l_8 = \frac{\sin \beta_8 \sin 30^\circ (350 + 150 \cos 22^\circ 30')}{\sin 73.3^\circ \sin(180^\circ - 30^\circ - \beta_8)} = 255$$

$$l_9 = \frac{\sin \beta_9 \sin 30^\circ (350 + 150 \cos 0^\circ)}{\sin 73.3^\circ \sin(180^\circ - 30^\circ - \beta_9)} = 257$$

$$R_o = \sqrt{500^2 + 150^2} = 522$$

$$\alpha = \frac{360^\circ \times 152}{522} = 103.5^\circ$$

3 大小头展开計算 (一)

圖 8 所示的大小头 (一般亦称变徑节)，可視作是正圓錐被平截。

这种制件是工程上所广泛应用的。下列的計算式，最适合于裝有法兰盘的大小头采
用。

計算式：

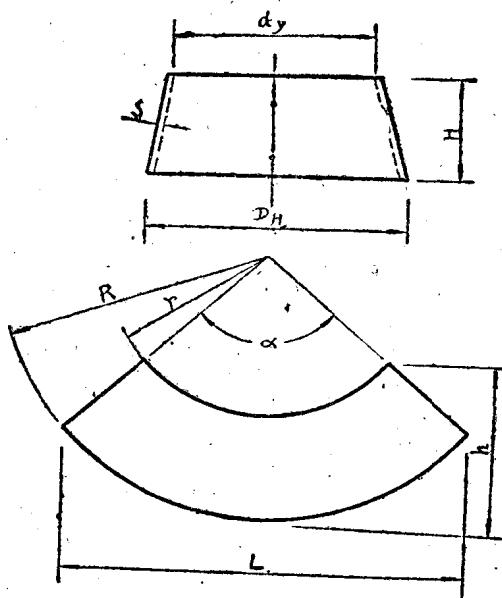
$$R = \sqrt{\left(\frac{D_H}{2}\right)^2 + \frac{D_H^2 h^2}{(D_H - d_g)^2}}$$

$$r = -\frac{R d_g}{D_H}$$

$$\alpha = \frac{180^\circ d_g}{r}$$

$$l = 2R \sin \frac{\alpha}{2} \quad (\text{当 } \alpha > 180^\circ \text{ 时}, l = 2R)$$

$$h = R - r \cos \frac{\alpha}{2} \quad (\text{当 } \alpha > 180^\circ \text{ 时}, h = R + R \sin \frac{\alpha - 180^\circ}{2})$$



展开圖

圖 8

例題計算：

設：已知大頭直徑 $D_H = 529$ 。壁厚 $S = 7$ 。小頭內徑 $d_y = 412$ (外徑 $426 - 2S$)，高度 $H = 200$ 。

解：

$$R = \sqrt{\left(\frac{529}{2}\right)^2 + \frac{529^2 \times 200^2}{(529 - 412)^2}} = 942$$

$$r = \frac{942 \times 412}{529} = 734$$

$$\alpha = \frac{180^\circ \times 412}{734} = 101^\circ$$

$$l = 2 \times 942 \sin \frac{101^\circ}{2} = 1454$$

$$h = 942 - 734 \cos \frac{101^\circ}{2} = 475$$

4 大小头展开計算 (二)

圖 9 所示的大小头，与前例“大小头展开計算 (一)”所不同的仅是計算式上有些变更。

下列是理論上的計算式，可适合于一般制件計算。

計算式：

$$\tan \alpha = \frac{H}{D_H - d_H}$$

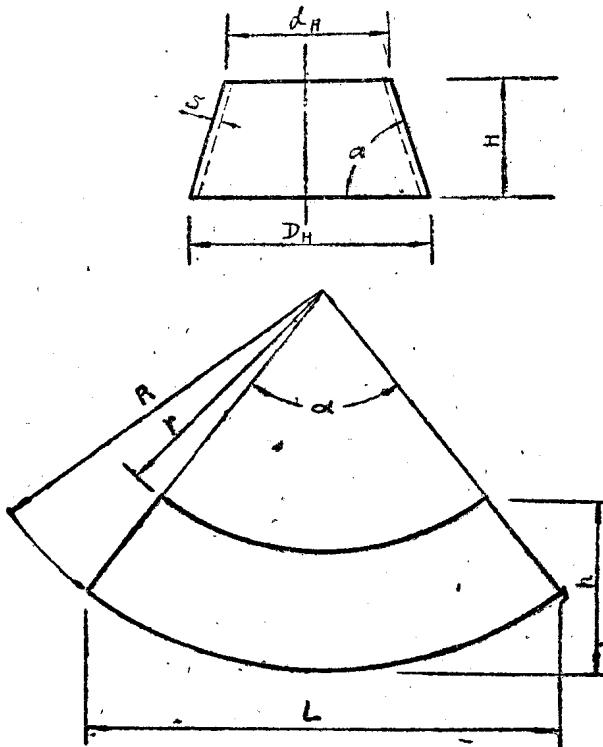
$$R = \frac{D_H}{2 \cos \alpha}$$

$$r = \frac{d_H}{2 \cos \alpha}$$

$$\alpha = 360^\circ \cos \alpha$$

$$l = 2R \sin \frac{\alpha}{2} \quad (\text{当 } \alpha > 180^\circ \text{ 时}, l = 2R)$$

$$h = R - r \cos \frac{\alpha}{2} \quad (\text{当 } \alpha > 180^\circ \text{ 时}, h = R + R \sin \frac{\alpha - 180^\circ}{2})$$



展开圖

圖 9

例題計算:

設: 已知大頭直徑 $D_H = 820$, 小頭直徑 $d_H = 720$, 高度 $H = 300$.

解:

$$\tan \alpha = \frac{2 \times 300}{820 - 720} = 6.000$$

$$\therefore \alpha = 80^\circ 30'$$

$$R = \frac{820}{2 \cos \alpha} = 2485$$

$$r = \frac{720}{2 \cos \alpha} = 2182$$

$$\alpha = 360^\circ \times 0.1650 = 59.4^\circ$$

$$l = 2 \times 2485 \times 0.4955 = 2463$$

$$h = 2485 - 0.3686 \times 2182 = 590$$

5. 大小头展开計算 (三)

本例的計算方法与前“大小头展开計算 (一)(二)”完全不同。这里采用分級計算。
大小头如圖 10 所示。

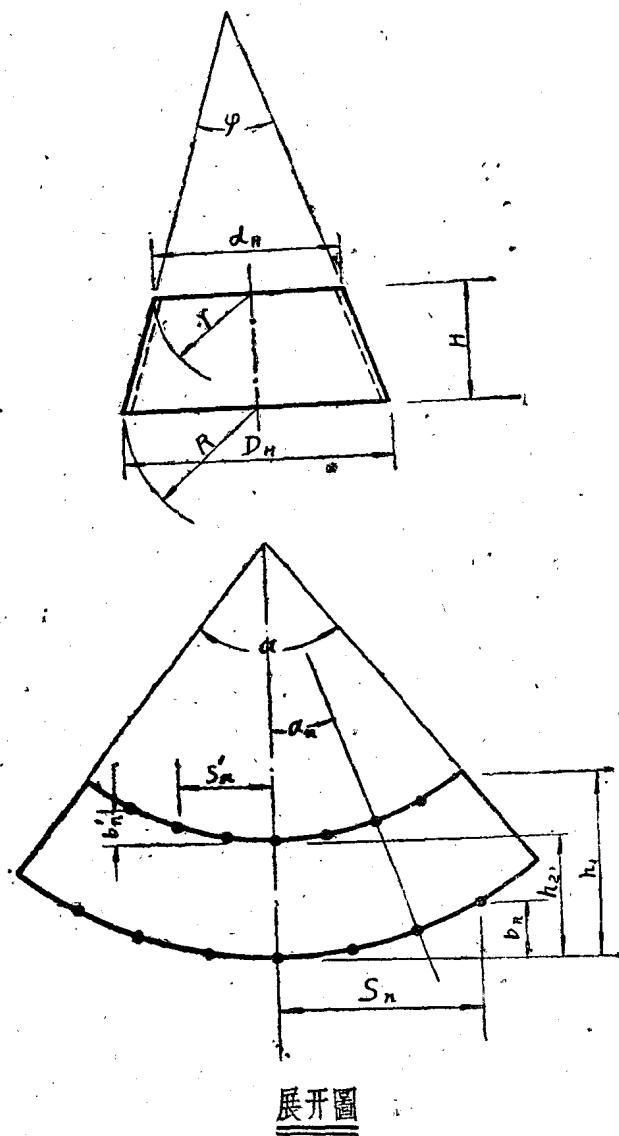


圖 10

計算式：

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{m}{H^2 + m^2}}$$

$$m = \frac{D_H - d_H}{2}$$

$$a = 360^\circ \sin \frac{\varphi}{2}$$

$$b_n = R \frac{1 - \cos \alpha_n}{\sin \frac{\varphi}{2}} \text{ 及 } b'_n = r \frac{1 - \cos \alpha_n}{\sin \frac{\varphi}{2}}$$

$$S_n = R \frac{\sin \alpha_n}{\sin \frac{\varphi}{2}} \text{ 及 } S'_n = r \frac{\sin \alpha_n}{\sin \frac{\varphi}{2}}$$

$$h_2 = \frac{m}{\sin \frac{\varphi}{2}}$$

$$h_1 = h_2 + b'_4$$

例題計算：

設：已知大頭直徑 $D_H = 920$ ，小頭直徑 $d_H = 720$ 。高度 $H = 400$ 。

$$R = \frac{D_H}{2} = 460, r = \frac{d_H}{2} = 360。采用等分數 n=8。$$

解：

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{100}{\sqrt{400^2 + 100^2}} = 0.2425$$

$$a = 360^\circ \times 0.2425 = 87.3^\circ$$

$$\text{則: } a_1 = \frac{a}{8} = 10^\circ 55' \quad \sin a_1 = 0.1894 \quad \cos a_1 = 0.9819$$

$$a_2 = 2a_1 = 21^\circ 50' \quad \sin a_2 = 0.3719 \quad \cos a_2 = 0.9283$$

$$a_3 = 3a_1 = 32^\circ 45' \quad \sin a_3 = 0.5409 \quad \cos a_3 = 0.8410$$

$$a_4 = 4a_1 = 43^\circ 40' \quad \sin a_4 = 0.6905 \quad \cos a_4 = 0.7234$$

$$b_1 = 460 \frac{1 - \cos a_1}{0.2425} = 34 \quad b'_1 = 360 \frac{1 - \cos a_1}{0.2425} = 27$$

$$b_2 = 460 \frac{1 - \cos a_2}{0.2425} = 136 \quad b'_2 = 360 \frac{1 - \cos a_2}{0.2425} = 106$$

$$b_3 = 460 \frac{1 - \cos a_3}{0.2425} = 301 \quad b'_3 = 360 \frac{1 - \cos a_3}{0.2425} = 236$$

$$b_4 = 460 \frac{1 - \cos a_4}{0.2425} = 525 \quad b'_4 = 360 \frac{1 - \cos a_4}{0.2425} = 411$$

$$S_1 = 460 \frac{\sin a_1}{0.2425} = 359 \quad S'_1 = 360 \frac{\sin a_1}{0.2425} = 281$$

$$S_2 = 460 \frac{\sin a_2}{0.2425} = 705 \quad S'_2 = 360 \frac{\sin a_2}{0.2425} = 552$$

$$S_3 = 460 \frac{\sin a_3}{0.2425} = 1026 \quad S'_3 = 360 \frac{\sin a_3}{0.2425} = 803$$