钢筋混凝土
圆形环形截面构件
程序设计和计算用表

施岚青　傅德炫　编著

地震出版社

钢筋混凝土圆形环形截面构件程序设计和计算用表

施岚青　傅德炫　编著

地震出版社

1992

（京）新登字 095 号

内 容 简 介

本书根据《混凝土结构设计规范(GBJ10–89)》编写，全书共分三部分。第一部分在分析规范基本公式的基础上，推导了圆形、环形截面构件在偏心受压、受弯和偏心受拉时的实际计算公式、计算技巧，并用实例说明计算步骤，同时给出了 14 个详细的流程图。第二部分给出了适用于 PC–1500 微机的 12 个计算程序，并附有说明，可供直接使用。第三部分针对工程中常用的材料、截面、荷载范围，编制了 8 个计算用表，由此可直接查得最后结果。

本书可供土建设计、科研人员及大专院校有关专业师生使用。

钢筋混凝土圆形环形截面构件
程序设计和计算用表

施岚青　傅德炫　编著

责任编辑：蒋乃芳

[illegible]出版
北京民族学院南路9号
邮政编码：100081
北京丰台[illegible]印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行
全国各地新华书店经售

787×1092　1/16　19.5 印张　485 千字
1992 年 6 月第一版　1992 年 6 月第一次印刷
印数：0001—6000

ISBN 7–5028–0586–9 / TU・47
(976)　定价：15.00 元

前　言

钢筋混凝土圆形和环形截面构件的计算公式复杂、运算冗繁，很难用手算完成，且若不掌握解题技巧甚至求不出计算结果。长期来有关圆形和环形构件实用计算方面的参考书和工具书又较少。有鉴于此，我们结合《混凝土结构设计规范(GBJ10–89)》特编写了这本专门为圆形、环形截面构件计算用的工具书，期望能为读者方便计算出一份力。

本书介绍圆形和环形截面构件在偏心受压、受弯和偏心受拉时的计算方法、流程框图、计算程序和计算用表，包括以下三部分内容：

(1)计算原理和流程图。书中对规范基本公式作了分析，推导了适用不同情况的实际运算公式，介绍了计算技巧，并用实例说明计算步骤。最后给出了 14 个详细的流程框图。遵循一定的逻辑步骤，读者即可按自己熟悉的算法语言编写计算程序。

(2)计算程序。鉴于我国土建行业中 PC–1500 袖珍机拥有量达 10 万台的现状，书中给出了适合 PC–1500 使用的计算程序 12 个，并附有说明，可供读者直接应用。

(3)计算用表。为了使用更加简捷，对工程中常用的材料、截面、荷载效应范围内的计算，书中专门编制了 8 个计算用表。读者可以直接从表中查得最后结果。

本书得到了曾参加编写《混凝土结构设计规范计算用表》一书全体同志的支持和帮助，并蒙北京市城建设计院结构室钟炳芳、李友武等同志在试用过程中提出了不少宝贵的意见。参加程序编写和表格制作的还有张玉祥、盛远猷、安宁、蔡震、王树春、张惊等，在此一并表示衷心感谢。

由于水平有限，书中一定存在错误和不当之处，敬请读者不吝赐教。

编　者

1991 年 9 月

目　　录

第一部分　计算原理和流程框图

第二部分　计算程序

第三部分　计算用表

第一部分　计算原理和流程框图

一、圆形截面偏心受压构件

1. 基本公式

$$N \leqslant \alpha f_{cm} A\left(1-\frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha}\right)+(\alpha-\alpha_t) f_y A_s \tag{1.1}$$

$$N\eta e_i \leqslant \frac{2}{3} f_{cm} A r \frac{\sin^3 \pi\alpha}{\pi}+f_y A_s r_s \frac{\sin \pi\alpha+\sin \pi\alpha_t}{\pi} \tag{1.2}$$

$$\alpha_t = 1.25-\alpha \tag{1.3}$$

式中　A——构件截面面积　$A=\pi r^2$；

A_s——全部纵向钢筋的截面面积；

r——圆形截面的半径；

r_s——纵向钢筋所在圆周的半径；

α——对应于受压区混凝土截面面积的圆心角与 2π 的比值；

α_t——纵向受拉钢筋截面面积与全部纵向钢筋截面面积的比值，当 $\alpha>0.625$ 时，取 $\alpha_t=0$。

上述公式适用于截面内纵向钢筋数量不少于 6 根的圆形截面的情况。

2. $\alpha=0.625$ 时的偏心距 e_{0b}

将 $\alpha=0.625$，$\alpha_t=0$ 代入式(1.1)，得

$$N=0.625 f_{cm} A\left(1-\frac{\sin 1.25\pi}{1.25\pi}\right)+0.625 f_y A_s$$

$$N=0.7375 f_{cm} A+0.625 f_y A_s \tag{1.4}$$

$$f_y A_s=\frac{1}{0.625}(N-0.7375 f_{cm} A)$$

$$f_y A_s=1.6 N-1.18 f_{cm} A \tag{1.5}$$

将 $\alpha=0.625$，$\alpha_t=0$ 代入式(1.2)，得

$$Ne_{0b}=\frac{2}{3}f_{cm}Ar\frac{\sin^3 0.625\pi}{\pi}+f_yA_s\frac{r_s}{\pi}\sin 0.625\pi$$

$$Ne_{0b}=0.1673f_{cm}Ar+0.2941f_yA_sr_s$$

$$e_{0b}=\frac{1}{N}(0.1673f_{cm}Ar+0.2941f_yA_sr_s) \tag{1.6}$$

将式(1.4)代入式(1.6)，得

$$e_{0b}=\frac{0.1673f_{cm}Ar+0.2941f_yA_sr_s}{0.7375f_{cm}A+0.625f_yA_s} \tag{1.7}$$

此式用于已知 A_s 时校核承载力 N_u。

将式(1.5)代入(1.6)，得

$$e_{0b}=\frac{1}{N}[0.1673f_{cm}Ar+0.2941r_s(1.6N-1.18f_{cm}A)]$$

$$=0.4706r_s+\frac{f_{cm}A}{N}(0.1673r-0.3471r_s)$$

此式用于已知轴压力 N 时求钢筋面积 A_s。

3. 钢筋面积计算

已知r，r_s，f_{cm}，f_y，N，ηe_i，求A_s。

(1) 当$\eta e_i \geqslant e_{0b}$时，

$\alpha \leqslant 0.625$，$\alpha_t=1.25-2\alpha$ 代入式(1.1)，得

$$N=\alpha f_{cm}A\left(1-\frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha}\right)+(3\alpha-1.25)f_yA_s$$

$$N=\alpha(f_{cm}A+3f_yA_s)-\left(1.25f_yA_s+\frac{f_{cm}A}{2\pi}\sin 2\pi\alpha\right)$$

$$\alpha=\frac{N+1.25f_yA_s+\frac{f_{cm}A}{2\pi}\sin 2\pi\alpha}{f_{cm}A+3f_yA_s} \tag{1.8}$$

用式(1.8)求 α 值时，先假定一个 α 值，求得 $\sin 2\pi\alpha$ 值，再代入式(1.8)，求得一新的 α 值，如此反复迭代，直到取得一稳定的 α 值为止。

由式(1.2)得

$$A_s = \frac{\pi N\eta e_i - \frac{2}{3} f_{cm} Ar\sin^3\pi\alpha}{f_y r_s(\sin\pi\alpha + \sin\pi\alpha_t)} \tag{1.9}$$

先假定一个 A_s 值，由式(1.8)求得一个 α 值，代入式(1.9)求得新的 A_s 值，再求 α 值，反复迭代得到稳定的 A_s 值。

(2) 当 $\eta e_i < e_{0b}$ 时，

$\alpha > 0.625$，$\alpha_t = 0$，代入式(1.1)得

$$N = \alpha f_{cm} A - \frac{f_{cm} A}{2\pi}\sin 2\pi\alpha + \alpha f_y A_s$$

$$A_s = \frac{1}{\alpha f_y}\left(N - \alpha f_{cm} A + \frac{f_{cm} A}{2\pi}\sin 2\pi\alpha\right) \tag{1.10}$$

以 $\alpha_t = 0$ 代入式(1.2)得

$$N\eta e_i = \frac{2}{3} f_{cm} A\frac{r}{\pi}\sin^3\pi\alpha + f_y A_s\frac{r_s}{\pi}\sin\pi\alpha$$

$$\frac{2}{3} f_{cm} Ar\sin^3\pi\alpha + f_y A_s r_s\sin\pi\alpha - N\eta e_i\pi = 0 \tag{1.11}$$

也可写成

$$\sin^3\pi\alpha + \frac{f_y A_s r_s}{f_{cm} Ar}\sin\pi\alpha - \frac{1.5N\eta e_i\pi}{f_{cm} Ar} = 0$$

令$p = \dfrac{f_y A_s r_s}{2f_{cm} Ar}$，$q = \dfrac{3N\eta e_i\pi}{4f_{cm} Ar}$，$D = \sqrt{q^2 + p^3}$

则上式又可写成　$\sin^3\pi\alpha + 3p\sin\pi\alpha + 2q = 0$

解此三次方程得　$\sin\pi\alpha = \sqrt[3]{D+q} - \sqrt[3]{D-q}$　(1.12)

因 $\alpha > 0.625$，则 $\sin\pi\alpha = \sin(\pi - \pi\alpha)$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{\pi}\sin^{-1}\sin\pi\alpha \tag{1.13}$$

计算时，先假定一个 A_s 值，代入式(1.11)，求得 $\sin\pi\alpha$ 值，由式(1.13)求得 α 值，再代入式(1.10)求得新的 A_s 值，如此反复迭代求出稳定的 A_s 值。

(3) 钢筋面积计算的流程图示于图 1.1。

[例 1.1] 一圆形截面偏压构件，已知 $r = 200\text{mm}$，$f_{cm} = 11\text{N/mm}^2$，$f_y = 310\text{N/mm}^2$，$N = 500\text{kN}$，$\eta e_i = 200\text{mm}$，求 A_s。

解：(1) 计算参数：

$$A = \pi r^2 = \pi \times 200^2 = 125664\text{mm}^2$$

$$r_s = r - 35 = 200 - 35 = 165\text{mm}$$

$$n = \frac{N}{f_{cm}A} = \frac{500 \times 10^3}{11 \times 125664} = 0.3617$$

$$R = \frac{r}{r_s} = \frac{200}{165} = 1.212$$

$$e = \frac{\eta e_i}{r_s} = \frac{200}{165} = 1.212$$

$$e_{0b} = \left[0.4706 + \frac{1}{n}(0.1673R - 0.3471)\right] r_s$$

$$= \left[0.4706 + \frac{1}{0.3617} \times (0.1673 \times 1.212 - 0.3471)\right] \times 165 = 11.8\text{mm}$$

$$\eta e_i > e_{0b}$$

(2) 迭代：

假定 $\beta^{(0)} = 0.01\dfrac{f_y}{f_{cm}} = 0.01\dfrac{310}{11} = 0.2818$

再假定 $\alpha^{(0)} = 0.4$，$\sin 2\pi\alpha = \sin 0.8\pi = 0.5878$

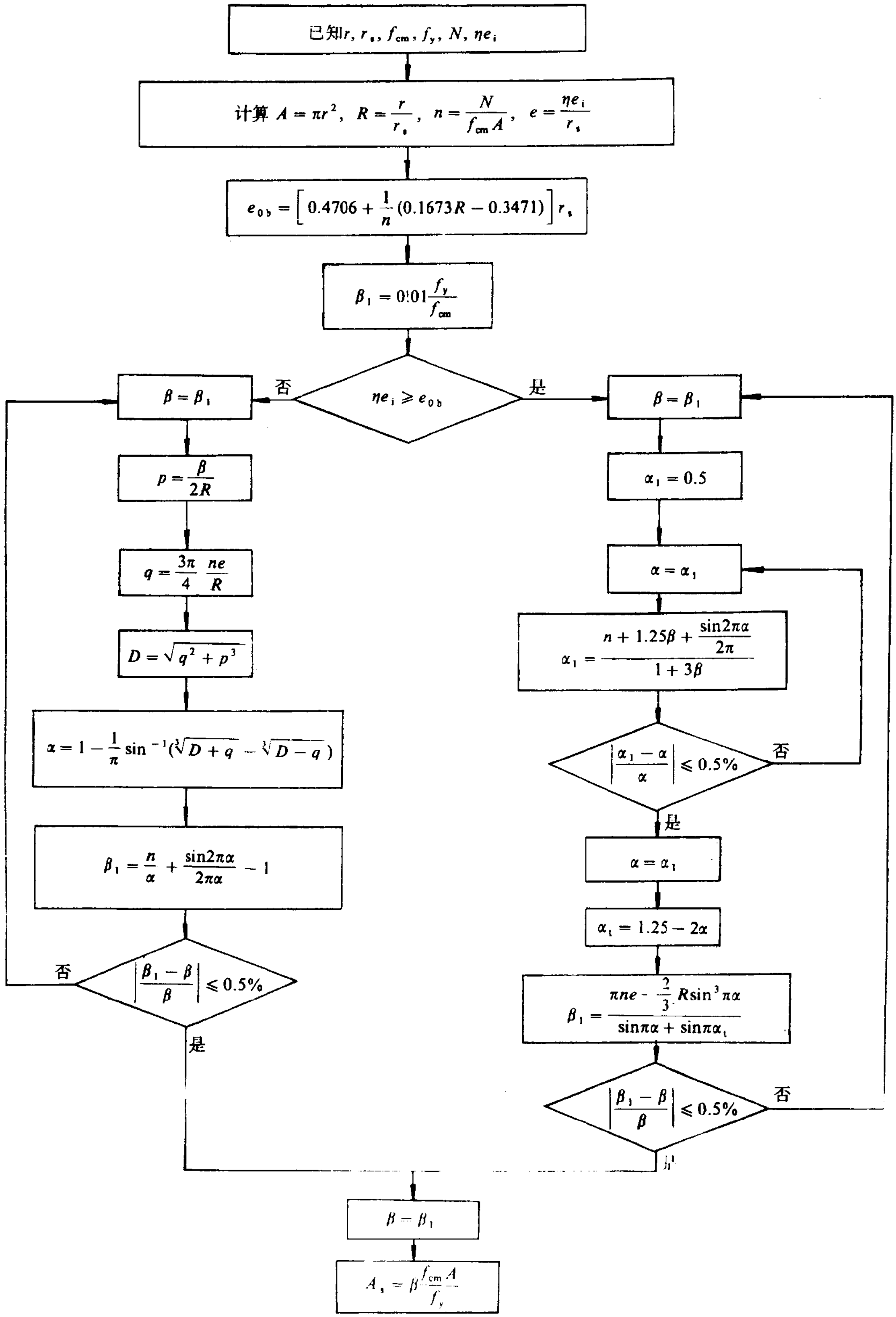

图 1.1　圆形截面偏心受压构件钢筋面积计算流程图

$$\alpha^{(1)}=\frac{n+1.25\beta+(\sin 2\pi\alpha)/2\pi}{1+3\beta}=\frac{0.3617+1.25\times 0.2818+0.5878\div 2\pi}{1+3\times 0.2818}=0.4361$$

$$\left|\frac{\alpha^{(1)}-\alpha^{(0)}}{\alpha^{(0)}}\right|=\left|\frac{0.4361-0.4}{0.4}\right|=9.03\%>0.5\%$$

将 $\alpha^{(1)}$代入上式反复迭代，最后求出一稳定 α 值，计算结果见下表:

迭代次数 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\alpha^{(i)}$	0.4361	0.4199	0.4285	0.4243	0.4264	0.4254	0.4259	0.4256	0.4257	0.4257
$\frac{\alpha^{(i)}-\alpha^{(i-1)}}{\alpha^{(i-1)}}$	9.03	3.71	2.05	0.98	0.49	0.23	0.12	0.07	0.02	0

求得 α 后再求 $\beta^{(1)}$:

$$\alpha=0.4257$$

$$\sin\pi\alpha=\sin 0.4257\pi=0.9729$$

$$\alpha_t=1.25-2\alpha=1.25-2\times 0.4257=0.3986$$

$$\sin\pi\alpha_t=\sin 0.3986\pi=0.9497$$

$$\beta^{(1)}=\frac{\pi ne-\frac{2}{3}R\sin^3\pi\alpha}{\sin\pi\alpha+\sin\pi\alpha_t}=\frac{\pi\times 0.3617\times 1.212-\frac{2}{3}\times 1.212\times 0.9729^3}{0.9729+0.9497}=0.3294$$

$$\left|\frac{\beta^{(1)}-\beta^{(0)}}{\beta^{(0)}}\right|=\left|\frac{0.3294-0.2818}{0.2818}\right|=16.9\%>0.5\%$$

需要继续迭代。

注意，这里要得到一个新的 β 值，先要迭代求得一稳定的 α 值，再代入公式求得一个新的 β 值，整个过程包括了二套循环迭代。结果见下表:

迭代次数 i	1	2	3	附　　注
α	0.4257	0.4253	0.4253	对应每一个 β 值，α 需按表 1 迭代而得
$\beta^{(i)}$	0.3294	0.3297	0.3297	
$\left|\frac{\beta^{(i)}-\beta^{(i-1)}}{\beta^{(i-1)}}\right|\%$	16.9	0.09	0.00	

(3) 求 A_s:

$$A_s = \beta\frac{f_{cm}A}{f_y} = 0.3297\frac{11 \times 125664}{310} = 1470\text{mm}$$

[例 1.2] 一圆形截面偏压构件，已知 $r = 200\text{mm}$，$f_{cm} = 11\text{N}/\text{mm}^2$，$f_y = 310\text{N}/\text{mm}^2$，$N = 1600\text{kN}$，$\eta e_i = 40\text{mm}$，求 A_s。

解：(1) 计算参数:

由前例知 $A = 125664\text{mm}^2$，$r_s = 165\text{mm}$，$R = 1.212$

$$n = \frac{N}{f_{cm}A} = \frac{1600 \times 10^3}{11 \times 125664} = 1.157$$

$$e = \frac{\eta e_i}{r_s} = \frac{40}{165} = 0.2424$$

$$e_{0b} = \left[0.4706 + \frac{1}{n}(0.1673R - 0.3471)\right]r_s$$

$$= \left[0.4706 + \frac{1}{1.157}(0.1673 \times 1.212 - 0.3471)\right] \times 165 = 57.1\text{mm}$$

$$\eta e_i < e_{0b}$$

(2) 迭代:

假定 $\beta^{(0)} = 0.01\frac{f_y}{f_{cm}} = 0.01 \times \frac{310}{11} = 0.2818$

$$p = \frac{\beta}{2R} = \frac{0.2818}{2 \times 1.212} = 0.1162$$

$$q = \frac{3\pi n e}{4R} = \frac{3 \times \pi \times 1.157 \times 0.2424}{4 \times 1.212} = 0.5455$$

$$D = \sqrt{q^2 + p^3} = \sqrt{0.5455^2 + 0.1162^3} = 0.5469$$

$$\sin\pi\alpha = \sqrt[3]{D + q} - \sqrt[3]{D - q} = \sqrt[3]{0.5469 + 0.5455} - \sqrt[3]{0.5469 - 0.5455} = 0.917$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{\pi}\sin^{-1}\sin\pi\alpha = 1 - \frac{1}{\pi}\sin^{-1}0.917 = 0.6306$$

$$\beta^{(1)}=\frac{n}{\alpha}+\frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha}-1=\frac{1.157}{0.6306}+\frac{\sin(2\pi\times 0.6306)}{2\pi\times 0.6306}-1=0.6509$$

$$\left|\frac{\beta^{(1)}-\beta^{(0)}}{\beta^{(0)}}\right|=\left|\frac{0.6509-0.2818}{0.2818}\right|=131.0\%>0.5\%$$

需反复迭代，结果如下表:

迭代次数 i	1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha^{(i)}$	0.6306	0.7175	0.6627	0.6961	0.6752	0.6881	0.6800	0.6850
$\beta^{(i)}$	0.6509	0.3960	0.5417	0.4472	0.5042	0.4682	0.4903	0.4765
$\left\|\frac{\beta^{(i)}-\beta^{(i-1)}}{\beta^{(i-1)}}\right\|\%$	131.0	39.2	36.8	17.4	12.7	7.14	4.72	2.81
迭代次数 i	9	10	11	12	13	14	15	16
$\alpha^{(i)}$	0.6819	0.6838	0.6827	0.6834	0.6829	0.6832	0.6830	0.6832
$\beta^{(i)}$	0.4850	0.4797	0.4830	0.4810	0.4822	0.4814	0.4819	0.4816
$\left\|\frac{\beta^{(i)}-\beta^{(i-1)}}{\beta^{(i-1)}}\right\|\%$	1.78	1.09	0.69	0.41	0.25	0.17	0.10	0.06

(3) 求 A_s:

$$A_s=\beta\frac{f_{cm}A}{f_y}=\frac{0.4816\times 11\times 125664}{310}=2148\text{mm}$$

从上述两例可以看到，迭代次数和所需精度有关。如控制精度为 5%时，迭代次数应不会太多。具体精度数值由设计者确定。

4. 承载力校核

已知r，A_s，r_s，f_{cm}，f_y，ηe_i，求受压承载力N_u。

(1) 当$\eta e_i \geqslant e_{0b}$时，

$\alpha \leqslant 0.625$，$\alpha_t=1.25-2\alpha$ 代入式(1.1)，得

$$N = \alpha(f_{cm}A + 3f_yA_s) - \left(1.25f_yA_s + \frac{f_{cm}A}{2\pi}\sin 2\pi\alpha\right)$$

$$\alpha = \frac{N + 1.25f_yA_s + \frac{f_{cm}A}{2\pi}\sin 2\pi\alpha}{f_{cm}A + 3f_yA_s} \tag{1.14}$$

用上式求 α 值时，先假定一个 α 值，求出 $\sin 2\pi\alpha$，再代入式(1.14)，求得新的 α 值，经过反复迭代，求得稳定的 α 值。

由式(1.2)得

$$N = \frac{1}{\eta e_i \pi}\left[\frac{2}{3}f_{cm}Ar\sin^3\pi\alpha + f_yA_sr_s(\sin\pi\alpha + \sin\pi\alpha_t)\right] \tag{1.15}$$

计算时，先假定一个 N 值，再按上述迭代法由式(1.14)求得一稳定的 α 值，再将该 N，α 值代入式(1.15)，求得一新的 N 值，再求 α 值，反复迭代求得稳定的 N 值，即为承载力 N_u。

(2) 当 $\eta e_i < e_{0b}$ 时，

$\alpha > 0.625$，$\alpha_t = 0$，代入式(1.1)得

$$N = \alpha f_{cm}A\left(1 - \frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha}\right) + \alpha f_yA_s$$

$$N = \alpha(f_{cm}A + f_yA_s) - \frac{f_{cm}A}{2\pi}\sin 2\pi\alpha \tag{1.16}$$

代入式(1.2)得

$$N\eta e_i = \frac{2}{3}f_{cm}A\frac{r}{\pi}\sin^3\pi\alpha + f_yA_s\frac{r_s}{\pi}\sin\pi\alpha$$

移项整理后又可写成

$$\sin^3\pi\alpha + \frac{1.5f_yA_sr_s}{f_{cm}Ar}\sin\pi\alpha - \frac{1.5N\eta e_i\pi}{f_{cm}Ar} = 0 \tag{1.17}$$

令 $p = \dfrac{f_yA_sr_s}{2f_{cm}Ar}$，$q = \dfrac{3N\eta e_i\pi}{4f_{cm}Ar}$，$D = \sqrt{q^2 + p^3}$

解得 $\sin\pi\alpha = \sqrt[3]{D+q} - \sqrt[3]{D-q}$

因 $\alpha>0.625$，则 $\sin\pi\alpha=\sin(\pi-\pi\alpha)$

$$\alpha=1-\frac{1}{\pi}\sin^{-1}\sin\pi\alpha \tag{1.18}$$

计算时，先假定一个 N 值，代入式(1.17)，求得一个 $\sin\pi\alpha$ 值，进而由式(1.18)求得一个 α 值，再将 α 代入式(1.16)得一新的 N 值，如此反复迭代，求出稳定的 N 值即为承载力 N_u。

(3) 承载力计算的流程图如图 1.2 所示。

[例 1.3] 一圆形截面偏压构件，已知 $r=200$mm，$f_{cm}=11\text{N}/\text{mm}^2$，$f_y=310\text{N}/\text{mm}^2$，$A_s=1470\text{mm}^2$，$\eta e_i=200$mm，求承载力 N_u。

解：(1) 计算参数：

$$A=\pi r^2=\pi\times200^2=125664\text{mm}^2$$

$$r_s=r-35=200-35=165\text{mm}$$

$$\beta=\frac{f_yA_s}{f_{cm}A}=\frac{310\times1470}{11\times125664}=0.3297$$

$$R=\frac{r}{r_s}=\frac{200}{165}=1.212$$

$$e=\frac{\eta e_i}{r_s}=\frac{200}{165}=1.212$$

$$e_{0b}=\left(\frac{0.1673R+0.2941\beta}{0.7375+0.625\beta}\right)r_s=\left(\frac{0.1673\times1.212+0.2941\times0.3297}{0.7375+0.625\times0.3297}\right)\times165=52.4\text{mm}$$

$$\eta e_i>e_{0b}$$

(2) 迭代：

先假定 $n^{(0)}=0.4$，再假定 $\alpha^{(0)}=0.4$

$$\alpha^{(1)}=\frac{n+1.25\beta+(\sin2\pi\alpha)/2\pi}{1+3\beta}=\frac{0.4+1.25\times0.3297+\frac{\sin(2\times0.4\pi)}{2\pi}}{1+3\times0.3297}=0.4553$$

$$\left|\frac{\alpha^{(1)}-\alpha^{(0)}}{\alpha^{(0)}}\right|=\left|\frac{0.4553-0.4}{0.4}\right|=13.8\%>0.5\%$$