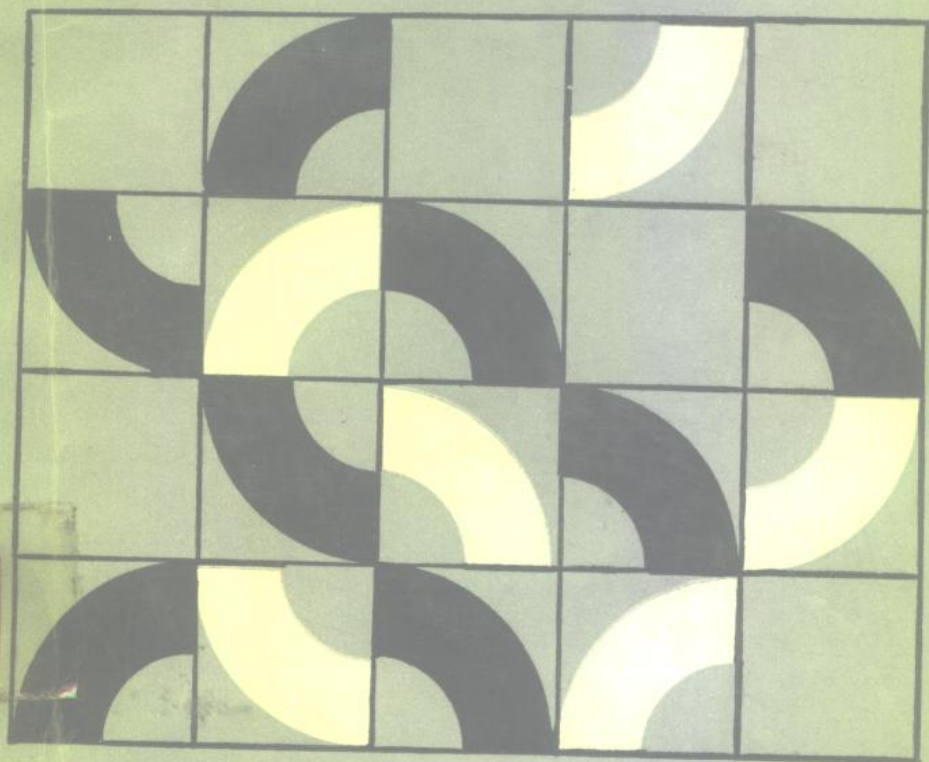


灰色系统理论及其应用

● 刘思峰 郭天榜 编著
● 河南大学出版社



内 容 提 要

本书是作者在多年从事灰色系统理论研究、应用和教学的基础上写成的。全书共十一章，其中灰序列算子、灰关联聚类、灰色定权聚类及几种广义灰色关联度等新思路、新方法、新算式系首次提出。该书理论系统扼要，方法简便实用，特别适宜于用作高等学校理、工、农、医、天、地、生及经济、管理类各专业大学生和研究生教材，亦可供政府部门、科研机构以及工厂、农村的科技人员和管理人员参考。

灰色系统理论及其应用

刘思峰 郭天榜 编著

责任编辑：程庆

河南大学出版社出版

(开封市明伦街85号)

河南省新华书店发行

中国科学院开封印刷厂印刷

开本：850×1168毫米1/32 印张：12.625 字数：317千字

1991年2月第1版 1991年2月第1次印刷

印数：1—3000册 定价：3.20元

ISBN7-81018-518-7/O·29

序

刘思峰和郭天榜同志撰写的《灰色系统理论及其应用》一书是一本立足于实际，着眼于开拓，既阐述理论，又兼顾应用的综合性著作，具有广泛的参考价值。本书将“河南省工业系统技术改造研究”、“河南省粮食生产决策支持系统”以及为“科技兴豫”所进行的决策支持研究等成果融汇贯通、升华发展，在运用灰色系统的理论、方法、观点、概念支持决策、咨询实际等方面均具特色。书中有关序列算子等数学思路与方法，属作者独创。

这样一本有理论、有实际，有研究、有应用，有背景、有升华，有继承、有开拓的著作，将为灰色系统理论的发展与软科学的实用化做出贡献。

华中理工大学教授
灰色系统英文杂志主编
邓聚龙
1990.1.15

前 言

1982年，我国著名学者邓聚龙教授创立了灰色系统理论。这一新的学说很快得到国内外众多学者和实际工作者的关注。短短几年中，它不仅在理论上迅速发展，而且在社会、经济、科技、农业、工业、交通、生态、水利、气象、地学、医学、金融、法律、军事等系统的分析、建模、预测、决策、控制中得到日益广泛和深入的应用，取得了一系列的成果。

自1982年起，我们就开始了对灰色系统理论的学习和研究工作。几年后，我们的研究计划获得河南省教委科学基金资助。在刘思峰和郭天榜同志的组织下，大家一方面对灰色系统理论进行了系统的研究和探讨，同时积极开拓应用领域，许多同志成功地将灰色系统理论应用于各自承担的其它科研项目中。在此期间，刘思峰同志为河南农业大学农业工程系87级至89级研究生及部分教师讲授了灰色系统理论选修课。这本书正是我们这个研究集体数年来从事灰色系统理论研究、应用和教学工作的总结。

在本书写作过程中，我们力求遵循理论系统、思路清晰、方法简便、重在实用的宗旨，注意科学性和可读性。因此，本书适宜于用作经济、管理及理、工、农、医、天、地、生各类专业大学生和研究生教材或自学参考书，亦可供政府部门、科研机构、企业及农村的科技、管理人员参阅。

书中吸收了邓聚龙教授《灰色系统理论》（高级班讲义）和另外几部著作中的理论或应用成果；赵理、李秀丽、赵德英、党耀国、王文亮、贾勇、林文、郑国清、杨万才等同志参与了这个项目的研究和部分内容的讨论、写作工作；李秀丽同志编写了附录

I 中的计算机程序，邓聚龙、孙荣光、段铁成、赵理四位教授在百忙中担任主审，本书责任编辑程庆同志从内容到叙述形式向作者提出了许多建设性意见，付出了艰苦细致的劳动，在此一并表示衷心的感谢。

编者谢陋，错误在所难免，恳请读者批评指正。

刘思峰

1989年10月

目 录

序	(5)
前言	(7)
第一章 灰色系统概言	(1)
§ 1.1 灰色系统理论的产生与发展动态	(1)
§ 1.2 灰色系统的概念与基本内容	(2)
第二章 灰数及其运算	(7)
§ 2.1 灰数	(7)
§ 2.2 灰数白化与灰度	(9)
§ 2.3 区间灰数的运算	(14)
第三章 灰方程与灰矩阵	(17)
§ 3.1 灰代数方程与灰微分方程	(17)
§ 3.2 灰矩阵及其运算	(18)
§ 3.3 几种特殊的灰矩阵	(21)
§ 3.4 灰矩阵的奇异性	(23)
§ 3.5 灰特征值与灰特征向量	(25)
第四章 灰序列生成	(28)
§ 4.1 灰序列生成概言	(28)
§ 4.2 均值生成	(29)
§ 4.3 序列算子	(31)
§ 4.4 光滑序列	(35)
§ 4.5 级比与光滑比	(38)
§ 4.6 累加生成与累减生成	(40)
§ 4.7 累加生成的灰指数律	(44)
第五章 灰关联分析	(49)
§ 5.1 灰关联分析概言	(49)
§ 5.2 灰关联因素与关联算子集	(51)

§ 5.3	距离空间	(54)
§ 5.4	灰关联公理与灰色关联度	(57)
§ 5.5	灰色绝对关联度	(65)
§ 5.6	灰色相对关联度	(77)
§ 5.7	灰色综合关联度	(81)
§ 5.8	关联序	(83)
§ 5.9	优势分析	(85)
§ 5.10	应用实例	(97)
第六章	灰色聚类与灰色统计评估	(111)
§ 6.1	灰色聚类与灰色统计评估概言	(111)
§ 6.2	灰关联聚类	(112)
§ 6.3	指标变权聚类	(116)
§ 6.4	指标定权聚类	(126)
§ 6.5	灰色统计	(136)
第七章	灰色系统建模	(144)
§ 7.1	五步建模思想	(144)
§ 7.2	灰色微分方程	(147)
§ 7.3	GM(1,1) 模型	(150)
§ 7.4	残差 GM(1,1) 模型	(163)
§ 7.5	GM(1,1) 模型群	(169)
§ 7.6	GM(1,N)和 GM(0,N)	(174)
§ 7.7	GM(2,1) 和 Verhulst 模型	(180)
第八章	灰色预测	(189)
§ 8.1	灰色预测模型的检验	(189)
§ 8.2	数列预测	(191)
§ 8.3	区间预测	(195)
§ 8.4	灾变预测	(207)
§ 8.5	季节灾变预测	(211)
§ 8.6	拓扑预测	(216)
§ 8.7	系统预测	(222)

第九章	灰色决策	(229)
§ 9.1	灰色决策概言	(229)
§ 9.2	灰靶决策	(232)
§ 9.3	灰关联决策	(237)
§ 9.4	灰色发展决策	(247)
§ 9.5	灰色统计决策	(252)
§ 9.6	灰色聚类决策	(258)
§ 9.7	单目标化局势决策	(262)
§ 9.8	灰色层次决策	(268)
第十章	灰色规划	(276)
§ 10.1	灰色规划概言	(276)
§ 10.2	灰色预测型线性规划	(277)
§ 10.3	灰色漂移型线性规划	(282)
§ 10.4	灰色线性规划的准优解	(291)
§ 10.5	灰色0-1规划	(296)
§ 10.6	灰色非线性规划	(305)
第十一章	灰色控制	(313)
§ 11.1	灰色控制概言	(313)
§ 11.2	灰色线性控制系统	(316)
§ 11.3	灰色传递函数与典型环节	(319)
§ 11.4	灰色传递函数阵	(324)
§ 11.5	去余控制	(325)
§ 11.6	灰关联控制	(327)
§ 11.7	灰色预测控制	(327)
§ 11.8	应用实例	(329)
附录 I	主要模型算法BASIC程序	(336)
附录 II	拉普拉斯变换	(384)
参考文献		(389)

第一章 灰色系统概言

§1.1 灰色系统理论的产生与发展动态

随着科学技术的高速发展，在现代社会的经济活动、科研活动以及人们的日常生活中，信息的交流已日趋重要，不可或缺。如何有效地提取、筛选、处理信息，已引起人们的普遍关注和高度重视。灰色系统理论正是应运而生的一门新兴学科。

1982年，北荷兰公司(North-Holland Co.)的《系统与控制通讯》(Systems & Control Letters)杂志上发表了我国学者邓聚龙教授的第一篇灰色系统论文《灰色系统的控制问题》(The Control Problems of Grey Systems)。1982年第3期的《华中工学院学报》上发表了邓聚龙教授的第一篇中文灰色系统论文《灰色控制系统》。这标志着灰色系统理论经过其创始人邓聚龙教授多年卓有成效的努力，开始问世。这一新的理论刚一诞生，就受到国内外学术界和广大实际工作者的极大关注。不少著名学者和专家对该理论给予了充分肯定和支持，许多中青年学者纷纷加入灰色系统理论研究行列，以极大的热情开展理论探索及在不同领域中的应用研究工作。美国、西德、日本、瑞士、苏联等很多国家的学者都对灰色系统这门新兴学科产生了浓厚的兴趣。

1985年，国防工业出版社出版了灰色系统理论的第一部专著《灰色系统(社会·经济)》(邓聚龙著)。1985年，1986年，1987年，1988年，华中理工大学出版社先后出版发行了邓聚龙教授的另外四部专著《灰色控制系统》、《灰色预测与决策》、《灰色系统基本方法》、《多维灰色规划》。1989年，海洋出版社出版了英文

版《灰色系统论文集》。同年，英文版国际性刊物《灰色系统》杂志 (Journal of Grey System) 正式创刊。国内不少出版单位如科学出版社、科学普及出版社、解放军出版社、江苏科技出版社、山东科技出版社等编辑出版了灰色系统著作。

1984年以来，共召开了四次全国灰色系统理论学术讨论会，几百篇灰色系统文章在国际、国内各种学术会议上宣读和交流。到目前为止，国内外 70 多家杂志发表了 200 多篇灰色系统文章，100 多个县、市和地区运用灰色系统方法制定科技、社会、经济协调发展总体规划，几十所高等院校开设灰色系统课程，数百名博士、硕士研究生运用灰色系统方法撰写学位论文，不少的灰色系统理论研究课题获得国家或省、市各类科学基金资助。

短短几年中，灰色系统理论已以其强大的生命力自立于科学之林，奠定了其作为一门新的交叉学科的学术地位。它的蓬勃生机和广阔的发展前景正日益广泛地被社会所认识、所重视。

§1.2 灰色系统的概念与基本内容

社会、经济、农业、工业、生态、生物等许多系统，是根据研究对象所属的领域和范围命名的，而灰色系统却是按照颜色来命名的。在控制理论中，人们常用颜色的深浅来形容信息的明确程度，如艾什比将内部信息未知的对象称为黑箱 (Black Box)。这种理解和称谓已为人们普遍接受。再如在政治生活中，人民群众希望了解决策及其形成过程的有关信息，就提出要增加“透明度”。我们用“黑”表示信息未知，用“白”表示信息完全明确，用“灰”表示部分信息明确、部分信息不明确。相应地，我们将信息完全明确的系统称为白色系统，信息未知的系统称为黑色系统，部分信息明确、部分信息不明确的系统称为灰色系统。

在人们的社会、经济活动或科研活动中，信息不完全的情况

会经常遇到。如在农业生产中，即使是播种面积、种子、化肥、灌溉等信息完全明确，但由于劳动力技术水平、自然环境、气候条件等信息不明确，仍难以准确地预计出产量、产值。再如生物防治，虽然对害虫与其天敌之间的关系十分明了，但却往往因对害虫与饵料、天敌与饵料、某一种天敌与别的天敌、某一种害虫与别的害虫之间的关联信息了解不够，而难以收到预期的效果。价格系统的调整或改革，常常因缺乏民众心理承受能力的信息，以及某种商品价格变动对其它商品价格影响的确切信息而举步维艰。液压系统由于出现测不准的软量而难以控制。电工系统因电压、电流等参数的随机波动而难以观测，这是由于缺乏运行信息、参数信息。一般的社会经济系统，由于其没有明确的“内”、“外”关系，系统本身与系统环境，系统内部与系统外部的边界若明若暗，难以分析输入(投入)对输出(产出)的影响，同一个经济变量，有的研究者把它作为内生变量，而另一些研究者却把它作为外生变量，这是缺乏模型信息，找不到适当的系统模型或观测、控制变量。

综上所述，系统信息不完全的情况有以下四种：

- 1° 元素(参数)信息不完全；
- 2° 结构信息不完全；
- 3° 边界信息不完全；
- 4° 运行行为信息不完全。

“信息不完全”是“灰”的基本含义。从不同的场合、不同的角度看，还可以将“灰”的含义加以引伸。(详见下页表)

“信息非完全”原理的运用是“少”与“多”的辩证统一，是“局部”与“整体”的转化，也是灰色系统理论研究问题的根本特征。“非唯一性”原理是灰色系统解决问题所遵循的基本思路，它给予你灵活性的法宝，使你处处取得实效。

人们在认识世界与改造世界的过程中常常自觉或不自觉地通

	黑	灰	白
从信息上看	未知	不完全	完全
从表象上看	暗	若明若暗	明朗
在过程上	新	新旧交替	旧
在性质上	混纯	多种成分	纯
在方法上	否定	扬弃	肯定
在态度上	放纵	宽容	严厉
从结果看	无解	非唯一解	唯一解

过已经掌握的部分信息对事物做整体剖析，通过少量已知信息的筛选、加工、延伸和扩展，深化对系统的认识，再经系统改造，系统重组，提高效率。

“非唯一性”原理，在决策上的体现是灰靶思想。灰靶是目标非唯一与目标可约束的统一，也是目标可接近、信息可补充、方案可完善、关系可协调、思维可多向、认识可深化、途径可优化的具体体现。“非唯一性”使人们处理问题的态度灵活机动，决策多目标，方法多途径，计划能调整，效果也具有可塑性。在面对许多可能的解时，能够通过定性分析，补充信息，确定出一个或几个满意解。“非唯一性”的求解途径是定性分析与定量分析相结合的求解途径，也是灰色系统和数学科学中常常采用的有效途径。

灰色概念与模糊概念的主要区别在于研究对象的内涵与外延的性质上。灰色系统着重外延明确、内涵不明确的对象，模糊数学着重外延不明确、内涵明确的对象。比如说中国到2000年要把人口控制在12亿左右，或说控制在11.5亿到12.5亿之间。这“12亿左右”或“11.5亿到12.5亿之间”就是灰概念，其外延是非常明确的，但如果确切地问是哪个具体的数值，则并不清楚。“年轻人”这个概念则是个模糊概念，因为人人都知道年

人的内涵，但要让你划出一个确切的范围；在这个范围之内的是年轻人，范围之外的都不是年轻人，则很难办到，因为年轻人这个概念的外延不明确。

灰概念与随机概念没有本质的区别，灰色系统与随机理论研究问题、解决问题的方法和思路则截然不同。

灰数、灰元、灰关系是灰色系统的主要研究对象。因此，灰数及其运算、灰色矩阵与灰色方程是灰色系统理论的基础。工业控制及社会、经济、农业、生态等本征性灰系统的分析、建模、预测、决策和控制是灰色系统的主要研究任务。

对一个问题研究往往同时需要若干方面综合进行。如制定一个地区或一个行业的长远发展规划，首先要对现状进行分析、诊断，在此基础上建立系统模型，对未来作出科学、可信的预测，制订计划，选准重点，进行有效地决策与控制，达到少投入、多产出的目的。再如研究生态系统的食物链，则同时涉及绿色植物、食草动物、食肉动物三个层次。制订畜牧业发展规划时，要分析这三个层次的量化关系，预测在人的干预下不同层次的发展变化，弄清这种干预需要付出的代价与可能得到的收益，提出减少所需代价，获取更大效益的决策方案，制订实施决策的计划与措施。上述问题的解决，都同时包括了分析、建模、预测、决策和控制几个方面的内容。

系统分析主要包括灰色关联分析、灰色统计和灰色聚类等方面的内容；系统建模主要通过数的生成或序列算子作用，寻找其规律，然后根据灰色理论的五步建模思想完成系统建模。五步建模即第一步语言模型，第二步网络模型，第三步量化模型，第四步动态量化模型，第五步优化模型；灰色预测是基于 $CM(1,1)$ 进行的定量预测，按照其功能和特征可分成数列预测、区间预测、灾变预测、季节灾变预测、拓扑预测和系统预测五类；灰色决策包括灰靶决策、灰关联决策、灰色统计、聚类决策、灰色局

势决策、灰色层次决策和灰色规划等；灰色控制的主要内容包括本征性灰系统的控制问题和以灰色系统方法为主构成的控制，如灰关联控制和 GM(1,1) 预测控制等。

第二章 灰数及其运算

§ 2.1 灰 数

灰色系统用灰色数、灰色方程、灰色矩阵等来描述，其中灰数是灰系统的基本“单元”或“细胞”。

我们把只知道大概的范围而不知其确切值的数称为灰数。在应用中，灰数实际上指一个区间或一个一般的数集。

灰数有以下几类：

1° 仅有下界的灰数

有下界而无上界的灰数记为

$$\otimes \in [a, \infty) \text{ 或 } \otimes(a),$$

其中 a 为灰数 \otimes 的下确界，它是一个确定的数。我们称 $[a, \infty)$ 为 \otimes 的取数域，简称 \otimes 的灰域。

一棵生长着的大树，其重量便是有下界的灰数，因为大树的重量必大于零，但不可能用一般手段知道其准确的重量，若用 \otimes 表示大树的重量，便有 $\otimes \in [0, \infty)$ 。

2° 仅有上界的灰数

有上界而无下界的灰数记为

$$\otimes \in (-\infty, \bar{a}] \text{ 或 } \otimes(\bar{a}),$$

其中 \bar{a} 是灰数 \otimes 的上确界，是确定的数。

一项投资工程，要有个最高投资限额，一件电器设备要有个承受电压或通过电流的最高临界值。工程投资、电器设备的电压、电流容许值都是有上界的灰数。

3° 区间灰数

既有下界 a 又有上界 \bar{a} 的灰数称为区间灰数, 记为 $\otimes \in [a, \bar{a}]$.

海豹的重量在 20~25 公斤之间, 某人的身高在 1.8~1.9 米之间, 可分别记为

$$\otimes_1 \in [20, 25], \otimes_2 \in [1.8, 1.9].$$

4° 连续灰数与离散灰数

在某一区间内取有限个值或可数个值的灰数称为离散灰数, 取值连续地充满某一区间的灰数称为连续灰数.

某人的年龄在 30 到 35 岁之间, 此人的年龄可能是 30, 31, 32, 33, 34, 35 这几个数, 因此年龄是离散灰数. 人的身高、体重等是连续灰数.

5° 黑数与白数

当 $\otimes \in (-\infty, \infty)$ 或 $\otimes \in (\otimes_1, \otimes_2)$, 即当 \otimes 的上、下界皆为无穷或上、下界都是灰数时, 称 \otimes 为黑数.

当 $\otimes \in [a, \bar{a}]$, 且 $a = \bar{a}$ 时, 称 \otimes 为白数.

为讨论方便, 我们将黑数和白数看成特殊的灰数.

6° 本征灰数与非本征灰数

本征灰数是指不能或暂时还不能找到一个白数作为其“代表”的灰数, 比如一般的事前预测值、宇宙的总能量、准确到秒或微秒的“年龄”等都是本征灰数.

非本征灰数是指凭先验信息或某种手段, 可以找到一个白数作为其“代表”的灰数. 我们称此白数为相应灰数的白化值, 记为 $\tilde{\otimes}$, 并用 $\otimes(a)$ 表示以 a 为白化值的灰数. 如托人代买一件价格 100 元左右的衣服, 可将 100 作为预购衣服价格 $\otimes(100)$ 的白化数, 记为 $\tilde{\otimes}(100) = 100$.

从本质上看, 灰数又可以分为信息型、概念型、三型次层类.

1° 信息型灰数是指因暂时缺乏信息而不能肯定其取值的数. 如: 预计某地区今年夏粮产量在 10 万吨以上, $\otimes \in [10, \infty)$,

估计某储蓄所年底居民储蓄存款总额将达 70 万到 90 万元, $\otimes \in [70, 90]$; 预计郑州地区 5 月份最高气温不超过 36°C , $\otimes \in [0, 36]$, 这些都是信息型灰数. 由于暂时缺乏信息, 不能肯定某数的确切取值, 而到一定时间后, 通过信息补充, 灰数可以完全变白. 如上述三个灰数, 一旦预言的时间终了, 就会变成完全确定的数.

2° 概念型灰数其中有的也称意愿型灰数是指由人们的某种观念、意愿形成的灰数. 如: 某人希望至少获得 1 万元科研经费, 并且越多越好, $\otimes \in [10\,000, \infty)$; 某工厂废品率为 1%, 希望大幅度降低, 当然越小越好, $\otimes \in [0, 0.01]$; 这些都是概念型灰数.

3° 层次型灰数是由层次改变形成的灰数. 有的数, 从系统的高层次, 即宏观层次、整体层次或认识的概括层次上看是白的; 可到低层上, 即到系统的微观层次、分部层次或认识的深化层次则可能是灰的. 例如, 一个人的身高, 以厘米度量是白的, 若精确到万分之一毫米就是灰的了. 还有的数, 在某个小范围内是白的, 在大范围内就成灰的了. 比如叫张三的人, 某个学校只有 1 人; 全市大学有 4~6 人, $\otimes \in [4, 6]$ 已是灰数; 若在全国范围内考虑, 就更加说不清了.

§ 2.2 灰数白化与灰度

有一类灰数是在某个基本值附近变动的, 这类灰数白化比较容易, 我们可以其基本值为主要白化值. 以 a 为基本值的灰数可记为

$$\otimes(a) = a + \delta_a \quad \text{或} \quad \otimes(a) \in (-, a, +),$$

其中 δ_a 为扰动灰元, 此灰数的白化值 $\tilde{\otimes}(a) = a$. 如今年的科研经费在 1 万元左右, 可表为