

# 噪声中信号的检测

[美] A. D. 惠伦 著

科学出版社

# 噪声中信号的检测

[美] A. D. 惠伦 著

刘其培 迟惠生 译

刘有恒 吴德明 校

科学出版社

1977

## 内 容 简 介

本书系统地介绍了噪声中信号的检测原理及其应用。书中首先讲述概率论、随机过程的一般知识，这是阅读本书必需的工具。接着利用希尔伯特变换讨论了窄带信号的有关问题，同时对高斯过程也作了专门的分析。在阐明假设检验的一般准则之后，即以似然比检验为基础，先后在高斯分布的白噪声及有色噪声情况下，研究了确知信号和含随机参量信号的检测问题，并导出了相应的理想接收机。然后介绍了估值理论。最后对矩阵公式的应用也作了较为详细的说明。

全书着重介绍实践中特别有用的那些原理，并以数字通信、雷达和声纳中的检测问题为例子叙述了它们的具体应用。

本书由浅入深、分析简洁明了、系统性强，可供从事信号检测工作的科技人员阅读，也可作为大专院校有关专业的参考书。

A. D. Whalen  
DETECTION OF  
SIGNALS IN NOISE  
Academic Press  
New York and London, 1971

### 噪声中信号的检测

[美] A. D. 惠伦 著

刘其培 迟惠生 译

刘有恒 吴德明 校

\*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1977年11月第一版 开本：787×1092 1/32

1977年11月第一次印刷 印张：14 1/2

印数：0001—6,550 字数：328,000

统一书号：15031·157

本社书号：910·15—7

定价：1.48 元

## 译者前言

从噪声中提取信号,是雷达、声纳和通信系统设计工作中的一项基本课题。经过通信统计理论问世以来将近三十年的工作,这方面的研究已经有了相当深入的进展。理论的探讨以及从不同角度提出的准则和模型等,对实际工程设计都起到了一定的指导作用。

本书原系美国贝尔实验室的一份教材,讲述统计接收理论的各种基本问题。全书共十一章。前五章为基础知识。第六至十章介绍这些知识在雷达、声纳和通信中的具体应用,分别叙述了确知信号、随机参量信号、多脉冲信号和有色高斯噪声中信号的检测问题,以及信号参量的估值等。最后,在第十一章中集中介绍了矩阵运算方法。全书内容由浅入深、分析简洁明了、系统性强,适合初学者阅读,对从事信号检测工作的专业人员也有一定参考价值。

为了发展我国科技事业,我们遵照毛主席关于“洋为中用”的教导,翻译了此书。翻译过程中,我们对原书中的个别错误作了订正。但由于我们水平不高、专业知识贫乏,难免会有许多错误和不妥之处,欢迎读者批评指正。

一九七七年于北京大学无线电系



## 原 序

本书目的是作为介绍信号统计检测理论原理及其应用的一本入门书。书中着重介绍在实践中特别有用的那些原理，并应用它们来解决数字通信、雷达及声纳中遇到的检测问题。本书大部分取材于公开文献：教科书、技术杂志以及工业和大学的报告。作者试图将这些材料加以消化，以对这门学科提出容易读懂而又便于讲授的论述。

理论的陈述主要是照顾实际经验，因此，有时牺牲了严密性。读者一般不必严格追究存在性证明、收敛和交换算符等。在一般情况下，对材料的叙述并不十分着重普遍性。虽然全面的探讨在数学上十分完美，但不易领悟和理解。我们所采用的这种探讨方法的一个例子是对相加噪声的讨论。首先假定相加噪声是白色高斯噪声。因为有关这方面的大量研究及许多实际接收机的设计，都以高斯白噪声为基础，所以先对基于上述假设的解法给予透彻的论述，其推导也比较简单，便于了解基本原理和引出数字结果。然后假定为非白噪声，介绍更一般的方法。

全书梗概如下：对概率和随机过程作了简要的论述，使得不熟悉概率的读者足以掌握阅读本书所必需的工具；借助希尔伯特变换，讨论了窄带信号及其复数表示和性质；导出并图示了高斯假设下的概率函数；应用了假设检验来检测信号；讨论了数字通信及检测应用（如雷达和声纳）方面的问题，推导了最佳接收机并图示出了它们的性能；特别介绍了估值理论，因为它同信号振幅、相位、频率及到达时间的估值有关；确

定了估计量方差的界限;论述了强调抽样方法的空间-时间处理,即多信息处理。每章之后附有习题、参考文献和补充文献。

本书的最初内容是用作贝尔电话实验室一个学期的课程。所以,本书适合作为信号检测理论的研究生课程,也适合于对这方面内容发生兴趣,以及学过概率和随机过程的专业学生的课程。作者希望这本书可以用来自修,也可作为从事实际工作的工程技术人员的一本参考书。

# 目 录

译者前言 .....	i
原序 .....	ii
第一章 概率论 .....	1
1.1 概率简述 .....	1
1.2 条件概率和统计独立 .....	2
1.3 概率分布函数 .....	3
1.4 连续随机变量 .....	5
1.5 随机变量的函数 .....	8
1.6 特征函数 .....	16
1.7 平均 .....	19
习题 .....	24
参考文献 .....	28
补充文献 .....	28
第二章 随机过程 .....	30
2.1 引言 .....	30
2.2 随机过程同概率的关系 .....	31
2.3 集相关函数 .....	33
2.4 时间平均 .....	41
2.5 时间相关函数 .....	43
2.6 功率谱密度 .....	43
2.7 线性滤波器的响应 .....	48
习题 .....	56
参考文献 .....	59
补充文献 .....	59
第三章 窄带信号 .....	60

1007221

• v •

3.1 引言 .....	60
3.2 确定性信号 .....	61
3.3 希尔伯特变换 .....	67
3.4 信号预包络 .....	75
3.5 窄带滤波器 .....	77
3.6 窄带过程 .....	82
3.7 傅立叶级数表示法 .....	86
习题 .....	91
参考文献 .....	94
补充文献 .....	95
<b>第四章 派生高斯过程 .....</b>	<b>96</b>
4.1 高斯特性 .....	96
4.2 正弦波与高斯过程之和 .....	109
4.3 窄带高斯过程包络的分布 .....	111
4.4 正弦波加窄带噪声的包络 .....	113
4.5 窄带过程的包络平方 .....	119
4.6 $\chi^2$ 分布 .....	120
4.7 正弦波加窄带过程的包络平方 .....	123
4.8 非中心 $\chi^2$ 分布 .....	124
习题 .....	130
参考文献 .....	134
补充文献 .....	135
<b>第五章 假设检验 .....</b>	<b>137</b>
5.1 引言 .....	137
5.2 假设检验 .....	138
5.3 贝叶斯准则 .....	143
5.4 最小错误概率准则 .....	145
5.5 纽曼-皮尔孙准则 .....	145
5.6 极大极小化准则 .....	148
5.7 多次测量 .....	151



5.8	备择假设检验 .....	154
5.9	复合假设检验 .....	158
5.10	先验知识未知的情形 .....	162
	习题 .....	166
	参考文献 .....	170
	补充文献 .....	170
<b>第六章 已知信号的检测 .....</b>		<b>171</b>
6.1	引言 .....	171
6.2	二元通信系统 .....	172
6.3	似然函数 .....	184
6.4	匹配滤波器 .....	185
6.5	$M$ 元通信系统 .....	197
6.6	抽样法 .....	201
	习题 .....	209
	参考文献 .....	213
	补充文献 .....	214
<b>第七章 随机参量信号的检测 .....</b>		<b>217</b>
7.1	引言 .....	217
7.2	随机相位信号 .....	217
7.3	正交接收机及其等效形式 .....	221
7.4	接收机工作特性 .....	224
7.5	随机相位和振幅的信号 .....	227
7.6	非相干频移键控 .....	231
7.7	随机频率信号 .....	238
7.8	随机到达时间的信号 .....	245
7.9	随机频率和到达时间的信号 .....	248
7.10	抽样法 .....	249
	习题 .....	251
	参考文献 .....	259
	补充文献 .....	261

<b>第八章 信号的多脉冲检测</b> .....	263
8.1 引言 .....	263
8.2 已知信号 .....	264
8.3 随机参量信号 .....	267
8.4 分集 .....	299
习题 .....	306
参考文献 .....	310
补充文献 .....	311
<b>第九章 有色高斯噪声中的信号检测</b> .....	315
9.1 引言 .....	315
9.2 卡亨南-洛维展开 .....	315
9.3 已知信号的检测 .....	321
9.4 接收机性能 .....	326
9.5 最佳信号波形 .....	329
9.6 似然函数 .....	331
9.7 积分方程 .....	333
9.8 相位未知信号的检测 .....	344
习题 .....	350
参考文献 .....	353
补充文献 .....	353
<b>第十章 信号参量的估值</b> .....	356
10.1 引言 .....	356
10.2 贝叶斯估值 .....	357
10.3 最大后验估值 .....	359
10.4 最大似然估值 .....	360
10.5 估计量的性质 .....	361
10.6 存在白噪声时的估值 .....	367
10.7 特殊参量的估值 .....	371
10.8 高斯非白噪声情况的估值 .....	387
10.9 广义似然比检测 .....	390

习题 .....	396
参考文献 .....	400
补充文献 .....	401
<b>第十一章 矩阵公式的应用 .....</b>	<b>404</b>
11.1 引言 .....	404
11.2 矩阵预备知识 .....	405
11.3 多元复高斯分布 .....	413
11.4 估值 .....	414
11.5 最佳线性估计量 .....	414
11.6 最大似然估值 .....	417
11.7 最大后验估值 .....	419
11.8 检测 .....	421
11.9 高斯噪声中的高斯信号 .....	423
11.10 空间-时间处理 .....	427
习题 .....	441
参考文献 .....	448
补充文献 .....	449

# 第一章 概 率 论<sup>1)</sup>

## 1.1 概 率 简 述

把一个事件(结果)的概率同该事件出现的相对频率联系起来,是直观而易于理解的。例如,假定我们做一个实验(如一个骰子的滚动),可能有  $A$ 、 $B$ 、 $C$  等结果。把实验重复  $N$  次并记录每一事件出现的次数,分别用  $n_A$ 、 $n_B$ 、 $n_C$  表示,则它们出现的相对频率即为  $n_A/N$ 、 $n_B/N$ 、 $n_C/N$ 。我们认为,在  $N$  趋于无穷的极限情况下,这些比率就趋近于事件出现的真实概率。即

$$\lim_{N \rightarrow \infty} n_A/N \rightarrow P(A), \quad \lim_{N \rightarrow \infty} n_B/N \rightarrow P(B), \quad \text{等等}$$

因此,概率是 0 和 1 之间并包括 0 和 1 在内的一个数。实际上,这样的概率不可能绝对准确地求得。

实验的全部可能结果的集合叫作实验的样本空间。一个事件可以是样本空间的一个元素,也可以是一些可能结果的集合。两种情况中,事件出现或不出现由实验结果确定。我们用括号来表示事件,例如,  $\{A\}$  是样本空间的子集,其元素具有  $A$  的特性。

对任何事件  $\{A\}$ , 都存在事件  $\{\text{非 } A\}$ , 记作  $\{\bar{A}\}$ 。事件<sup>2)</sup>是  $\{A \text{ 或 } \bar{A}\}$  为全部可能结果的集合(必然事件)。事件  $\{A \text{ 和 } \bar{A}\}$  是没有元素的集合(零事件)。相对频率定义的直接结果是,必然事件和零事件的概率各自为 1 和 0。如果事件  $\{A\}$  和

---

1) 概率论方面容易读懂的论述可见参考文献[1]和[2], 其它参考书可参看本章末的补充文献。

2) 事件  $\{A \text{ 或 } B\}$  指的是,或者  $\{A\}$  出现,或者  $\{B\}$  出现,或者二者同时出现。事件  $\{A \text{ 和 } B\}$  指的是  $\{A\}$  和  $\{B\}$  同时出现。

$\{B\}$  互不相容 (即一个出现了, 另一个就不可能出现), 则对事件  $\{A\}$  或  $\{B\}$ , 我们得到  $P(A \text{ 或 } B) = P(A) + P(B)$ 。

假定进行两个实验, 其可能结果分别记作  $A_i$  ( $i=1, 2, \dots$ ) 和  $B_j$  ( $j=1, 2, \dots$ ), 则定义联合事件为  $\{A_i \text{ 和 } B_j\}$ 。象单一事件的情况那样, 用一个概率与之对应, 把这一联合事件的概率表示为  $P(A_i, B_j)$ 。如果这些  $A_i$  和  $B_j$  是完备的, 即不可能有其它的事件了, 则<sup>1)</sup>

$$\sum_i \sum_j P(A_i, B_j) = 1$$

$$\sum_i P(A_i, B_j) = P(B_j), \quad \sum_j P(A_i, B_j) = P(A_i)$$

## 1.2 条件概率和统计独立

条件概率所涉及的是一事件在另一事件出现后的知识。在事件  $\{A\}$  出现后, 事件  $\{B\}$  出现的概率用  $P(B|A)$  表示, 在给定  $\{A\}$  时  $\{B\}$  的条件概率定义为

$$P(B|A) = P(A, B) / P(A) \quad (1-1)$$

这里假定  $P(A) \neq 0$ 。类似地, 在  $\{B\}$  出现的条件下,  $\{A\}$  出现的概率为

$$P(A|B) = P(A, B) / P(B), \quad P(B) \neq 0 \quad (1-2)$$

如果实验由互不相容且又完备的结果  $B_i$  ( $i=1, 2, \dots$ ) 组成, 则

$$\sum_i P(B_i|A) = 1$$

如果对于两个事件  $\{A\}$  和  $\{B\}$  求得  $P(A|B) = P(A)$ , 则由条件概率定义可以导出

$$P(A, B) = P(A) \cdot P(B) \quad (1-3)$$

1) 求和是对下标的所有数值进行的。

还可以得到  $P(B|A) = P(B)$ 。因此, 其中一个事件的出现并未提供另一事件出现概率的信息, 这样的两个事件称为统计独立的。

若三个事件  $\{A_1\}$ 、 $\{A_2\}$  和  $\{A_3\}$  是统计独立的, 则它们必须满足下面的关系:

$$\begin{aligned} P(A_1, A_2) &= P(A_1)P(A_2), \\ P(A_1, A_3) &= P(A_1)P(A_3), \\ P(A_2, A_3) &= P(A_2)P(A_3), \\ P(A_1, A_2, A_3) &= P(A_1)P(A_2)P(A_3) \end{aligned} \quad (1-4)$$

若有三个以上事件是独立的, 那末一次取二个, 三个, 四个等事件的概率都必须等于这些单独事件概率的乘积。

### 1.3 概率分布函数

我们定义随机变量或随机变数为样本空间的实值函数, 即实验结果的实值函数。例如掷骰子, 出现的点数是随机变量或者随机变数, 点数的任意函数也是随机变量。倘若随机变量的取值数目(样本空间)是有限或者可数无穷的<sup>1)</sup>, 即称之为离散随机变量。否则是连续随机变量。

假定一个随机变量<sup>2)</sup>可以取比如说六个可能值  $x_i$  中的任何一个, 这里  $x_6 > x_5 > x_4 > x_3 > x_2 > x_1$ , 则相应的概率记作  $P(x_i)$  或者  $P(X = x_i)$ , 示于图 1-1。这样的例子适合于研究随机变量取值小于或等于比如  $x_3$  的概率, 在这种情况下,  $P(X \leq x_3) = P(x_1) + P(x_2) + P(x_3)$ 。用  $P(X \leq x)$  定义的  $x$

1) 若一数集能与正整数集成一一对应关系, 则该数集是可数的。

2) 在本章中, 用大写字母表示随机变量, 用相应的小写字母表示样本空间的元素。但是用不同的符号来区分它们是很烦琐的, 所以在以后各章中, 如果文中的说明比较清楚就只用一个符号。

的函数称为随机变量  $X$  的概率分布函数(也叫分布函数或累积分布函数),图 1-1 也给出了前例的累积分布函数。结果  $\{X \leq x\}$  就是通常概率意义上的一个事件,所以累积分布函数必须满足前面所讨论的性质,特别是  $P(X < -\infty) = 0$  和  $P(X < \infty) = 1$ 。同样,  $X$  落在间隔  $x_i < X \leq x_j$  的概率是  $P(X \leq x_j) - P(X \leq x_i) = P(x_i < X \leq x_j)$ 。

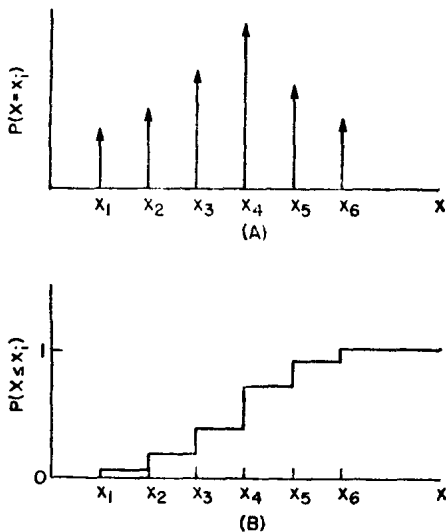


图 1-1 离散随机变量的概率函数  
(A) 代表离散概率的冲激函数; (B) 累积分布函数

上面的讨论不难外推到两个随机变量(二元分布)或更多随机变量(多元分布)的情况。对于两个随机变量  $X$  和  $Y$ (它们可以是连续的,也可以是离散的),下面的公式成立:

$$P(X \leq -\infty, Y \leq y) = 0, \quad P(X \leq x, Y \leq -\infty) = 0$$

$$P(X \leq \infty, Y \leq \infty) = 1 \quad (1-5)$$

$$P(X \leq x, Y \leq \infty) = P(X \leq x), \quad P(X \leq \infty, Y \leq y) = P(Y \leq y)$$

## 1.4 连续随机变量

考虑一个随机变量  $X$ ，它具有图 1-2 所示的连续累积分布函数，这是连续随机变量的一个例子，这种随机变量取值的数目是不可数的。例如，样本空间可以是整个实数轴。如果累积分布函数的导数存在，我们定义这个导数为连续随机变量的概率密度函数（或者简称密度函数）。用  $p(x)$  表示随机变量  $X$  的概率密度函数，我们有

$$p(x) = dP(X \leq x) / dx \quad (1-6)$$

密度函数的说明必须包括它的适用范围。

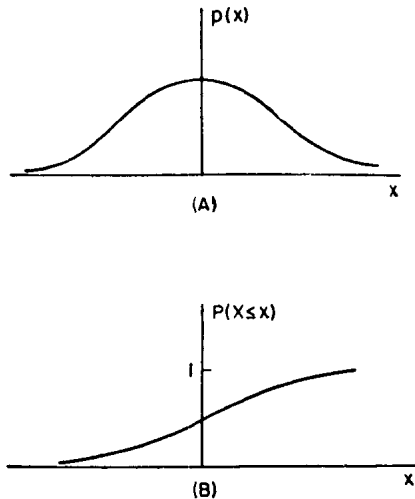


图 1-2 连续随机变量的概率函数：  
(A) 密度函数；(B) 累积分布函数

如果函数  $P(X \leq x)$  是定积分形式，则可以用莱伯尼兹 (Leibnitz) 法则<sup>[3]</sup>来求微分：



若  $\phi(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(t, x) dt$ , 式中  $a(x), b(x)$  是  $x$  的可微函数,  $f(t, x)$  和  $\partial f(t, x) / \partial x$  对  $x$  和  $t$  都是连续的, 则

$$\frac{d\phi}{dx} = \int_{a(x)}^{b(x)} \frac{\partial f(t, x)}{\partial x} dt + f[b(x), x] \frac{db(x)}{dx} - f[a(x), x] \frac{da(x)}{dx}$$

因为累积分布函数是非降的, 所以  $p(x) \geq 0$ . 图 1-2 为概率密度函数的一个例子. 利用狄拉克  $\delta$  函数<sup>1)</sup>(冲激函数), 也可以把离散随机变量的概率密度函数定义为累积分布函数的导数.  $\delta$  函数在间断点出现, 如图 1-1 所示. 对于这个例子, 密度函数可以表示为

$$p(x) = \sum_{i=1}^6 P(x) \delta(x - x_i)$$

通常, 随机变量可以是混合类型的, 其累积分布函数由阶跃的间断部分和处处连续的部分组成, 这类随机变量的例子在图 1-3 中示出.

从概率密度函数定义直接得出

$$P(X \leq a) = \int_{-\infty}^a p(x) dx$$

量  $p(x) dx$  可以解释作随机变量落在  $x$  和  $x + dx$  之间的概率. 随机变量落在区间  $a < X \leq b$  的概率为

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b p(x) dx$$

对连续随机变量说来, 它落在一个区间的概率随这个区间的

1) 狄拉克  $\delta$  函数  $\delta(x)$  在其宗量为零时为无穷, 宗量为其它值时为零. 它具有单位面积, 故  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$ . 而且  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x - a) dx = f(a)$ . 见文献 [4] 有关  $\delta$  函数的讨论.