

高等学校教材

微型计算机原理

薛钧义 姚燕南 等编



西北电讯工程学院出版社

高等学校教材

微型计算机原理

薛钧义 姚燕南 等编

西北电讯工程学院出版社

1985

内 容 简 介

本书共分十二章，主要介绍微型计算机的基本概念和原理。它从教学模型机入门，介绍了整机工作原理；以 Z80 为背景机，从应用角度出发，用软硬相结合、系统与部件相结合的方法，介绍了微型计算机系统中各功能部件的特点和使用方法以及系统的组成方法。本书还以一定的篇幅介绍了汇编语言及其程序设计的基本技能，并对 16 位微处理器 MC68000 作了简要介绍。

本书是为高等院校工科《自动控制》类专业编写的，也可作为相近专业的教材。由于注意了由浅入深、循序渐进，故也可作科技人员的自学用书。

JS407/11

高等学校教材

微型计算机原理

薛钧义 姚燕南 等编

西北电讯工程学院出版社出版

西北电讯工程学院印刷厂印刷

陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

开本 787×1092 印张 27 4/16 字数 667 千字

1985年6月第一版 1985年6月第一次印刷 印数 1—38,000

统一书号：15322·19

定价：5.30元

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校工科电子类专业课教材的编审、出版的组织工作。从一九七七年底到一九八二年初，由于各有关院校，特别是参与编审工作的广大教师的努力和有关出版社的紧密配合，共编审出版了教材 159 种。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应社会主义现代化建设培养人才的需要，反映国内外电子科学技术水平，达到“打好基础、精选内容、逐步更新、利于教学”的要求，在总结第一轮教材编审出版工作经验的基础上，电子工业部于一九八二年先后成立了高等学校《无线电技术与信息系统》、《电磁场与微波技术》、《电子材料与固体器件》、《电子物理与器件》、《电子机械》、《计算机与自动控制》和中等专业学校《电子类专业》、《电子机械类专业》共八个教材编审委员会，作为教材工作方面的一个经常性的业务指导机构，并制定了一九八二至一九八五年教材编审出版规划，列入规划的教材、教学参考书、实验指导书等共 217 种选题。在努力提高教材质量，适当增加教材品种的思想指导下，这一批教材的编审工作由编审委员会直接组织进行。

这一批教材的书稿，主要是从通过教学实践由师生反映较好的讲义中评选择优并在第一轮较好的教材基础上修编产生出来的。广大编审者，各编审委员会和有关出版社都为保证和提高教材质量作出了努力。

这一批教材，分别由电子工业出版社、国防工业出版社、上海科学技术出版社、西北电讯工程学院出版社、湖南科学技术出版社、江苏科学技术出版社、黑龙江科学技术出版社和天津科学技术出版社承担出版工作。

限于水平和经验，这一批教材的编审出版工作肯定还会有许多缺点和不足之处，希望使用教材的单位、广大教师和同学积极提出批评建议，共同为提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前 言

本教材系由《计算机与自动控制》教材编委会《自动控制》教材编审小组评选审定，并推荐出版。

本教材由西安交通大学薛钧义、姚燕南同志主编，西北工业大学康继昌教授主审。编者均依据《自动控制》教材编审小组的编写大纲进行编写和审阅的。

本课程的参考学时数为 90 学时，其主要内容为：1. 计算机概述(第 1、2 两章)，介绍了计算机的数制和码制，并从教学模型机入门，讲解了计算机的整机工作原理，以 Z80 为背景机介绍了微型计算机的结构和组成。2. Z80 微处理器的指令系统、寻址方式、时序波形、汇编语言程序设计、各种 I/O 接口电路以及中断处理和输入/输出技术(第 3、7、8、9 四章)。4. 微型计算机系统及 16 位微处理机简介(第 10、11、12 三章)。使用本教材时应注重实践和应用。

本教材由姚燕南同志编写第 1、2、3、4、11 章；薛钧义同志编写第 5、7、8、9、12 章，并统编全稿。此外，虞鹤松同志编写了第 6 章；武自芳、王民培同志也参加了部分章节的编写工作。

承蒙康继昌教授审阅了全部书稿，并提出了许多宝贵意见。在编写过程中还得到了本校胡保生教授、李人厚及宣国荣副教授的关心和帮助，这里一一表示诚挚的感谢。由于编者水平有限，书中难免还存在一些缺点和错误，殷切希望广大读者批评指正。

编者于西安交通大学

1984.6

目 录

前 言

第一章 计算机中的数制和码制	1
§ 1.1 数和数制.....	1
§ 1.2 原码、补码、反码及其相应的运算法则.....	8
§ 1.3 小数点的问题.....	19
§ 1.4 十进制数的二进制编码及 ASCII 码.....	21
习题和思考题.....	23
第二章 计算机概述	25
§ 2.1 最简单的计算机——教学模型机.....	25
§ 2.2 计算机的判断功能.....	42
§ 2.3 微型计算机的结构和组成.....	58
习题和思考题.....	64
第三章 半导体存储器	66
§ 3.1 概述.....	66
§ 3.2 随机存取存储器.....	67
§ 3.3 只读存储器.....	82
习题和思考题.....	90
第四章 指令系统与寻址方式	92
§ 4.1 Z80-CPU 的指令格式及分类.....	92
§ 4.2 数据传送类指令.....	93
§ 4.3 算术与逻辑运算类指令.....	101
§ 4.4 通用运算及 CPU 控制类指令.....	112
§ 4.5 循环与移位类指令.....	119
§ 4.6 位操作类指令.....	124
§ 4.7 转移类指令.....	126
§ 4.8 调用及返回类指令.....	131
§ 4.9 交换类指令、数据块传送和搜索类指令.....	140
§ 4.10 输入/输出类指令.....	144
§ 4.11 Z80-CPU 寻址方式小结.....	148
习题和思考题.....	151
第五章 Z80-CPU 引脚信号的功能和时序	153
§ 5.1 Z80-CPU 引脚信号功能说明.....	153
§ 5.2 Z80-CPU 的时序.....	156
习题和思考题.....	165

第六章 汇编语言和汇编语言程序设计	166
§ 6.1 汇编语言基本概念	166
§ 6.2 汇编语言语法	172
§ 6.3 Z80 汇编语言程序设计	182
习题和思考题	207
第七章 中断处理	208
§ 7.1 概述	208
§ 7.2 中断的处理过程	210
§ 7.3 多级中断的管理	211
§ 7.4 Z80 的中断响应及处理	217
§ 7.5 Z80 中断响应周期时序及中断结构	229
§ 7.6 陷阱及软件中断	233
习题和思考题	233
第八章 输入/输出方法及常用的接口电路	234
§ 8.1 概述	234
§ 8.2 基本的输入/输出方法	236
§ 8.3 八位并行输入/输出接口电路 8212	237
§ 8.4 三-八译码器 8205	243
§ 8.5 四位并行双向总线驱动器 8216/8226	245
§ 8.6 并行输入/输出接口电路 Z80-PIO	247
§ 8.7 计数/定时电路 Z80-CTC	268
§ 8.8 Z80-DMA 简介	278
§ 8.9 串行通讯及串行接口简介	281
习题和思考题	287
第九章 A/D、D/A 转换电路	289
§ 9.1 数模转换器 DAC	289
§ 9.2 模数转换器 ADC	302
习题和思考题	318
第十章 微型计算机系统	319
§ 10.1 计算机系统的组成	319
§ 10.2 微型计算机系统中微处理机与内存贮器及 I/O 接口电路的连接	320
§ 10.3 Z80 Starter Kit 单板机系统	330
§ 10.4 微型计算机常用的外部设备	349
§ 10.5 微型计算机的总线标准	354
习题和思考题	355
第十一章 微型计算机发展概况及 16 位微处理机简介	357
§ 11.1 微型计算机的发展概况	357
§ 11.2 16 位微处理机简介	358

§ 11.3 MC 68000 微处理机简介	358
第十二章 微型计算机的操作系统和开发系统简介	376
§ 12.1 什么是操作系统	376
§ 12.2 微型机操作系统的发展	377
§ 12.3 CP/M 操作系统简介	380
§ 12.4 16 位微型计算机操作系统简介	384
§ 12.5 微型计算机开发系统(MDS)简介	386
附录一 Z80-CPU指令系统及操作码表	390
附录二 MC 68000 指令系统	418
附录三 ECT-I经济型实时控制、教学微机系统	427

第一章 计算机中的数制和码制

客观事物存在着多少和大小的差别，数就是客观事物的量在人们头脑中的反映。一个数可以用不同的计数制度表示它的大小，虽然形式不同，但数的“量”则是相等的。

用一串数字或一串符号表示某个数时，这串数字或符号就是这个数的码或编码。表达一个数的大小和正负的不同方法称为码制。

§ 1.1 数和数制

一、数的位置表示法及各种进位制数

用一组数字(或符号)表示数时,如果每个数字表示的量不但决定于数字本身,而且决定于它所在的位置,就称为位置表示法。在位置表示法中,对每一个数位赋以一定的位值,称为权。每个数位上的数字所表示的量是这个数字和权的乘积。相邻两位中高位的权与低位的权之比如果是常数,则此常数称为基数,用 X 表示,则数 $a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_0, a_{-1}, \dots, a_{-(m-1)}, a_{-m}$ 所表示的量 N 为

$$N = a_{n-1}X^{n-1} + a_{n-2}X^{n-2} + \dots + a_0X^0 + a_{-1}X^{-1} + \dots + a_{-(m-1)}X^{-(m-1)} + a_{-m}X^{-m}$$

式中从 a_0X^0 起向左是数的整数部分,向右是数的小数部分。 a 表示各数位上的数字,称为系数。它可以在 $0, 1, \dots, X-1$ 共 X 种数中任意取值。 m 和 n 为幂指数,均为正整数。正由于相邻高位的权与低位的权相比是个常数,因而在这种位置记数法中,基数(或称底数) X 的取值不同便得到不同进位制数的表达式。

当 $X=10$ 时,得十进制数的表达式为

$$(N)_{10} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 10^i$$

其特点是:系数 a_i 只能在 $0\sim 9$ 这十个数字中取值;每个数位上的权是10的某次幂;在加、减运算中,采用“逢十进一”和“借一当十”的规则。

例如 $(1392.67)_{10} = 1 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 6 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2}$
十进制计数制是人们日常生活中最常用的一种计数制。

当 $X=2$ 时,得二进制数的表达式为

$$(N)_2 = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i$$

其特点是:系数 a_i 只能在0和1这两个数字中取值;每个数位上的权是2的某次幂;在加、减法运算中,采用“逢二进一”和“借一当二”的规则。

例如 $(10111.011)_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$

二进制计数制中，各数位上的系数只有0和1两种取值，用电路实现时最为方便，因而它是电子计算机内部采用的计数制。以后还可以看到，除了物理实现方便以外，二进制计数制的运算也特别简单。

当 $X=8$ 时，得八进制数的表达式为

$$(N)_8 = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 8^i$$

其特点是：系数 a_i 只能在 $0\sim7$ 这8个数字中取值；每个数位上的权是8的某次幂；在加、减法运算中，采用“逢八进一”和“借一当八”的规则。

例如 $(137.56)_8 = 1 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 5 \times 8^{-1} + 6 \times 8^{-2}$

同理，当 $X=16$ 时，得十六进制数的表达式为

$$(N)_{16} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 16^i$$

其特点是：系数 a_i 只能在 $0\sim15$ 这16个数字中取值(其中 $0\sim9$ 这十个数字借用十进制中的

表 I.1 十进制、二进制、八进制、十六进制数码对照表

十 进 制	二 进 制	八 进 制	十 六 进 制
0	0000B	0Q	0H
1	0001B	1Q	1H
2	0010B	2Q	2H
3	0011B	3Q	3H
4	0100B	4Q	4H
5	0101B	5Q	5H
6	0110B	6Q	6H
7	0111B	7Q	7H
8	1000B	10Q	8H
9	1001B	11Q	9H
10	1010B	12Q	AH或0H
11	1011B	13Q	BH或1H
12	1100B	14Q	CH或2H
13	1101B	15Q	DH或3H
14	1110B	16Q	EH或4H
15	1111B	17Q	FH或5H
16	10000B	20Q	10H

数码, 10~15 这 6 个数可用两种方法表示, 即 $\bar{0}$ 、 $\bar{1}$ 、 $\bar{2}$ 、 $\bar{3}$ 、 $\bar{4}$ 、 $\bar{5}$ 或 A、B、C、D、E、F); 每个数位上的权是 16 的某次幂; 在加、减法运算中, 采用“逢十六进一”和“借一当十六”的规则。

$$\begin{aligned} \text{例如: } (32AF.EB)_{16} &= 3 \times 16^3 + 2 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 15 \times 16^0 \\ &\quad + 14 \times 16^{-1} + 11 \times 16^{-2} \end{aligned}$$

八进制计数制和十六进制计数制常常在人们书写计算机程序时被采用。

表 1.1 列出了四种进位制中数的表示法, 其中 B 是 Binary 的缩写, 表示该数为二进制数, Q 表示该数为八进制数 (Octal 的缩写应为字母“O”, 为区别于数字“0”写为“Q”), H 是 Hexadecimal 的缩写, 表示该数是十六进制数, 十进制数后面不必写符号。

二、各种进位制数的换算方法

1. 任意进位制数与十进制数之间的相互转换

(1) 任意进位制数转换成十进制数

最简单的方法是根据任意进位制数的表达式按权展开后相加即可。例如

$$\begin{aligned} 1011.110B &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\ &\quad + 0 \times 2^{-3} = 11.75 \end{aligned}$$

$$732.14Q = 7 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 2 \times 8^0 + 1 \times 8^{-1} + 4 \times 8^{-2} = 474.1875$$

$$\begin{aligned} 3ABF.E6H &= 3 \times 16^3 + 10 \times 16^2 + 11 \times 16^1 + 15 \times 16^0 + 14 \times 16^{-1} + 6 \times 16^{-2} \\ &= 15039.8984375 \end{aligned}$$

也可按下列方法将任意进位制数的整数部分和小数部分分开转换。对整数部分:

设 N 为 n 位的任意进位制整数, 即

$$N = a_{n-1}X^{n-1} + a_{n-2}X^{n-2} + \dots + a_1X^1 + a_0X^0$$

将此式改写如下:

$$N = \{ \dots \{ [(a_{n-1}X + a_{n-2})X + a_{n-3}]X + a_{n-4} \} X \dots + a_1 \} X + a_0$$

由此得转换步骤为: 先将最高位乘以基数 X , 加上次高位, 令其结果为 Y_1 。再将 Y_1 乘以 X , 加上第三位, 结果为 Y_2 , 又将 Y_2 乘以 X , 加上第四位, 结果为 Y_3 。如此一直进行下去, 直至加上最低位为止, 便得到所要求的任意进制结果。如对上述各例中三个整数部分转换如下:

$$1011B = [(1 \times 2 + 0) \times 2 + 1] \times 2 + 1 = 11$$

$$732Q = (7 \times 8 + 3) \times 8 + 2 = 474$$

$$3ABFH = [(3 \times 16 + 10) \times 16 + 11] \times 16 + 15 = 15039$$

对小数部分, 设 N 是 m 位的任意进位制纯小数, 即

$$N = a_{-1}X^{-1} + a_{-2}X^{-2} + \dots + a_{-m+1}X^{-m+1} + a_{-m}X^{-m}$$

将此式改写如下:

$$N = X^{-1} \{ a_{-1} + X^{-1} [a_{-2} + X^{-1} (a_{-3} + \dots + X^{-1} (a_{-m+1} + X^{-1} a_{-m}))] \}$$

由此得转换步骤为: 先将最低位除以 X , 加次低位, 令结果为 R_1 。再将 R_1 除以 X , 加上第三低位, 结果为 R_2 。又把 R_2 除以 X , 加上第四低位, 结果为 R_3 。如此一直进行下去, 直到加上最高位后被 X 除为止, 便得到所要求的任意进制结果。对上述三例中三个小数部分转换如下:

$$0.110B = 2^{-1}[1 + 2^{-1}(1 + 2^{-1} \times 0)] = 0.75$$

$$0.14Q = 8^{-1}(1 + 8^{-1} \times 4) = 0.1875$$

$$0.E6H = 16^{-1}(14 + 16^{-1} \times 6) = 0.8984375$$

可以看出，两种转换方法得到了同样的结果。

(2) 十进制整数转换为任意进位制整数

设 N 是要转换的十进制整数，它相应的任意进位制整数共有 n 位，即

$$N = a_{n-1}X^{n-1} + a_{n-2}X^{n-2} + \dots + a_1X^1 + a_0X^0$$

等式两边同除以基数 X ，得商 Q_1 和余数（都为整数），即

$$\frac{N}{X} = \underbrace{a_{n-1}X^{n-2} + a_{n-2}X^{n-3} + \dots + a_1X^0}_{Q_1} \quad \text{余: } a_0$$

余数正是所要求的任意进位制数的最低位 a_0 ，再将 Q_1 除以 X ，得商 Q_2 和余数，即

$$\frac{Q_1}{X} = \underbrace{a_{n-1}X^{n-3} + a_{n-2}X^{n-4} + \dots + a_2X^0}_{Q_2} \quad \text{余: } a_1$$

余数正好是任意进位制数的次低位。如此一直进行下去，直到商等于 0 为止，就得到一系列余数，它正好是所要求的任意进位制数各位。例如，若需将 17、289、3910 分别转换成相应的二进制数、八进制数、十六进制数，则可列竖式进行计算和转换如下：

2 17		8 289	
2 8	余数为 1 ↑ 低位	8 36	余数为 1 ↑ 低位
2 4	余数为 0	8 4	余数为 4
2 2	余数为 0	0	余数为 4 高位
2 1	余数为 0		
0	余数为 1 高位		
			∴ 289 = 441Q

$$\therefore 17 = 10001B$$

16 3910	
16 244	余数为 6 ↑ 低位
16 15	余数为 4
0	余数为 15 高位

$$\therefore 3910 = F46H$$

(3) 十进制小数转换为任意进制小数

设 N 为要转换的十进制小数，它相应的任意进位制小数共 m 位，则

$$N = a_{-1}X^{-1} + a_{-2}X^{-2} + \dots + a_{-m}X^{-m}$$

等式两边同乘以基数，得到

$$XN = a_{-1} + (a_{-2}X^{-1} + \dots + a_{-m}X^{-m+1}) = a_{-1} + D_1$$

其中 a_{-1} 为整数部分，它正好等于所要求的任意进位制数的最高位； D_1 为所剩的小数部分。

若再将 D_1 乘以 X 便得到

$$XD_1 = a_{-2} + (a_{-3}X^{-1} + \dots + a_{-m}X^{-m+2}) = a_{-2} + D_2$$

整数部分正好是所要求的任意进位制数的次高位。如此继续进行下去，直到 $D_m = 0$ ，即可得到所要求的任意进位制小数各位。例如，若要将0.6875、0.15625、0.65625三个十进制小数分别转换为二进制小数、八进制小数和十六进制小数，则可列竖式计算和转换如下：

$\begin{array}{r} 0.6875 \\ \times 2 \\ \hline \text{高位} \quad 1 \quad .3750 \\ \times 2 \\ \hline 0 \quad .7500 \\ \times 2 \\ \hline 1 \quad .5000 \\ \times 2 \\ \hline \text{低位} \downarrow 1 \quad .0000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.15625 \\ \times 8 \\ \hline \text{高位} \quad 1 \quad .25000 \\ \times 8 \\ \hline \text{低位} \downarrow 2 \quad .00000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.65625 \\ \times 16 \\ \hline \text{高位} \quad 10 \quad .50000 \\ \times 16 \\ \hline \text{低位} \downarrow 8 \quad .00000 \end{array}$
--	---	--

故得转换结果为： $0.6875 = 0.1011B$ ， $0.15625 = 0.12Q$ ， $0.65625 = 0.A8H$ 。

必须注意，在进行任意进位制数和十进制数的相互转换时，由于整数部分和小数部分的转换方法截然不同，当整数部分和小数部分在形式上相同时，它们的转换结果在形式上却完全不同。如 $1101B = 13$ ，但 $0.1101B = 0.8125 \approx 0.13$ ； $25 = 11001B$ ，但 $0.25 = 0.01000B \approx 0.1101B$ 。又如 $AH = 10$ ，但 $0.AH = 0.625 \approx 0.10$ ； $75 = 4BH$ ，但 $0.75 = 0.C0H \approx 0.4BH$ 。因此，若一个数由整数和小数两部分组成，必须分开进行转换。

此外还必须注意，一个二进制小数能够完全准确地转换成十进制小数，但是一个十进制小数不一定能完全准确地转换成二进制小数。例如， $0.1 = 0.000110011001100\dots B$ ，这就是说十进制小数0.1转换成二进制后成为一个无限循环的小数，不能准确地被表示出来。

有时不能用有限位的二进制小数去表示任意一个有限位的十进制小数，这是二进制计数的一个缺点。

2. 八进制数与二进制数之间的相互转换

由于 $8 = 2^3$ ，故一位八进制数相当于三位二进制数。八进制与二进制之间的相互转换是十分简便的。

首先，若需将一个八进制数转换成二进制数，只要将每位八进制数用三位二进制数表示即可，如

$$467Q = 100110111B$$

$$0.532Q = 0.101011010B$$

其次，若需将一个二进制整数转换成八进制整数，则只要从最低位开始，每三位分为一组，不够三位的以0补足三位，然后将每组二进制数分别用相应的八进制数表示即可。如

$$010, 111, 000, 101B = 2705Q$$

最后，若需将一个二进制小数转换成八进制小数，则只要从最高位开始，每三位分为一组，不足三位的以0补足，然后把每一组二进制数分别用相应的八进制数表示即可，如

$$0.100, 101, 011, 110B = 0.4536Q$$

3. 十六进制数与二进制数之间的转换

由于 $16 = 2^4$ ，故一位十六进制数相当于四位二进制数，与八进制数相类似，十六进制数与二进制数之间的相互转换也是十分简便的。

首先，对一个十六进制数，不论其整数部分还是小数部分，只要把每一位十六进制数用相应的四位二进制数代替，就可被转换为二进制数。如

$$\text{EFB.3DAH} = 1110\ 1111\ 1011.0011\ 1101\ 1010\text{B}$$

其次，对一个二进制数，若将其整数部分由小数点向左，每四位一组，最后不足四位的前面补0；小数部分则由小数点向右，每四位一组，最后不足四位的后面补0，而后再把每组四位二进制数用相应的十六进制数代替，即可转换成十六进制数。如

$$0001, 1010, 0101, 1111.1000, 0101, 1100\text{B} = 1\text{A5F.85CH}$$

在计算机中，数是以二进制形式表示和运算的，但二进制数书写起来太长，易错，通常用八进制或十六进制数来书写。特别在微型计算机中，目前通用的字长为8位，它正好可用两位十六进制数表示，故十六进制计数制在微型机中应用十分普遍。

三、二进制数的运算方法

二进制计数制除物理实现简便外，运算方法也较十进制计数制大为简单。下边介绍二进制数的加、减、乘、除运算。

1. 二进制加法

一位二进制数的加法规则为：

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 0 \\ 0 + 1 &= 1 + 0 = 1 \\ 1 + 1 &= 0 \quad \text{进位 } 1 \\ 1 + 1 + 1 &= 1 \quad \text{进位 } 1 \end{aligned}$$

故两个二进制数相加，便可按下列方法进行。如 $1011\text{B} + 1010\text{B}$ ：

$$\begin{array}{r} \text{被加数} \quad 1\ 0\ 1\ 1 \\ \text{加数} \quad \quad 1\ 0\ 1\ 0 \\ \text{进位} \quad +) \quad 1 \quad 1 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \end{array}$$

由此可见，两个二进制数相加时，每一位有三个数（本位被加数和加数以及低位来的进位）相加，可按一位二进制数的加法规则得到本位的和及向高位的进位。

2. 二进制减法

一位二进制数减法的规则为

$$\begin{aligned} 0 - 0 &= 0 \\ 1 - 1 &= 0 \\ 1 - 0 &= 1 \\ 0 - 1 &= 1 \quad \text{有借位} \\ 0 - 1 - 1 &= 0 \quad \text{有借位} \end{aligned}$$

故两个二进制数相减，如 $1100\ 0000\text{B} - 0010\ 1010\text{B}$ ，过程如下：

$$\begin{array}{r}
 \text{被减数} \quad 11000000 \\
 \text{减数} \quad \quad 00101010 \\
 \text{借位} \quad -) \quad 11111 \\
 \hline
 10010110
 \end{array}$$

与加法相类似，每一位有三个数(本位被减数和减数以及从低位来的借位)参加运算，可按一位二进制数的减法规则得到本位的差及向高位的借位。

3. 二进制乘法

一位二进制数的乘法规则为

$$\begin{array}{l}
 0 \times 0 = 0 \\
 0 \times 1 = 0 \\
 1 \times 0 = 0 \\
 1 \times 1 = 1
 \end{array}$$

只有当两个1相乘时，积才为1，否则积为0。

两个二进制数相乘与两个十进制数相乘类似，可用乘数的每一位去乘被乘数，乘得的中间结果的最低有效位与相应的乘数位对齐，最后把这些中间结果同时相加即可。如 $1110B \times 0110B$ 可进行如下：

$$\begin{array}{r}
 \text{被乘数} \quad \quad \quad 1110 \\
 \text{乘数} \quad \quad \quad \times 0110 \\
 \hline
 \text{中间结果} \quad \quad \quad 0000 \\
 \text{中间结果} \quad \quad \quad 1110 \\
 \text{中间结果} \quad \quad \quad 1110 \\
 \text{中间结果} \quad +) 0000 \\
 \hline
 \text{积} \quad \quad \quad 1010100
 \end{array}$$

每一次的中间结果取决于乘数，若乘数的某一位为1，中间结果便为被乘数；若某一位为0，则中间结果为0。此外，乘数有几位，就有几个中间结果同时进行相加，因而当乘数位数超过2时，计算机实现起来便有困难。实际上计算机内对两个二进制数进行乘法时，常常是采用边乘边移位边相加的办法。如上例可重作如下：

被乘数	1110	
乘数	+ 0110	
初始部分积	0000	
乘数最低位为0，加全0	+ 0000	
部分积	0000	
部分积右移一位	0000	0
乘数次低位为1，加被乘数	+ 1110	
部分积	1110	0
部分积右移一位	0111	00

乘数第三低位为 1, 加被乘数	+ 1 1 1 0	
部分积	1 0 1 0 1	0 0
部分积右移一位	1 0 1 0	1 0 0
乘数最高位为 0, 加全 0	+ 0 0 0 0	
部分积	1 0 1 0	1 0 0
部分积右移一位得乘积	0 1 0 1	0 1 0 0

4. 二进制除法

二进制除法运算与十进制除法运算类似, 对整数除法可先从被除数的最高位开始, 将被除数(或中间余数)与除数相比较, 若被除数(或中间余数)大于除数, 则被除数(或中间余数)减去除数, 商 1, 并将相减之后得到的中间余数左移一位(中间余数的最低位用下一位被除数补充)作为下一次的中间余数。若被除数(或中间余数)小于除数, 则不作减法, 商 0, 并将本次的中间余数左移一位(中间余数的最低位用下一位被除数补充, 得下一位的中间余数。如此逐次地进行比较、相减和移位, 就可得到所要求的各位商数和最终的余数。如 $100110B \div 110B$ 的过程如下:

$$\begin{array}{r}
 000110 \\
 110 \overline{) 100110} \\
 \underline{110} \\
 0111 \\
 \underline{110} \\
 10
 \end{array}$$

即 $100110B \div 110B = 110B$ 余 $10B$

§ 1.2 原码、补码、反码及其相应的运算法则

计算机中采用的码制有三种, 即原码、补码和反码。然而反码运算对计算机的结构有特殊要求不常采用, 故本节只着重介绍原码、补码及其相应的运算法则。

一、原码

对一个二进制数而言, 若用最高位表示数的符号(常以 0 表示正数, 1 表示负数), 其余各位表示数值本身, 则称为该二进制数的原码表示法。例如, 设 $X = +1011100$, $Y = -1011100$, 则 $[X]_{\text{原}} = 01011100$, $[Y]_{\text{原}} = 11011100$ 。 $[X]_{\text{原}}$ 和 $[Y]_{\text{原}}$ 分别为 X 和 Y 的原码, 是符号数值化了的数, 可在计算机中使用, 称为机器数。原来的带正负号的数 X 和 Y 称为相应机器数的真值。原码 $[X]_{\text{原}}$ 和真值 X 之间的关系如下:

1. 正数的原码表示

设 $X = +X_{n-2}X_{n-3}\cdots X_1X_0$ (即 $n-1$ 位二进制正数)

则 $[X]_{\text{原}} = 0X_{n-2}X_{n-3}\cdots X_1X_0$ (n 位二进制数, 其中最高位为符号位)

2. 负数的原码表示

设 $X = -X_{n-2}X_{n-3}\cdots X_1X_0$ (即 $n-1$ 位二进制负数)

则 $[X]_{\text{原}} = 1X_{n-2}X_{n-3}\cdots X_1X_0 = 2^{n-1} + X_{n-2}X_{n-3}\cdots X_1X_0$

$$= 2^{n-1} - (-X_{n-2}X_{n-3}\cdots X_1X_0) = 2^{n-1} - X$$

它也是一个 n 位二进制数, 其中最高位为符号位。

3. 零的原码表示

在二进制数原码表示中有正零和负零之分, 即

$$\left. \begin{array}{l} [+0]_{\text{原}} = 000\cdots 00 \\ [-0]_{\text{原}} = 100\cdots 00 \end{array} \right\} \text{(n位二进制数, 最高位为符号位)}$$

综上所述, 原码和真值的关系可归纳为如下数学定义式:

$$[X]_{\text{原}} = \left\{ \begin{array}{l} X, \quad (X \geq +0) \\ 2^{n-1} - X, \quad (X \leq -0) \end{array} \right\} \text{n位二进制数, 最高位为符号位。}$$

用原码法表示数时, 仅仅是将真值的符号用一位二进制数来表示, 因而原码数的运算完全类同于正负数的笔算。比如两个正数相减, 如果被减数的绝对值小于减数的绝对值, 笔算时, 就必须把两者颠倒过来, 再作减法, 并把求得的差加上负号; 用计算机实现时, 过程是先比较两个数绝对值的大小, 然后决定是颠倒过来相减还是直接相减, 最后在结果前面加上正确的正负号。由于原码数的运算类同于笔算, 因而处理过程非常繁琐, 要求计算机的结构也极为复杂。但原码法表示数时, 最大优点是直观。

二、补码和反码

为了简化运算, 人们在实践中总结出了另一种数的表示法——补码法。在数的补码表示法中, 参加运算的数的符号与数一样, 也可以参加运算, 因而采用补码运算使计算机的结构大为简化。

为了说明补码的概念, 先从时钟拨准谈起。假若现在是北京时间 3 点整, 而时钟却指着 5 点整, 快两小时。要将时钟拨准有两种方法: 一种是把时钟倒拨两小时(这种逆时针拨法看成是作减法), 则相当于 $5 - 2 = 3$; 另一种是顺时针拨十小时(可看成是作加法), 则在钟面上看到

$$5 + 10 \frac{\text{在钟面上}}{12 \text{ 丢失}} = 3$$

两种拨法都能拨准到三点钟。这是因为, 从时钟钟面来看时针走到 12 点又相当于零点整, 十二小时一个循环, 因而对钟面上任一时刻而言, 减 2 (或加 -2) 和加 10 在效果上是一样的。同理, 减 5 (或加 -5) 可以用加 7 来代替。经过分析发现减 2 和加 10 以及减 5 和加 7 等存在着一定的关系, 即 $10 = 12 + (-2)$, $7 = 12 + (-5)$ 。我们称 10 是 (-2) 对 12 的补码, 7 是 (-5) 对 12 的补码。

从进位的概念看, 时钟是十二进制, $5 + 10$ 由于逢 12 进 1, 在钟面上进位不能记录下来而丢失, 所以只留下 3。在数学上把 12 这个数叫做“模”(mod), 是尺度的意思。因而上述问题也可以说, 10 是 (-2) 对模 12 的补码, 7 是 (-5) 对模 12 的补码。也可以写出如下等式:

$$10 + 5 = 3 \pmod{12}$$