

线性最优控制

B. D. O. 安德森 著
J. B. 莫尔

科学出版社

线性最优控制

B. D. O. 安德森 著
J. B. 莫 尔

尤云程 译
潘科炎 校

科学出版社

— 1982 —

内 容 简 介

线性系统二次判据最优控制是现代控制理论中解决得较为完善的一部分内容,也是对于工程调节器乃至计算机控制系统的解析设计有直接应用价值的数学方法。本书对此作了系统而全面的介绍。全书包括:调节器问题的最优设计,稳定度实现,最优调节器的工程性质,非线性效应,灵敏度与调节器逆问题,状态估计器设计,控制器综合,带有各种约束的控制方案,跟踪系统,离散问题,黎卡提方程的计算问题等内容。书中以统一的数学推演为线索阐明了许多有工程意义的重要结果,并配有相当的启发性习题。可供从事工程控制、自动化、现代控制理论研究的科技人员以及高等院校有关专业的师生参考。

B. D. O. Anderson J. B. Moore

LINEAR OPTIMAL CONTROL

Prentice-Hall, 1971

线 性 最 优 控 制

B. D. O. 安德森 著
J. B. 莫 尔

尤云程 译

潘科炎 校

责任编辑 李淑兰

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经销

*

1982年1月第一版 开本:787×1092 1/32

1982年1月第一次印刷 印张:15 1/8

印数:0001—6,700 字数:346,000

统一书号:15031·373

本社书号:2364·15—8

定 价: 2.30 元

序 言

虽然现代控制理论的学科体系日趋发展,并且已有一些出色的应用,但相当明显的是,这一理论的许多部分与工程控制的实际应用之间还有距离。目前,尚无这方面的填补其间的教程。因而,本书望在控制理论研究者和控制工程师之间架设一座桥梁,以沟通熟知的古典控制的成果与日益发展着的现代控制理论的最成熟的结果。本书将从以下两个角度考察它们的联系并实现这一目的:第一,许多现代控制理论的结果可以用古典控制的结果给予阐明。第二,许多现代控制理论的结果确实具有应用数学的价值以外的工程意义。

我们将主要研究线性系统,以及实质上可以转化为线性系统的非线性系统,如带有继电器的线性系统。因此,我们只限于在最低程度上讨论最优控制理论中的一般性结论,而把重点放在那些对处理线性系统的最优控制问题有实用价值的一部分特殊结果上。本书与众不同地没有介绍庞特里雅金的最大值原理。

本书并不是把线性最优控制理论置于一般的最优控制理论的框架之内统一解决,而是从工程观点介绍线性最优控制的理论成果。取材的选择有好多是直接从技术文献中整理出来的。

本书适合于具备大学肄业学生的数学水平的读者。希望读者掌握的基础知识是:第一,如传递函数,根轨迹, Nyquist图这样一些自动控制的基本概念;第二,关于线性系统的状态空间描述,完全能控性和能观测性的对偶概念等基础知识;第

三,常微分方程和线性代数的基本了解。

本书主要讨论定常的连续时间系统的线性最优控制,对时变系统,离散系统等有关问题也作了简要的叙述。

除第一章引论和最后一章的计算问题外,本书包括以下三个主要部分。

第一部分,概述定常系统和时变系统的规范线性调节器理论。主要是运用最优性原理引进 Hamilton-Jacobi 方程,循此途径推演出最优控制规律的综合结果。对无限时问题的考察的特点是在二次判据泛函中引进了指数加权因子。

第二部分,详细介绍按最优控制规律设计的调节器的工程性质,力求使读者对最优线性控制系统的解析设计有所体会。分别对稳定度,增益和相位储备,延时容差,非线性效应,继电器效应,实现规定闭环极点配置的设计,灵敏度,状态估计器,实际控制器的解析设计等进行了探讨。

第三部分,讨论了一些扩充的有实际意义的课题,包括伺服机构,控制变量变化率有限制的情形,控制变量幅度有限制的情形,追踪问题等较近期的成果等。

本书的最后一章介绍矩阵 Riccati 方程的求解方法,包括以奇摄动理论为基础的近似解法。附录中提供了与本书的内容有关的线性代数和线性系统理论的主要结果。

目 录

第一部分 引 论

第一章	引论	1
1.1	线性最优控制	1
1.2	提要与说明	3
1.3	章节划分	4

第二部分 最优调节器的基本理论

第二章	规范调节器问题-I	7
2.1	调节器问题	7
2.2	哈密顿-雅可比方程	13
2.3	有限时调节器问题的解	23
第三章	规范调节器问题-II	33
3.1	无限时调节器问题	33
3.2	定常调节器的稳定性	42
3.3	调节器问题的小结与讨论	48
3.4	调节器问题的推广	51
第四章	有规定稳定度的调节器	56
4.1	有规定稳定度的调节器问题的定性表述	56
4.2	有规定稳定度的调节器问题的定量表述与求解	59
4.3	前述结果的推广	67

第三部分 最优调节器的性质与应用

第五章	用古典控制解释调节器系统的性质	71
5.1	从工程观点考察调节器	71

5.2	基本公式	74
5.3	增益储备、相位储备和延时容限	77
5.4	闭环系统极点的配置	86
第六章	最优调节器中的非线性介入	104
6.1	反馈闭环中容许的非线性	104
6.2	继电器控制系统	114
6.3	标称最优系统中引进继电器	129
第七章	最优调节器的灵敏度	137
7.1	灵敏度问题	137
7.2	最优调节器中灵敏度的降低	147
7.3	调节器的逆问题	160
7.4	极点配置问题的进一步讨论	167
第八章	状态估计器的设计	173
8.1	状态估计问题的实质	173
8.2	全维非统计估计器的设计	177
8.3	非统计估计器的动态简化设计	190
8.4	统计估计器的设计 (Kalman-Bucy 滤波器)	201
第九章	使用状态估计器的系统设计	231
9.1	控制器设计——基本型式	231
9.2	基本控制器的变型	245
9.3	对多输出单输入系统控制器的简化	256
9.4	分离定理	268

第四部分 对较复杂问题的推扩

第十章	有输入扰动的最优线性调节器	272
10.1	比例积分反馈	272
10.2	有导数约束的调节器问题	274
10.3	包含积分反馈的最优调节器的性质和应用	284
第十一章	跟踪系统	296
11.1	实现要求轨道的问题	296

11.2	有限时的结果	300
11.3	无限时的结果	313
第十二章	具有两种控制方式的最优调节器	326
12.1	继电方式和线性方式	326
12.2	奇异最优控制问题的线性方式解	337
12.3	两种控制方式的最优调节器的性质	349
12.4	控制导数有界的最优调节器	359
第十三章	有控制器约束的最优线性调节器	363
13.1	特定最优调节器问题的表述	363
13.2	解析结果与计算求解	369
13.3	最优解的性质	380
13.4	动态控制器	386
第十四章	两个深入论题	395
14.1	离散时间系统	395
14.2	时变系统的无限时调节器问题	404

第五部分 计 算 问 题

第十五章	黎卡提方程的解	412
15.1	预备注释	412
15.2	借助线性微分方程求黎卡提方程的解	414
15.3	黎卡提方程的稳态解	426
15.4	由奇摄动求高阶黎卡提方程的近似解	439
附录 A	矩阵论的一些结果简介	454
附录 B	线性系统理论的几个主要结果简介	471

第一部分 引 论

第一章 引 论

1.1 线性最优控制

现在称之为“古典控制”的方法和技术是广大读者所熟知的,大体说来,用古典控制的思想来考虑的系统或装置是线性的,定常的,并且只有单一的输入和输出。人们应用古典控制设计方法的首要目标是稳定装置,其次的目标可能是要获得某种瞬态响应、带宽、稳态误差等控制性能。设计所用的方法是解析法(如拉氏变换, Routh 判据)、作图法(如 Nyquist 图, Nichols 图)和善于运用经验知识(如某一类补偿器能满足某类装置的调节要求)这三者的综合。对于高阶系统,多输入系统,或不具有在古典控制方法中通常假设的性质的那些系统,要取得令人满意的设计,单凭设计人员的经验才智往往只能起有限的作用。

相对于古典控制而言,现代控制的两个主要目标是减少控制系统设计的经验影响,并提出比古典控制能够处理的问题要广泛得多的控制问题的解决办法。现代控制达到这些目标的主要途径是提供一系列的解析设计方法以减少依靠主观经验从事设计的负担,并将大部分工作量委任于设计者的数学能力和实际进行设计时所采用的电子计算机。

最优控制是现代控制的一个特别分支。最优设计最终产生的控制系统不仅要具有稳定性,有一定的带宽,或满足任意

一种与古典控制有关的约束要求，而且可认为它在一个特定范围内是可能的系统中最好的，因而是最优的系统。如果它既是最优的又具有古典控制认为是理想的一些特性，那当然更好。

线性最优控制是最优控制的一个特殊类。在线性最优控制中，受控制的装置假设为线性的，而控制器，即产生最优控制作用的装置也限于是线性的。这就是说，控制器输出即最优控制是与输入线性相关，而输入则是对装置进行测量而产生的量。当然，人们一定会问，为什么要特别地研究线性最优控制，而不直接研究最优控制呢？这里可以提出一些理由。例如，工程上许多实际装置在其附加控制器之前是线性的，而且线性控制器在技术上是最易实现的，且它往往能满足需要。

线性最优控制还有以下一些优点。

1. 许多最优控制问题不能用计算机求解，即使有解，但可能需要经过大量的计算工作才能得到。与此相反，几乎所有的线性最优控制问题都容易求得解析形式的解。

2. 线性最优控制的结果可以应用于在小信号条件下运行的非线性系统。更确切地说，假设针对在一定初始状态下开始运行的某一个非线性系统已经设计了一种最优控制，如果此系统在稍为不同的初始状态下开始运行，则对此又存在另一种最优控制，这两种最优控制之差的一阶近似在通常情况下可以由求解一个线性最优控制问题推导得出。（这样作还给计算机处理带来便利。）它与非线性系统最优性判据无关。关于这一点，本书不再进行讨论，读者可参看本章的参考文献[1]和[2]。

3. 线性最优控制的设计所要求的计算程序往往可以用于非线性最优控制问题。例如，以二阶变分理论[1—3]和拟线

性化理论 [3, 4] 为基础的非线性最优控制设计方法即是用线性问题序列取代非线性问题的算法构成的。

4. 线性最优控制的设计结果除具有简单的最优性之外, 还将具有一些古典控制认为是值得注意的其他特性, 例如具有比较满意的增益贮备、相位贮备及非线性容限等。因此, 线性最优控制的设计方法在某些场合可用于非线性系统。

5. 线性最优控制为统一处理按古典方法研究过的控制问题提供了框架。同时, 它大大地扩充了控制设计所能奏效的系统的范围。

1.2 提要 与 说明

本书是论述线性最优控制而不是论述一般最优控制的。因此, 书中关于一般最优控制的技术与成果反映得较少。我们研究的是线性最优控制的基本问题, 即“调节器问题”, 并力图阐明书中所讨论的所有其他问题与这一基本问题之间的数学联系。如果读者掌握了基本调节器问题的数学处理方法, 那就会发现其余部分的数学内容大多数是比较容易了解的。对于希望避免数学推演就直接了解调节器的理论结果的读者, 可以将第二章 2.2 节至第三章 3.3 节略去不看。

我们力求在调节器问题与所考虑的其他一些问题之间建立数学关系, 这一事实并不意味着我们要寻求或应当寻求这两者之间在工程上或物理上的必然关系。

我们的目的是分析所提出的问题的解的工程技术特性。这样我们就要注意到它同古典控制的结果与概念的种种联系, 这些联系从其经验出发点来看往往是评定一个实际设计的最佳手段而不是获得这一设计的手段。

1.3 章节划分

现在我们简要地说明一下本书各部分和各章内容的划分。全书共有五大部分,分别介绍如下。

第一部分——引论。 这部分就是第一章的导言和说明。

第二部分——最优调节器的基本理论。 这部分介绍线性调节器问题并建立与之有关的基本数学结果。第二章提出问题,将对于调节器的物理和技术要求转变为数学形式。引进哈密顿-雅可比方程作为求解最优控制问题的工具,然后应用这一方程求得关于目标性能仅在有限(而不是无限)时间区间内定义的问题的解答。在第三章中讨论无限时问题,包括最优调节器的稳定特性。第四章论述如何获得有规定稳定度的调节器设计。

第三部分——最优调节器的性质和应用。 这部分的目的有二,第一,推导并讨论线性最优调节器的一些工程性质;第二,讨论这类调节器的工程实现。第五章的主要任务是推导一些基本的频率域公式并用它们从 Nyquist 图推演出包括增益储备等最优系统的性质。在这一章中,也讨论了设计具有规定闭环极点的最优系统的问题。第六章中,对最优系统中引进非线性(包括继电器)的效应进行考察。主要是考察非线性对系统稳定性的影响。第七章主要论述最优系统中装置参数变化的影响,同时应用现代控制理论以及古典控制的回路差概念研究了这种影响。关于有规定闭环极点的最优系统的设计在第七章中也有进一步的讨论。第八章的内容是关于状态估计问题,最优控制规律的实现一般总要求装置的状态向量的某一函数作为反馈,而这一状态向量如果不能直接测量

就需要根据装置的输入与输出来对它进行估计。第八章讨论有噪声出现时作最优运行的估计器，这种估计器的设计是由最优调节器问题的求解而获得的。第九章的目的是将第八章的估计方法同前面几章的最优控制结果联系起来，以完成一些工程上实用的控制器的设计；还讨论了这些控制器结构的简化。

第四部分——推广到较复杂的问题。 这部分的目的是运用调节器的结果解决其他一些具有工程意义的线性最优控制问题。第十章考虑用比例积分状态反馈构成控制器的问题。第十一章考虑古典伺服机构问题的各种变型。第十二章考虑控制量的幅度有限制的问题，这里产生出双重方式的控制器，其中的一种控制方式——即线性方式——是可以用调节器理论来处理的。第十三章考虑在一个非动态控制器中只有系统输出可用的问题，以及包含控制器约束的其他最优化问题。这样一些问题往往是属于次优化问题。第十四章扼要地讨论了离散时间系统和在无限时间区间上的连续时变系统。

第五部分——计算问题。 这部分就是第十五章，讨论在实际进行一项最优控制设计中会碰到的一些计算问题。给出了求线性最优控制设计中常常出现的矩阵黎卡提方程的瞬态解和稳态解的各种计算方法。还讨论了近似解法以及可以采用这些近似解的场合。

附录 在本书附录中摘要列出了与本书的内容有关的矩阵论和线性系统理论的结果。

参 考 文 献

- [1] Breakwell, J. V., J. L. Speyer, and A. E. Bryson, "Optimization and Control of Nonlinear Systems Using the Second Variation," *SIAM J. Control*, Vol. 1, No. 2, 1963, pp. 163—223.
- [2] Kelley, H. J., "Guidance Theory and Extremal Fields", *IEE*

- Trans Auto. Control*. Vol. AC-7, No. 4, October 1962, pp. 75—82.
- [3] Sage, A. P., *Optimum Systems Control*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1968.
- [4] Bellman, R. E., and R. E. Kalaba, *Quasilinearization and Nonlinear Boundary Value Problems*, Elsevier, New York, 1965.

第二部分 最优调节器的基本理论

第二章 规范调节器问题-I

2.1 调节器问题

我们将只讨论线性有限维系统而这些系统往往也是定常系统。这样的系统可以用如下类型的方程表示。

$$\dot{x}(t) = F(t)x(t) + G(t)u(t), \quad (2.1-1)$$

$$y(t) = H'(t)x(t), \quad (2.1-2)$$

这里 $F(t)$ 、 $G(t)$ 和 $H(t)$ 都是时间的矩阵函数，一般有连续的元素。设它们的维数分别是 $n \times n$ 、 $n \times m$ 、 $n \times p$ ， n 维向量 $x(t)$ 表示在时刻 t 系统的状态， m 维向量 $u(t)$ 为 t 时刻系统的输入或系统的控制， p 维向量 $y(t)$ 为 t 时刻系统的输出。

在古典控制的著作中，通常考虑的是只有单一输入与单一输出的系统。在这些限制下，(2.1-1)和(2.1-2)式中的向量 $u(t)$ 与 $y(t)$ 变成纯量，而矩阵 $G(t)$ 与 $H(t)$ 也相应地变成向量，因此常用小写字母来标记它们，以显示其退化为向量的特征。所考虑的系统在正常情形下也是定常的，或平稳的。从(2.1-1)和(2.1-2)式看，这表示初态为零的输入 $u(t)$ 与输出 $y(t)$ 可以用不随时间改变的脉冲响应关联起来。因而，定常系统最普通的状态空间表示形式是用与时间 t 无关的常值 $F(t)$ 、 $g(t)$ 和 $h(t)$ 来表示。但应当注意，即使是时变的 $F(t)$ 、 $g(t)$ 和 $h(t)$ 也可以定义一种定常的脉冲响应，如 $F(t) = 0$ ，

$g(t) = e^t, h(t) = e^{-t}$ 就确定了定常的脉冲响应 $e^{-(t-\tau)}$ 。

系统的古典描述法一般是用它的传递函数矩阵，我们将它记为 $W(s)$ ， s 为拉氏变换的复变量。在 (2.1-1) 和 (2.1-2) 式中的各矩阵为定常阵的情况下，众所周知， $W(s)$ 与这些矩阵之间的关系是

$$W(s) = H'(sI - F)^{-1}G. \quad (2.1-3)$$

普通类型的控制问题涉及到一个装置，我们希望对这一装置的控制能达到下列目标之一：

1. 调节器问题的定性表述。假设初始时刻该装置的输出或它的任一导数不为零，要求对装置的给定输入使输出及其所有导数均为零。换言之，这个问题是施加一个控制，使该装置从一个非零状态变为零状态。当一个装置其输出受到不希望的扰动干扰时（例如，一个雷达天线控制系统，其天线受到阵风的扰动），这种类型的问题是有代表性的。

2. 跟踪(或伺服机构)问题的定性表述。假定要使某一装置的输出或其导数跟踪某个规定的函数，则提供的装置输入应迫使它完成这种跟踪任务（例如，当一台雷达的天线要跟踪一架飞机时就需要这种类型的控制）。

在下一章中，我们将探讨这个跟踪问题。目前我们只考虑更基本的调节器问题。

应用古典控制理论考察调节器问题时，我们往往是寻求这样的解，即利用输出及其导数的反馈来产生控制作用。用一个传递函数表示的控制器设置在装置的输出与输入之间，该装置的输出构成控制器的输入，而控制器的输出则为装置的输入。在图 2.1-1 中表明了反馈的设置。装置本身和控制器均只有单一的输入和输出，而且是定常的，即具有一个传递函数。

在现代控制方案中，往往假设装置的状态可以测量。（如

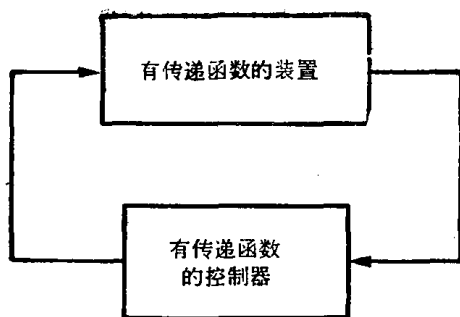


图 2.1-1 古典控制的反馈设置

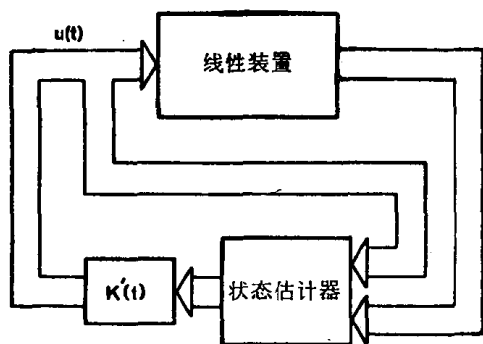


图 2.1-2 现代控制的反馈设置

果情况不是这样，则一般可以构造一个所谓状态估计器的物理装置，当该状态估计器受原装置的输入与输出两者驱动时，在其输出端就产生原装置的状态估计。这在较后面的章节进行讨论。)除了假设状态的可用性外，由于控制器为非动态的，或无记忆的，故其设计往往受这一要求的限制。换言之，我们要求控制器的输出或原装置的输入 $u(t)$ 为装置状态 $x(t)$ 的瞬变函数。这一函数的性质可允许随时间而变化，在这种场合我们可以把这个控制规律记为

$$u(t) = K(x(t), t), \quad (2.1-4)$$