

电路分析

电路分析

霍锡真 编著
侯自立

舒贤林 审

北京邮电学院

76
72

北京邮电学院出版社

73.76
872

电 路 分 析

霍锡真 侯自立 编著

舒贤林 审



北京邮电学院出版社

9410232

(京)新登字 162 号

电路分析

编 著：霍锡真 侯自立

责任编辑：郑 捷

*

北京邮电学院出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

高碑店市印刷厂印刷

*

787×1092 毫米 1/16 印张 20.25 字数 525 千字

1994 年 8 月第一版 1994 年 8 月第一次印刷

印数：1—5500 册

ISBN 7-5635-0079-0/TM·3 定价：10.60 元

335-1

319-10³

502

图书在版编目(CIP)数据

电路分析/霍锡真编著. —北京:北京邮电学院出版社, 1994
ISBN 7-5635-0079-0

I. 电… II. 霍… III. 电路分析 IV. TM133

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (94) 第 07767 号

内 容 简 介

本书系统地讨论了电路理论中的基本概念、基本理论和基本分析方法。除覆盖大纲要求外,还讨论了现代电路理论中一些重要内容。

全书共十二章,分四大部分:基尔霍夫定律和图的概念,电路元件和电路等效变换,线性网络的一般分析方法,网络定理,简单非线性电阻电路;一阶电路和二阶电路分析;正弦电路的基本概念,三相电路,耦合电感与变压器,电路的频率特性;大网络矩阵分析,双口网络,有源 RC 电路,线性时变电路等内容。

本书系统完整,具有一定的先进性,例题丰富,适应面宽。可作为通信、电子、计算机、自控等类专业本科电路基础课程教材,也可供相关科技人员参考。

0050178

前 言

本教材是北京邮电学院“电路分析”教材试用两年后的修订本，内容符合“电路分析基础”教学大纲的要求，它和“信号与系统”一起作为配套教材，供通信、电子、计算机、自控等专业使用。其中第九章至第十二章可根据实际情况选用，对于应用电子技术专业则全部属于必修内容。全书约用 85 学时讲完，不包括实验学时。使用本教材时，微积分应已学完，并需要有一定的微分方程和线性代数的基本知识。

“电路分析”是上述专业的第一门技术基础课，作为这门课的教材主要讨论电路的基本概念、基本理论和基本分析方法，为学习后续课程提供必要的基础理论，同时也为进一步研究电路理论打下坚实的基础。

众所周知，电路理论是电子科学技术的重要理论基础，它的一系列研究成果是电子科学技术赖以发展的理论支柱。电子科学技术在其发展的进程中一方面运用电路理论的成果，另一方面又反过来推动电路理论的发展。为了反映这一发展，电路分析课程在其内容上也应不断充实更新，以保持内容的先进性。因此，本教材在内容的取舍上贯彻继承发扬、推陈出新和少而精的精神，对于新内容采取有节制要精选的原则，即选择那些对电路理论长期起作用，以及学习新技术必须掌握的基本内容，尽可能将传统的与近代的内容有机地结合起来，使之融为一体。

书中备有较多的例题和习题，以便读者较好地掌握基本内容，有利于培养分析问题和解决问题的能力。

本书第一章至第四章和第九章至第十一章由霍锡真编写，第五章至第八章由侯自立编写，第十二章和部分习题由上官右黎编写。全书由舒贤林审。在编写过程中江执中、江淑倩、齐立特、朱斌传、于素芹、唐宇红、吕玉琴等提出了许多宝贵意见，在此谨致以衷心的感谢。

本书编写时间仓促，又限于作者水平，错误和不妥之处，恳请读者批评指正。

编著者

1993 年 7 月

目 录

第一章 基尔霍夫定律和图的概念

§ 1-1 电路及其模型	(1)
§ 1-2 电路分析的基本变量	(2)
§ 1-3 基尔霍夫定律	(5)
§ 1-4 图的概念	(9)
§ 1-5 基尔霍夫定律方程的独立性	(13)
§ 1-6 电路的独立变量	(14)
习题一	(17)

第二章 电路元件及电路等效变换

§ 2-1 电阻元件和独立电源	(20)
§ 2-2 电容元件	(24)
§ 2-3 电感元件	(27)
§ 2-4 等效二端网络	(28)
§ 2-5 T型网络和 π 型网络的等效变换	(30)
§ 2-6 含独立电源网络的等效变换	(31)
§ 2-7 受控电源及含受控电源电路的分析	(33)
§ 2-8 运算放大器及含运算放大器电路的分析	(36)
习题二	(39)

第三章 线性网络的一般分析方法

§ 3-1 节点电压法	(44)
§ 3-2 网孔电流法	(49)
§ 3-3 割集分析法	(54)
§ 3-4 对偶特性和对偶网络	(57)
习题三	(60)

第四章 网络定理

§ 4-1 迭加定理	(63)
§ 4-2 替代定理	(65)
§ 4-3 戴维南定理和诺登定理	(66)
§ 4-4 特勒根定理	(70)
§ 4-5 互易定理	(73)
习题四	(75)

第五章 电路的瞬态分析

§ 5-1 换路定则及初始值的计算	(78)
§ 5-2 一阶电路的零输入响应	(82)

§ 5-3	一阶电路的零状态响应	(87)
§ 5-4	一阶电路的全响应	(89)
§ 5-5	换路后恒定激励一阶电路的三要素公式	(90)
§ 5-6	指数函数与正弦函数激励的一阶电路分析	(94)
§ 5-7	微分电路与积分电路	(97)
§ 5-8	突变情况的分析	(103)
§ 5-9	RLC 电路的零输入响应	(107)
§ 5-10	二阶电路分析举例	(112)
习题五		(116)
第六章 正弦稳态电路的分析		
§ 6-1	正弦信号	(124)
§ 6-2	正弦信号的相量表示法	(127)
§ 6-3	正弦电路的相量分析法	(130)
§ 6-4	正弦电路的功率	(142)
§ 6-5	三相电路的概念	(148)
§ 6-6	实际元件模型的构成	(153)
§ 6-7	非正弦周期电路的概念	(156)
习题六		(158)
第七章 耦合电感与变量器		
§ 7-1	耦合电感的伏—安关系	(164)
§ 7-2	耦合电感的串联与并联	(167)
§ 7-3	耦合电感的去耦等效模型	(168)
§ 7-4	含耦合电感元件电路的分析举例	(170)
§ 7-5	理想变量器	(175)
§ 7-6	全耦合变量器	(179)
§ 7-7	实际变量器的模型	(183)
习题七		(186)
第八章 电路的频率特性		
§ 8-1	RC 电路的频率特性	(192)
§ 8-2	串联谐振电路与并联谐振电路	(196)
§ 8-3	电源内阻及负载对谐振电路的影响	(210)
§ 8-4	改善谐振曲线的电路原理简介	(215)
习题八		(219)
第九章 电路的矩阵分析		
§ 9-1	基尔霍夫定律的矩阵形式	(223)
§ 9-2	节点分析	(227)
§ 9-3	改进的节点分析	(236)
§ 9-4	回路分析	(238)
§ 9-5	割集分析	(242)
习题九		(246)

第十章 双口网络

§ 10-1 双口网络方程	(250)
§ 10-2 双口网络参数间的相互换算	(254)
§ 10-3 双口网络的等效电路	(255)
§ 10-4 双口网络的影像阻抗	(257)
* § 10-5 双口网络的传输常数	(259)
§ 10-6 双口网络的联接	(261)
§ 10-7 负转换器	(263)
§ 10-8 回转器	(266)
§ 10-9 GIC 的实现	(270)
习题十	(271)

第十一章 线性时变电路

§ 11-1 时变元件	(274)
§ 11-2 时变电路的基本性质	(277)
§ 11-3 时变阻抗、时变导纳及其串、并联	(279)
* § 11-4 时变电路的状态方程	(281)
§ 11-5 周期性时变电路	(284)
习题十一	(286)

第十二章 简单非线性电阻电路

§ 12-1 非线性电阻电路的基本概念	(288)
§ 12-2 非线性电阻的串联、并联与混联	(289)
§ 12-3 图解法	(292)
§ 12-4 小信号分析	(295)
习题十二	(298)

参考文献	(301)
------------	-------

部分习题答案	(301)
--------------	-------

第一章 基尔霍夫定律和图的概念

电路理论的主干内容含有两大分支：一是电路分析，主要内容是在给定电路结构、元件参数的条件下，寻求电路输入（激励）与输出（响应）之间的关系；二是电路综合，主要研究在给定输入和输出即电路传输特性的条件下，寻求电路的结构和参数。本书主要研究前者，重点讨论线性非时变电路的基本理论和分析方法，同时介绍非线性电路和时变电路的概念及简单分析方法。

本章首先讨论电路分析的基本变量，然后讨论电路的基本定律，重点是基尔霍夫定律。最后讨论图的概念，并用来分析电路的独立变量和 KCL、KVL* 方程的独立性。

§ 1-1 电路及其模型

电路是由电源、负载和导线三部分组成，它的功能是进行能量的传输、控制和转换，其中电源是电路中提供能量的器件，如干电池、发电机等是将化学能、机械能转化为电能；负载是消耗电能的部件，它把电能转换为其他形式的能量，达到用电的目的。如电炉、电动机、照明用的电灯泡等；导线和其他电器如开关、保险丝等是电源和负载之间的连接设备，用来传输、分配和控制电能。

在通信技术中，电路的主要作用是用来传递、贮存、加工和处理信号。通常把输入电路的信号称为激励，而把经过电路传输或处理后输出的信号称为响应，若将以电源形式输入电路的电压或电流称为激励，则它在电路中任一部分引起的电压或电流就称为响应。

各种实际电路都是由电阻器、电容器、电感线圈、变压器、集成电路和各种电源设备等组成。人们设计制作某种部件是要利用它的主要物理性质，如电阻器是要利用它的电阻，即对电流呈现阻力的性质，电压源是要利用它正负极间保持一定电压的性质。但是实际上不可能制造出只表现出其主要性质的元件。一个实际电阻器当有电流流过时，不仅有热效应，还有一定的磁场和电场效应，即一个电阻还具有电感和电容的性质。对于一个实际电感线圈，它不仅储存和交换磁场能量，当电流流过时还消耗一定热能，同时还伴随着一定电场能量。在分析电路时，如果把元件的全部物理性能都加以考虑，势必使分析复杂化，在工程上也没有这样精确的必要。因此，在一定的条件下，对实际元件加以近似、理想化，并用一个表征其主要性能的元件理想模型来代替实际器件。今后电路分析中所涉及的各种元件都是指理想元

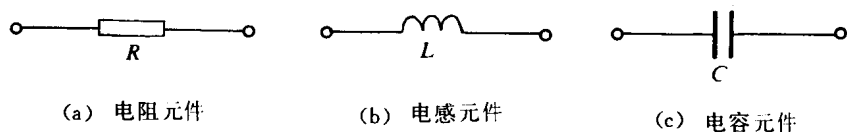


图 1-1 三种元件模型的符号图型

* 基尔霍夫电流定律简称为 KCL；基尔霍夫电压定律简称为 KVL。

件,即元件模型。图 1-1 所示为三种基本电路元件的符号模型。其中电阻模型只表征消耗电能并转变成非电能的特征;电感模型只表征存在和储存磁场能量的特征;电容模型只表征存在和储存电场能量的特征。

由理想元件组成的电路称电路模型。今后所提到的电路,除特别指明外,均系电路模型。电路分析的对象是电路模型而不是实际电路。

理想元件是抽象的模型,没有体积大小,特性集总在空间的一点上,称为集总参数元件。具有两个端子的元件(如上述三种元件)称为二端元件,又称单口元件。除二端元件外,我们还要讲四端元件如受控源、耦合电感、变压器等。

由集总参数元件构成的电路称集总参数电路。采用集总参数是有条件的,集总意味着把元件的电场和磁场分隔开来,电场只能与电容元件关联,磁场只能与电感元件关联,两种场之间无相互作用。而实际上它们的相互作用将产生电磁波,一部分能量将通过辐射损失掉。因此,只有在辐射能量可以忽略的情况下才能采用集总参数,这就要求元件的尺寸 l 远小于正常工作频率所对应的波长 λ ,即

$$l \ll \lambda \quad \lambda = c/f \quad c = 3 \times 10^8 \text{ m/s (光速)}$$

例如工业用电的频率为 50Hz,其波长为 6000km,对于实验室用的实验元件,其尺寸与这一波长相比都可忽略不计,因此,可以采用集总参数的概念。而对于远距离的通信线路和电力输电线不满足上面条件,就不能用集总参数来分析。例如微波中继频率为两千兆,元件尺寸与工作频率对应的波长可以比拟,这时就不能采用集总参数概念,而应当采用分布参数或

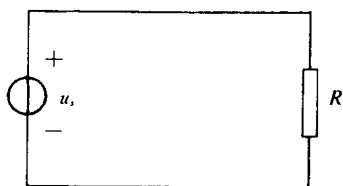


图 1-2 手电筒电路模型

电磁场理论来分析。因此,当满足集总参数条件时,就可以采用由分立元件模型组成的集总参数电路模型。图 1-2 所示电路就是一个手电筒电路的集总参数电路模型。

本书只对集总参数电路进行分析。集总参数的条件即集总假设是电路分析的重要假设,今后所讨论的电路的基本定律以及以基本定律为基础的各种分析方法都必须满足这一假设。

§ 1-2 电路分析的基本变量

集总参数电路是支路和节点的集合,在电源激励下,支路中有电荷移动形成电流,节点上有确定的电位。电路分析就是在给定电路结构、元件参数和激励的情况下求解电路中的电流和电压,所以把支路电流和支路电压(节点电位)称为电路分析的变量。

1-2-1 电流及其参考方向

单位时间内通过导体横截面的电荷量定义为电流强度,简称为电流,用符号 i 表示,即

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

实际上是负电荷在电路中移动形成电流,但习惯上规定正电荷移动的方向为电流真实方向。在单一回路的简单电路中,根据上面规定容易判断电流的真实方向,但对于复杂电路,例如图 1-3 所示电路,就难以确定 R 支路中电流的真实方向。所以为了判断电流的真实方向,在分析电路时先任意假设电流的一个方向,这个任意假设的电流方向称为参考方向,在电路中

用箭头表示。有了电流的参考方向和电流的正负值，就可以确定电流的真实方向。例如在图 1-3 中，假设电流的参考方向由 a 指向 b，若计算出电流为正值，则参考方向就是电流的真实方向，若计算出电流为负值，则表明电流真实方向与假定的参考方向相反。显然，在未标注电流参考方向的情况下，电流的正负毫无意义，所以在求解电路时，必须首先选定电流的参考方向。

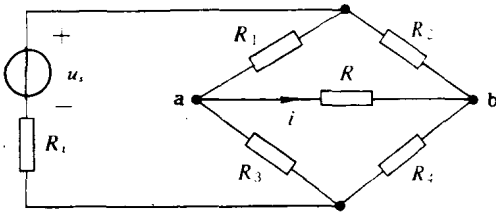


图 1-3 桥路

在国际单位制中，电流、电荷和时间的单位分别为安培（简称安，用符号 A 表示）、库仑（简称库，用符号 C 表示）和秒（用符号 s 表示），例如 1 安=1 库/秒。

1-2-2 电压及其参考方向

在电路中单位正电荷由 a 点移到 b 点所获得或失去的能量称为 ab 两点间的电位差，即 ab 间的电压

$$u = \frac{dw}{dq} \tag{1-2}$$

其中，dq 为由 a 点转移到 b 点的电荷量，单位为库仑 (C)；dw 为转移过程中，电荷 dq 所获得或失去的能量，单位为焦耳 (J)，电压单位为伏特，用符号 V 表示。

如果正电荷由 a 转移到 b 获得能量，则电位升高，即 a 点的电位低于 b 点。反之，正电荷由 a 转移到 b，失去能量，则电位降低，即 a 点电位高于 b 点。所以正电荷在电路中转移时，电能的获得或失去体现为电位的升高或降低。

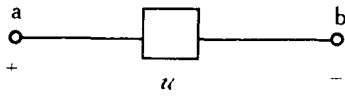


图 1-4 电压极性的表示

式 (1-2) 说明电压可正可负，和电流一样也是一个代数量。所以如同需要为电流规定参考方向一样，也需要为电压规定参考极性。电压的参考极性用“+”“-”号表示，标注在元件或电路的两端。其中“+”号表示高电位，“-”号表示低电位，如图 1-4 所示，方框表示一个元件或一个二端网络。有了电压的参考极性和电压的正负值，就可以判断电位的高低。在任意选定电压参考极性的情况下，如果电压为正值，则表示电压的真实极性与所选的参考极性相同，即 a 点电位高于 b 点电位；如果电压为负值，则表示电压的真实极性与所选定的参考极性相反，即 a 点电位低于 b 点电位。可见，在不标注电压参考极性的情况下，电压的正负毫无意义。所以在求解电路时也必须先选定电压的参考极性。

1-2-3 关联参考方向

如前所述，电流的参考方向和电压的参考极性都是任意选定的，但是为了方便起见，常采用关联参考方向，即电流的参考方向由电压参考极性的正极指向负极，如图 1-5 (a) 所示。在关联参考方向下，只需标出电流的参考方向或电压的参考极性，如图 1-5 (b)、(c) 所示。

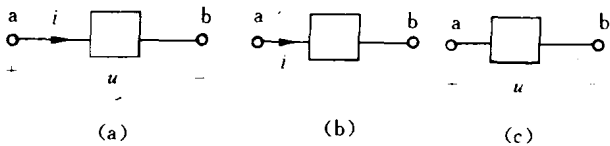


图 1-5 关联参考方向

1-2-4 功率

功率是电路分析中常用到的另一个物理量,用符号 p 表示。在图 1-5 (a) 所示电流、电压关联参考方向下,当电路在 dt 时间内吸收的电能为 dW 时,则电路吸收的功率为

$$p = \frac{dW}{dt} \quad (1-3a)$$

根据式 (1-1) 和式 (1-2) 知

$$p = u \cdot i \quad (1-3b)$$

在关联参考方向下,可以用式 (1-3b) 计算某段电路吸收的功率。若求出功率为正,表示这段电路确实吸收了功率,若求出功率为负,表示供出了功率。

在非关联方向下,则可看成电流与图 1-5 (a) 所示的方向相反,故功率的公式为

$$p = -u \cdot i \quad (1-3c)$$

按照电流、电压是否为关联参考方向,可选用相应的功率计算公式,但不论式 (1-3b) 还是式 (1-3c) 都是按吸收功率计算的,若算出功率为正,均表示确实吸收了功率,若算出功率为负,均表示供出了功率。

在国际单位制中,电压单位为伏,电流单位为安,功率单位为瓦特,简称瓦 (W)。

例 1-1 试计算图 1-6 (a)、(b)、(c) 所示各元件的功率。已知:图 1-6 (a) 中, $u = -2V$, $i = -5A$; 图 1-6 (b) 中, $u = -8V$, $i = 2A$; 图 1-6 (c) 中, $u = 12V$, $i = -3A$ 。

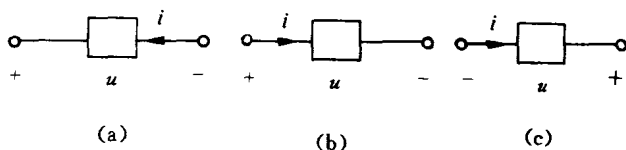


图 1-6 例题 1-1 图

解

(a) 因为电流、电压不是关联参考方向,故用式 (1-3c)

$$p = -u \cdot i = -(-2) \times (-5) = -10 \text{ W}$$

说明图 1-6 (a) 元件供出 10W 功率。

(b) 因为电流、电压符合关联参考方向,故选用式 (1-3b)

$$p = u \cdot i = -8 \times 2 = -16 \text{ W}$$

说明图 1-6 (b) 元件供出 16W 功率。

(c) 因为电流、电压不是关联参考方向,所以

$$p = -u \cdot i = -12 \times (-3) = 36 \text{ W}$$

说明图 1-6 (c) 元件吸收功率 36W。

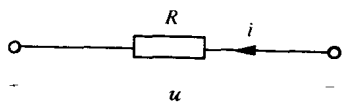


图 1-7 例 1-2 图

例 1-2 图 1-7 所示电路为复杂电路中取出的一条支路,已测得电阻两端电压 $u = 100V$, 电流 $i = -2A$, 试求电阻 R 为多少欧?

解 从物理课程中知欧姆定律为

$$R = \frac{u}{i} \quad (1-4)$$

式 (1-4) 的使用条件是电阻 R 上电压、电流符合关联参考方向。而在图 1-7 中电压和电流不是关联参考方向,故式 (1-4) 的右端应加一负号,即

$$R = -\frac{u}{i} = -\frac{100}{-2} = 50 \Omega$$

§ 1-3 基尔霍夫定律

基尔霍夫（克希荷夫）总结了集总参数电路的基本规律，于 1848 年提出了基尔霍夫电流定律和电压定律。先介绍几个名词或术语。

支路：电路中一个二端元件称为一条支路。

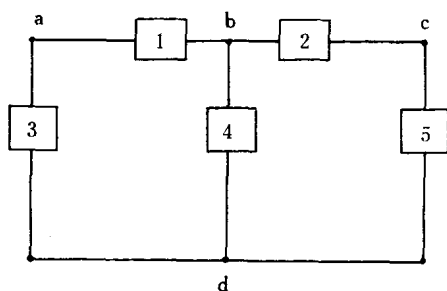


图 1-8 说明节点、支路的图

节点：电路中元件的汇接点称为节点（结点）。

在图 1-8 所示电路中共有 5 条支路，4 个节点。

为了方便，也可以把支路定义为多个元件串联而成的一段电路。例如在图 1-8 中 1 和 3 元件的串联作为一条支路，2 和 5 元件的串联作为一条支路。在这种情况下，节点定义为三条或三条以上支路的联接点，如 b 和 d，而 a 和 c 就不再是节点。这样定义支路和节点，显然比前面的定义在支路和节点的数量上要减少，对分析电路和解题是方便的。

回路：电路中任一闭合的路径称为回路，如图 1-8 中元件 1, 3, 4, 元件 2, 4, 5, 元件 1, 2, 3, 5 均构成回路。

网孔：内部不含支路的回路称为网孔。如图 1-8 中元件 1, 3, 4, 元件 2, 4, 5 均构成网孔。显然，元件 1, 2, 3, 5 不构成网孔，因为内部含有元件 4。

在集总参数电路中，任何时刻通过元件的电流和元件的端电压都是可确定的物理量。我们把通过元件的电流称支路电流，元件的端电压称支路电压，它们是电路分析的对象，集总参数电路的基本规律也用它们来表示。所谓电路的基本规律，一是指电路应服从什么规律；一是指电路的各个组成部分的特性如何。下面先讨论前者。

1-3-1 基尔霍夫电流定律 (KCL)

电流定律也叫基尔霍夫第一定律，它反映了电路中各支路电流之间必须遵循的规律，即在任一时刻，电路的任一节点，流出该节点的所有支路电流代数和为零。其数学表示式为

$$\sum_{k=1}^{n_0} i_k = 0 \quad (1-5)$$

式中， i_k 为流出（或流入）节点的第 k 条支路电流， n_0 为与节点相联的支路数。一般规定参考方向离开节点的支路电流取正号，参考方向指向节点的支路电流取负号。在图 1-9 所示电路中，对节点 a 列出 KCL 方程

$$-i_1 + i_4 - i_6 = 0 \quad (A)$$

整理得

$$i_4 = i_1 + i_6$$

可见，流出节点的电流等于流入节点的电流，即

$$\sum i_{\text{出}} = \sum i_{\text{入}} \quad (1-6)$$

这是基尔霍夫第一定律的另一种表示形式。

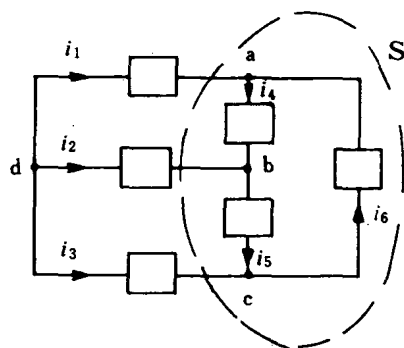


图 1-9 KCL 用图

基尔霍夫电流定律不仅适用于节点,也适用于电路中任一封闭面*。在图 1-9 中取任一封闭面 S,如虚线所示。分别对节点 a, b, c 列 KCL 方程, a 点 KCL 方程如式 (A)。b 点的 KCL 方程

$$-i_2 - i_4 + i_5 = 0 \quad (\text{B})$$

c 点 KCL 方程

$$-i_3 - i_5 + i_6 = 0 \quad (\text{C})$$

(A)、(B)、(C) 三式相加得

$$-i_1 - i_2 - i_3 = 0 \quad (\text{D})$$

可见,流入封闭面 S 的所有支路电流的代数和为零。这种封闭面在电路中也称广义节点。

应用电流定律应注意以下三点:第一,电流定律的实质是电流连续性原理,是电荷守恒定律的体现。电荷既不能创造也不能消灭,所以在任一时刻,流入节点电荷必等于流出节点的电荷,否则就要违背电荷守恒定律。第二,KCL 方程是一个系数为常数 1, -1, 0 的线性齐次代数方程,它表明了节点上各个支路电流所受的线性约束关系。如式 (A) 中,若已知 i_1 和 i_4 的数值, i_6 的数值随之而定,不能自由选取任何其他数值,KCL 为电流施加的这种约束关系称为电流线性相关。它在电路理论中是一个十分重要的概念。第三,KCL 适用于任何集总参数电路,它仅与元件的连接方式有关,而与元件性质无关。

例 1-3 在图 1-10 电路中,已知 $i_1=2\text{A}$, $i_2=4\text{A}$, $i_3=-4\text{A}$, $i_4=3\text{A}$, $i_5=5\text{A}$,求所有其他支路电流。

解 图 1-10 中有 6 个节点,可列 5 个独立的 KCL 方程:

$$\text{节点①} \quad i_6 = i_4 - i_1 = 3 - 2 = 1 \text{ A}$$

$$\text{节点②} \quad i_7 = i_5 - i_6 = 5 - 1 = 4 \text{ A}$$

$$\text{节点③} \quad i_8 = i_3 - i_5 = -4 - 5 = -9 \text{ A}$$

$$\text{节点④} \quad i_9 = i_2 + i_8 = 4 - 9 = -5 \text{ A}$$

$$\text{节点⑤} \quad i_{10} = i_9 - i_1 = -5 - 2 = -7 \text{ A}$$

如果再对节点⑥列 KCL 方程,显然这个方程是多余的,也是不独立的,因为 10 个支路电流都已求出。

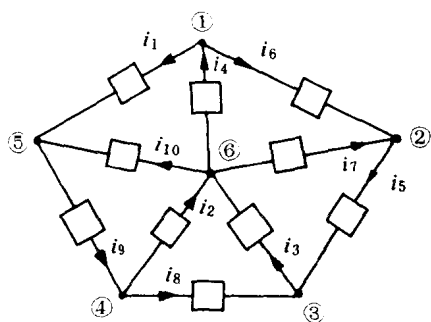


图 1-10 例 1-3 图

例 1-4 求图 1-11 电路中的电流 i_1 。

解 先对节点 c 列 KCL 方程

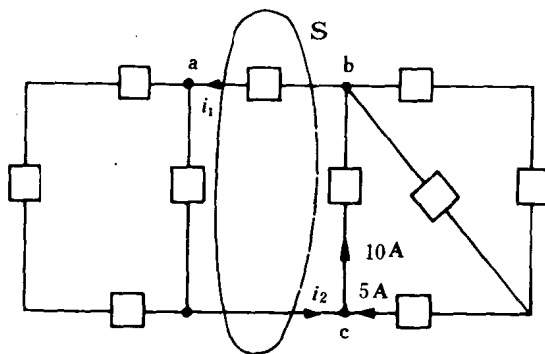


图 1-11 例 1-4 图

* 即高斯面

$$i_2 = 10 - 5 = 5 \text{ A}$$

再在图 1-11 中作 S 闭合面，然后根据闭合面的 KCL 得

$$i_1 = i_2 = 5 \text{ A}$$

1-3-2 基尔霍夫电压定律 (KVL)

电压定律也叫基尔霍夫第二定律，它表明电路中各支路电压之间必须遵循的规律，这个规律体现在电路的各个回路当中。第二定律指出：对于电路中的任一回路，在任一时刻，沿该回路的所有支路电压的代数和为零，即

$$\sum_{k=1}^{n_0} u_k = 0 \quad (1-7)$$

式中 u_k 为回路中第 k 条支路的电压， n_0 为回路中的支路数。

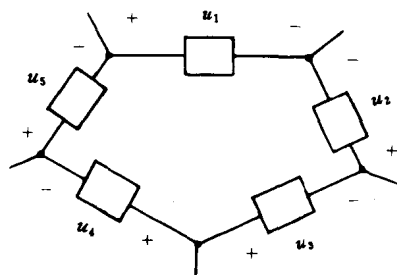


图 1-12 KVL 用图

按上式列写 KVL 方程时，必须先选定回路的绕行方向，支路电压的参考极性与回路绕行方向一致的取正号，支路电压参考极性与回路绕行方向相反的取负号。在图 1-12 所示电路中，假设回路绕行方向为顺时针，则 KVL 方程为

$$u_1 - u_2 - u_3 + u_4 + u_5 = 0$$

整理成

$$u_1 + u_4 + u_5 = u_2 + u_3$$

此式左端为回路中电位降之和，右端为回路中电位升之和，所以基尔霍夫电压定律是能量守恒的体现。按照能量守恒定律，单位正电荷沿回路绕行一周，所获得的能量必须等于所失去的能量，获得能量，电位则升高，失去能量，电位则降低，所以在闭合回路中电位升必然等于电位降，即一个闭合回路中各个支路电压的代数和为零。

对基尔霍夫电压定律还必须强调两点：

第一，KVL 方程是一个系数为 1，-1，0 的线性齐次代数方程，它表明了一个回路中各支路电压的线性约束关系。其中任一个电压的取值都必须受回路中其他电压的约束，即线性相关。

第二，KVL 适用于任何集总参数电路，它仅与元件的连接方式有关，而与元件性质无关。

例 1-5 试用 KVL 列出图 1-13 所示电路的回路电压方程。

解 假设回路绕行方向为顺时针，各电阻上的电压与电流符合关联参考方向，所以电流参考方向与回路绕行方向相同的支路电压取正号，否则取负号，即

$$R_1 i_1 - R_2 i_2 - R_3 i_3 + R_4 i_4 + R_5 i_5 - u_{s2} - u_{s3} + u_{s4} = 0$$

整理成

$$R_1 i_1 - R_2 i_2 - R_3 i_3 + R_4 i_4 + R_5 i_5 = u_{s2} + u_{s3} - u_{s4}$$

可见，方程式的左端是电阻上电压降代数和，其正负号的取法如前所述；方程式的右端为回路中电源上电位升代数和，位升方向与回路绕行方向一致的取正号，不一致的取负号，即

$$\sum iR = \sum u_s \quad (1-8)$$

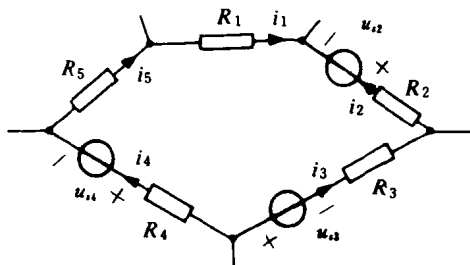


图 1-13 例 1-5 图

式 (1-8) 是 KVL 的另一种形式。

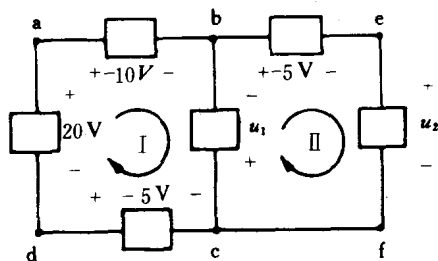


图 1-14 例 1-6 图

例 1-6 求图 1-14 所示电路的电压 u_1 和 u_2 。

解 对回路 I 列 KVL 方程, 得

$$-u_1 - (-5) - 20 + (-10) = 0$$

所以 $u_1 = -25 \text{ V}$

对回路 II 列 KVL 方程, 得

$$u_2 + u_1 + (-5) = 0$$

所以 $u_2 = 5 - u_1 = 5 + 25 = 30 \text{ V}$

1-3-3 两类约束和 KCL、KVL 方程的独立性

如前所述, KCL、KVL 适用于任何集总参数电路, 它仅与元件的连接形式有关, 而与元件性质无关。这种只取决于互联形式的约束称为拓扑约束。另一类约束取决于元件的性质, 例如一个线性非时变电阻, 它的端电压和电流必须服从欧姆定律即 $u=iR$, 这种取决于元件性质的约束称为元件约束, 一切集总参数电路中的电压和电流都必须受这两类约束的支配, 它们是解决一切集总参数电路的基本依据。

下面分析如何根据两类约束列写求解电路需要的方程。

在图 1-15 所示电路中有 6 条支路, 若给定电源上电压和电阻, 则有 6 个支路电流和 6 个支路电压需要求解。

求解 12 个未知量需要 12 个方程。设支路电压和支路电流的编号一致, 且符合关联参考方向。元件约束 6 个方程

$$u_1 = i_1 R_1 + u_{s1} \quad u_2 = i_2 R_2 - u_{s2}$$

$$u_3 = i_3 R_3 - u_{s3} \quad u_4 = i_4 R_4$$

$$u_5 = i_5 R_5 \quad u_6 = i_6 R_6$$

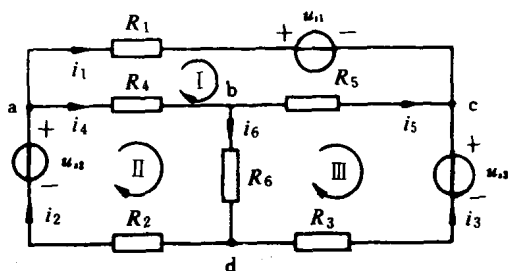


图 1-15 两类约束例题

这 6 个方程式是独立的, 因为其中任一个不能由其他方程式来表示。

4 个节点的 KCL 方程为

$$\begin{aligned} i_1 + i_4 - i_2 &= 0 & i_5 + i_6 - i_4 &= 0 \\ -i_1 - i_3 - i_5 &= 0 & i_2 + i_3 - i_6 &= 0 \end{aligned}$$

将 4 个方程式相加, 其结果恒等于零, 说明 4 个方程中只有 3 个是独立的, 最后一个方程式可以由前 3 个相加得到。

在图 1-15 中, 按网孔可以列写 3 个 KVL 方程:

网孔 I $u_1 - u_4 - u_5 = 0$

网孔 II $u_2 + u_4 + u_6 = 0$

网孔 III $-u_3 + u_5 - u_6 = 0$

这 3 个方程式是独立的, 其中任一个不能由其他两个得到。

12 个未知量, 12 个独立方程式, 可以得到唯一的解。由此可见, 电路中有 b 条支路, 则有 $2b$ 个未知量, 需要 $2b$ 个方程式, 其中由元件约束能列出 b 个方程, 其余的 b 个方程由 KCL、KVL 得到。独立的 KCL 方程数为 $n_t - 1$, KVL 方程数为 $b - n_t + 1$, n_t 为节点数。

例 1-7 求图 1-16 (a) 所示电路中各支路电流 i_1 , i_2 , i_3 。已知 $R_1 = R_2 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$ 。

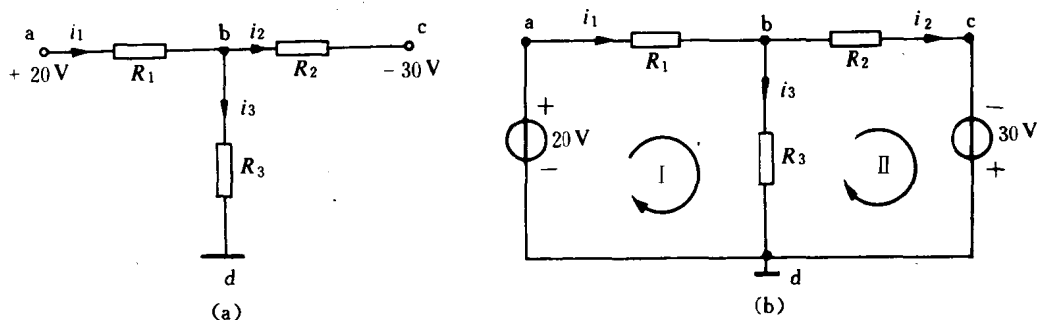


图 1-16 例 1-7 图

解 图 1-16 (a) 所示电路的画法是电子电路的一种习惯画法, 电路中 a 端标出 +20V, 表示电压源的正极接在 a 端, 其电压的数值为 20V, 电压源的负极接在参考点 d, 不再画出。c 端标出 -30V, 表示电压源的负极接在 c 端, 其电压的数值为 30V, 电压源的正极接在参考点 d, 不再画出。

在求解电路时, 如不习惯这种画法, 不妨把图 1-16 (a) 改画成图 1-16 (b)。在图 1-16 (b) 中对 b 点列 KCL 方程

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (\text{A})$$

对回路 I、II 分别列 KVL 方程

$$1i_1 + 1i_3 = 20 \quad (\text{B})$$

$$1i_2 - 1i_3 = 30 \quad (\text{C})$$

由式 (A) 得

$$i_3 = i_1 - i_2 \quad (\text{D})$$

将式 (D) 代入式 (B) 和 (C), 得

$$2i_1 - i_2 = 20 \quad (\text{E})$$

$$2i_2 - i_1 = 30 \quad (\text{F})$$

联立求解式 (E)、(F), 得

$$i_1 = 23.3 \text{ mA} \quad i_2 = 26.6 \text{ mA}$$

所以

$$i_3 = -3.3 \text{ mA}$$

§ 1-4 图的概念

前面讲到基尔霍夫定律仅与元件的连接方式即电路的结构有关, 而与元件性质无关。就是说无论什么元件, 在集总参数电路中, 节点上的各支路电流都必须遵守 KCL, 回路中各支路电压都必须遵守 KVL, 因此, 在分析电路时可暂不考虑元件性质, 将各支路用边代替, 而支路两端的节点仍然保留。如图 1-17 (a) 可以用图 1-17 (b) 表示, 图 1-17 (c) 可用图 1-17 (d) 表示。

1-4-1 图

图的定义: 图是一些点和一些边的集合, 其中每边联接在两个 (或一个) 点上, 这种图叫拓扑图或线图, 简称图。

图 1-17 (b) 和图 1-17 (d) 分别为图 1-17 (a) 和图 1-17 (c) 电路的图, 一般用 G 表示。