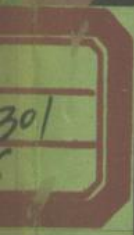


塑性成形力学

王仲仁 郭殿俭 汪 涛 编著

哈尔滨工业大学出版社



塑性成形力学

王仲仁 郭殿俭 汪 涛 编著

哈尔滨工业大学出版社

内 容 提 要

本书共分九章。首先,着重阐述塑性成形过程的应力分析、应变分析、屈服准则及应力应变关系。在变形力计算方法中重点介绍目前常用的三种方法,即切块法、滑移线法及上限法。对塑性加工中有重要影响的摩擦与润滑也作了较详细地介绍,最后附有习题及哈尔滨工业大学近几年来锻压专业硕士生入学试题。本书较全面地介绍了苏联、英美及我国学者在塑性成形力学方面的成就与论点。

本书可供高等学校锻压专业本科生作教材,也可供锻压方面科技工作者及力学专业的师生参考。

塑 性 成 形 力 学

王仲仁 郭殿俊 任 海 编著

*

哈尔滨工业大学出版社出版

新华书店首都发行所发行

哈尔滨工业大学印刷厂印刷

*

开本787×1092 1/16 印张12.5 字数241 000

1989年1月第1版 1989年1月第1次印刷

印数1—2 500

ISBN 7-5603-0138-X/TG·10 定价2.50元

前 言

塑性加工是一门古老而又日新月异的技术。原有的方法在不断改进,新的加工方法不断出现,但其共同点就是利用材料的塑性来成形。塑性成形力学就是从力学角度分析塑性成形过程共同规律的一门科学。学生在学习本课前应具备理论力学及材料力学的基础,并具有初步的锻压生产知识。

这本教材是以哈尔滨工业大学教学实践为基础,并吸收近年来有关科研成果而编写的。

在编写这本教材以前,我们曾主译苏联高等学校教材《金属压力加工原理》及英国教材《工程塑性理论及其在金属成形中的应用》,并曾经在教学中使用,因此这本教材也吸收了苏联及英美教材的长处。

应当指出,目前国内也有一些相关的教材,其中相当一部分是为力学专业用的,而且侧重于小塑性变形力学,而塑性加工则属于大塑性变形范畴;另外一些塑性加工理论教材又偏重于轧制原理部分;也有一些是与金属变形机理混编的。本教材从内容上看是侧重结合锻压过程,讲受力分析、应力分析、应变分析、屈服准则、应力应变关系及变形力解析的切块法、滑移线法及上限法。书末附有习题及近几年来哈尔滨工业大学锻压专业硕士生入学试题。这本教材主要内容供锻压专业本科生用,有些内容兼供研究生参考。对于从事锻压生产科研工作的同志及力学工作者也是一本有价值的参考书。

本书第一、四、五、六章由王仲仁同志编写,第二、三章及习题由郭殿俭同志编写,第七、八章由汪涛同志编写。第九章大部分内容取材于G.W.Rowe所著、由张子公等译的《工业金属塑性加工原理》联系摩擦与润滑的内容,但作了删改。附录三——张量简介,由许言午同志编写;并由许言午同志整理了全部插图及硕士生入学试题。全书由王仲仁同志负责,在整理手稿及出版校对过程中得到许言午、张凯峰同志的协助。承哈工大应用力学系张泽华教授仔细审阅了书稿,以及哈尔滨工业大学出版社郝文杰同志对本书认真负责地进行了编辑加工,借此机会作者们深表谢意。

作 者

一九八七年十月

目 录

前言

第一章 绪论	(1)
1.1 塑性加工的特点及其应用	(1)
1.2 工程材料应力应变曲线的力学模型	(2)
1.3 塑性成形力学的研究对象和受力分析特点	(4)
1.4 塑性成形力学的任务与主要内容	(6)
1.5 塑性力学的发展简史	(6)
第二章 应力状态分析	(9)
2.1 外力、内力和应力	(9)
2.2 坐标面上的应力	(10)
2.3 任意斜切面上的应力	(11)
2.4 主应力	(12)
2.5 塑性加工中的主应力图	(13)
2.6 应力张量	(15)
2.7 应力莫尔圆	(18)
2.8 过受应力作用点的典型平面	(21)
2.9 应力平衡微分方程	(24)
2.10 平面应力与平面应变状态	(25)
2.11 轴对称应力状态	(30)
第三章 应变状态分析	(32)
3.1 应变程度和主应变图	(32)
3.2 小应变分析	(37)
3.3 质点的应变状态	(38)
3.4 应变与位移的关系方程	(41)
3.5 应变的连续方程	(44)
3.6 应变增量和应变速率张量	(45)
第四章 屈服准则	(48)
4.1 屈服准则的概念	(48)
4.2 米塞斯屈服准则	(49)
4.3 屈雷斯加屈服准则	(52)
4.4 米塞斯准则及屈雷斯加准则的几何图形	(52)

4.5	屈服准则的实验验证与比较	(56)
4.6	各向同性应变硬化材料的后继屈服表面与固体现实应力空间	(59)
4.7	应变速率强化效应对超塑材料屈服轨迹的影响	(61)
4.8	关于屈服准则在塑性加工中的实际运用	(62)
第五章	塑性变形时的应力应变关系	(65)
5.1	应力应变理论的几种提法及分类	(65)
5.2	增量理论	(66)
5.3	全量理论	(71)
5.4	应力应变顺序对应规律及其应用	(74)
5.5	屈服图形上的应力分区及其与塑性成形时工件尺寸变化的关系	(80)
5.6	最小阻力定律及质点运动方向	(87)
5.7	米塞斯应力应变变速率关系及单位变形功率	(90)
第六章	变形力解析的切块法及其他近似解析法	(92)
6.1	变形力与单位变形力	(92)
6.2	变形力解析的切块法(主应力法)	(96)
6.3	工程计算法	(106)
第七章	滑移线场理论及其应用	(110)
7.1	理想刚塑性平面应变问题	(110)
7.2	滑移线的若干性质	(115)
7.3	常见的应力边界条件	(118)
7.4	常见的滑移线场类型	(120)
7.5	用滑移线场理论求解的二个典型问题	(121)
7.6	滑移线场图解算法及应用举例	(123)
7.7	平面应变问题速度场的初步理论	(129)
7.8	建立滑移线场的电算法	(133)
第八章	上限分析法	(138)
8.1	概述	(138)
8.2	上限定理	(139)
8.3	上限法应用方法综述	(142)
8.4	简化滑移线场的上限模式(刚性块)	(143)
8.5	含有连续速度场的上限模式	(148)
8.6	上限元法简介	(152)
第九章	塑性加工中的摩擦与润滑	(153)
9.1	金属加工过程中摩擦的影响	(153)
9.2	摩擦系数	(155)
9.3	摩擦的机制	(157)
9.4	润滑的基本原理	(159)
9.5	金属加工生产中的润滑剂举例	(161)

9.6 用来测定润滑剂的模拟试验的评述.....	(162)
附录一 作业题.....	(166)
附录二 哈尔滨工业大学攻读硕士学位研究生入学试题.....	(171)
附录三 张量形式表达简介.....	(182)
参考文献.....	(188)

第一章 绪 论

1.1 塑性加工的特点及其应用

塑性加工是指利用材料的可塑性(即产生一定量的永久变形并不破坏的能力)而获得所需形状与尺寸的工件的一种成形方法。通常所见的锻造、冲压、挤压、拉拔、轧制以及其它很多成形方法都属于塑性加工的范畴。由于塑性加工一般是在外力且多为压力作用下完成的,所以又称为“压力加工”。

切削加工过程虽然也往往伴随有塑性变形,但其基本特点是通过切削以分离某些“多余”部分,因而是一种本体质量减少的成形方法。而塑性加工中的成形,则是在本体质量不变条件下进行的,当材料密度不变时则是在体积不变条件下进行的。例如齿轮的齿部成形既可以用切削加工方法也可以用塑性加工方法。在用切削加工方法成形齿部时,所选用坯料的外径通常要大于至少等于齿顶圆外径,经切削加工将齿间部分金属变成切屑,剩下的部分即成为所需的轮齿(图1.1a)。而用塑性加工方法成形齿部时(可以用精锻或轧制的方法),则所需毛坯的外径小于齿顶圆,在加工过程中将一部分金属“移走”形成齿谷,同时,相邻部分隆起形成齿顶。此时,并没有材料被剥离,而是通过流动将材料重新分布成所需的形状和尺寸。这种方法所采用的坯料外径要小于齿顶圆的外径,若不计轴向流动则 $F_1 = F_2$ 。从图中还可以看出,切削加工后的齿轮在齿形部

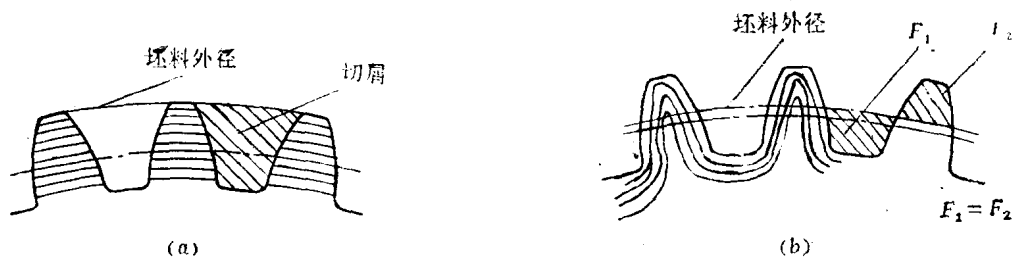


图 1.1 齿轮齿形部分的切削加工 (a) 与塑性加工 (b)

分流线被切断,而塑性加工方法所得的齿形流线是连续的且与外廓相似,这对于提高疲劳强度是十分有利的。

从以上的例子可以看出,以塑性加工方法获得最终形状或近于最终形状零件的成形方法,比起切削加工有如下优点:

- (1) 节省材料;
- (2) 零件的使用寿命长;
- (3) 生产率高。

因此,在大批生产螺栓螺母的标准件行业中塑性加工已是最基本的方法,其它如轴承环精密辗压、钢球轧制、叶片精锻或半精锻、齿轮精锻等越来越得到广泛应用。从某

种意义上说，塑性加工在零件成形中的应用范围及其精度是一个国家机械工业水平的重要标志。

铸造成形是靠液体金属凝固成形，其优点是能够得到形状复杂的零件毛坯，但缺点是易产生气孔、夹杂等缺陷，产品一致性差，质量不够稳定。所以很多要求承受动载高负荷的零件如连杆、曲轴、叶片等大多需要塑性加工。可以毫不夸张地说，无论在汽车、飞机及火箭制造业还是日用品工业中塑性加工都占举足轻重的地位。当然，塑性加工相对于其它成形方法也不是没有缺点的，例如，变形抗力大，因而需要较大吨位的设备（有时超过万吨），对模具材料要求较严，变形过程不易控制等也是这种加工方法的缺点。从本质上了解有关因素对成形过程的影响，降低变形抗力，控制变形流动则是从事塑性加工方面工作人员的艰巨任务。

随着新技术的涌现，对新材料及其加工提出了更多的要求。今日的塑性加工与古代的“红炉打铁”已不可同日而语。从加工温度范围看已经从热锻扩展到温锻、冷锻、近熔点成形及低温成形；从速度范围看，已经由普通压力机上成形扩展到高速成形及蠕变成形；从加工对象看，已经从板料、块料扩展到粉末及丝状物成形；从单一材料成形扩展到复合材料成形；由金属成形扩展到陶瓷、塑料等非金属材料成形；从常态成形扩展到超塑态成形。

所以说，塑性加工是既古老又年青的技术，只要有材料的存在和发展，塑性加工就会相应地存在与发展。另外，最近复合加工技术的出现，特别是粉末成形及超塑成形的发展使塑性加工已经从“来料加工”的阶段直接步入复合材料的制造，逐渐地在零件与材料一体化制造工艺中担当起越来越重要的角色。

1.2 工程材料应力应变曲线的力学模型

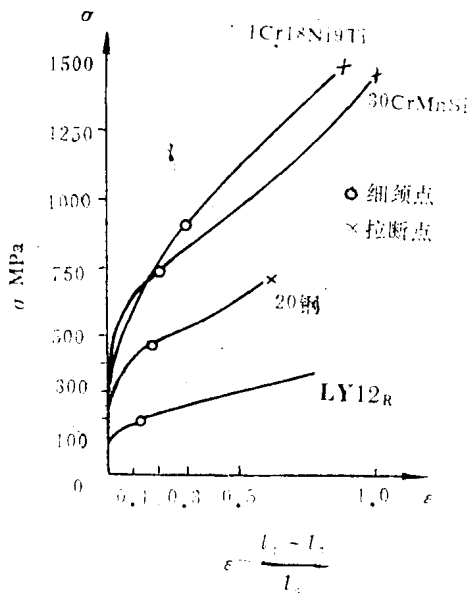


图 1.2 常用材料冷变形应力应变曲线

对于不同材料在不同的温度和速度下成形，流动应力往往随变形程度和应变速率改变而变化。图 1.2 示出常用材料冷变形的应力应变曲线，为了便于解析，通常根据实验所得应力应变曲线简化成一定的力学模型，常用的有以下几种：

1.2.1 理想弹塑性材料模型

该模型分为两段来表示

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon, \quad \varepsilon \leq \varepsilon_e \\ \sigma &= \sigma_e = E\varepsilon_e, \quad \varepsilon \geq \varepsilon_e \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

该式的物理意义是，在弹性阶段应力与应变成正比，服从虎克定律，在塑性阶段，即 $\varepsilon \geq \varepsilon_e$ 时，应力值不变。(1.1) 式可以用图 1.3 表示。

1.2.2 线性硬化材料模型

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon, \varepsilon \leq \varepsilon_e \\ \sigma &= \sigma_e + E_1(\varepsilon - \varepsilon_e), \varepsilon \geq \varepsilon_e \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$



图 1.3 理想弹塑性材料应力应变曲线 (a) 及加载模型 (b)

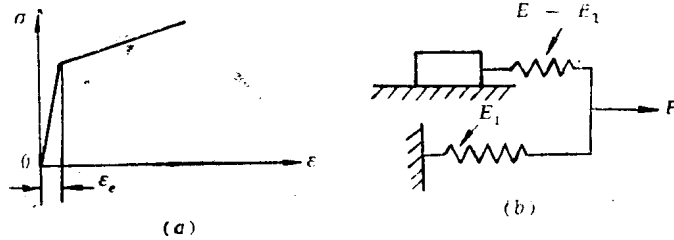


图 1.4 线性硬化材料应力应变曲线 (a) 及加载模型 (b)

该式可用图 1.4 表示。该模型主要适用于一般合金钢、铝合金等强化材料。

1.2.3 理想刚塑性材料模型

$$\sigma = \sigma_s \quad (1.3)$$

该模型的应力应变曲线及加载模型见图 1.5(a)、(b)，它主要用于弹性变形与塑性变形相比其数量微不足道，以致可以忽略且基本上无应变硬化的情况，如等温低速变形就属于这种情况。(1.3) 式用图 1.5 中水平直线表示。

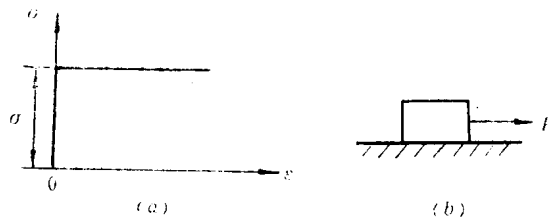


图 1.5 理想刚塑性材料应力应变曲线 (a) 及加载模型 (b)

1.2.4 幂硬化模型

幂硬化模型有两种，一种是

$$\sigma = A\varepsilon^n \quad (1.4)$$

式中， A 及 n 为材料常数。通常 $n < 1$ 。 $n = 0$ 时，为理想刚塑性材料。 n 值对曲线的特性有很大影响。如图 1.6。该式简单实用。

另一种幂硬化模型可用下式表示

$$\sigma = A(B + \varepsilon)^n \quad (1.5)$$

该式可图示于图1.7。实际上，以应变 $\varepsilon > 0$ 时的曲线来描述应力应变关系。该式称为斯韦夫特 (Swift) 公式。

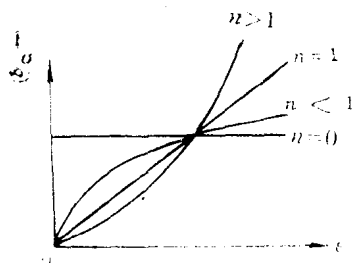


图 1.6 幂硬化材料应力应变曲线

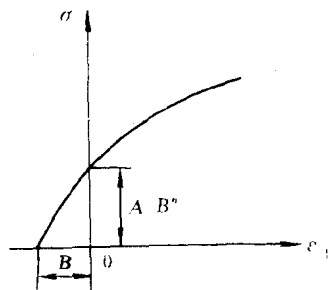


图 1.7 斯韦夫特幂硬化材料应力应变曲线

1.2.5 超塑材料应变速率强化模型

超塑材料是应变速率敏感性材料，它的流动应力与应变关系不大。贝可芬 (Bacchofen) 于1964年提出描述超塑材料力学特性的公式如下

$$\sigma = K' \dot{\varepsilon}^m \quad (1.6)$$

式中 σ ——流动应力；
 K' ——材料常数；
 m ——应变速率敏感指数， $m = 0.3-1$ ；
 $\dot{\varepsilon}$ ——应变速率。

除贝可芬方程外，还有其它描述方式。

1.3 塑性成形力学的研究对象和受力分析特点

每一门学科都是以研究特定的对象有关规律为基础的。例如理论力学，主要研究刚体及质点的运动规律，所分析的对象是不变形的。材料力学及弹性力学是分析弹性体的应力应变问题、所研究物体通常视为服从虎克定律，即应力与应变间存在线性关系。塑性力学则是研究塑性体的应力应变及载荷计算方法。此时，应力与应变不再满足虎克定律，在一般情况下由应力不能简单地判断出应变量的大小。塑性力学又有两个分支、一是小塑性变形力学，这时，塑性变形量不很大，例如小于2%，弹性变形在总变形中占有一定的比重。结构超弹性计算就属于这种情况，构件的某些部分达到塑性阶段时并没有破坏，还有能力继续工作，所以可以把构件设计到部分达到塑性，部分保持弹性状态，从而可以节省材料。因此，应用塑性理论能更合理地定出工程结构和机械零件设计中的安全系数。另一分支是大塑性变形力学，这时塑性变形分量远大于弹性变形分量。塑性成形力学就是大塑性变形力学的主要代表。

塑性成形力学既然是将分析对象视为承受较大塑性变形的物体，因此，在具体受力

分析时要注意以下几点[26]:

1. 区分推与拉

对于刚体, 推与拉对运动的结果是一样的 (图1.8)。而对于塑性加工过程, 加推力与拉力的变形有很大的差别。图 1.9 表示制造空心件的两种方案, 一种是挤管, 一种

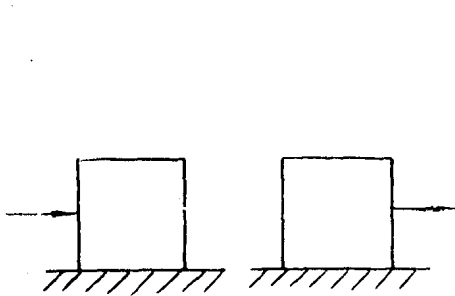


图 1.8 刚体受推或拉

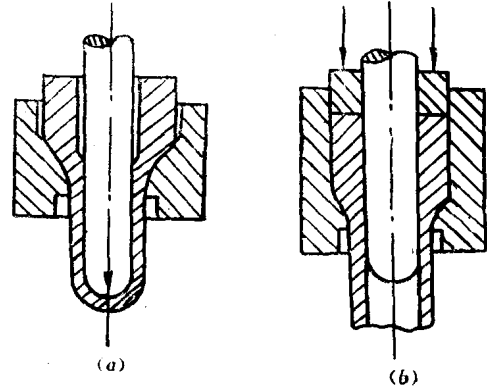


图 1.9 制造空心件的方案

是变薄拉深。前者变形力大, 允许的变形程度也较大; 后者变形力小, 这是由于变形程度受到出口部分材料强度的限制。

2. 同一变形体不同部位摩擦力的方向不同且存在极值

对于刚体运动, 摩擦力在物体各部分的接触面上都是同一方向, 与物体的运动方向相反。而在大塑性变形时各部分流动方向不一, 阻碍物体流动的摩擦力方向也不相同 (图1.10)。另外, 对于刚体运动, 按照库仑定律, 摩擦力与正压力成正比, 摩擦力并不存在极值。而对于塑性变形体, 摩擦力作为工具与工件接触面上的切应力, 存在一个极值, 即变形材料所能承受的最大切应力为 $\sigma_s/\sqrt{3}$ 。当应力达到这个数值时, 就以近表层材料的内部剪切变形代替接触表面的相对滑动。

3. 约束力的多方向性

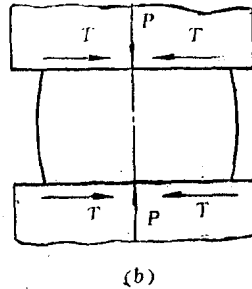
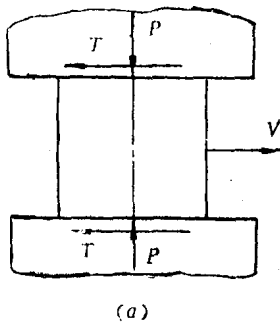


图 1.10 刚体运动 (a) 及塑性流动时 (b) 的摩擦力方向

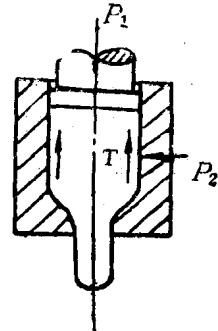


图 1.11 挤压过程

对于刚体, 作用力与约束反力作用方向是一致的。对于变形体施加外力后, 不仅在作用力方向有相反的约束反力, 由于工具侧壁阻碍金属流动, 所以也存在约束反力, 其方向可能与主作用力方向差别很大。例如挤压时, 不仅有主作用力 P_1 存在 (图1.11),

且由于挤压筒壁限制金属流动,将产生约束正压力 P_2 与阻碍坯料轴向运动的摩擦力 T 。由于变形体是固体而不是密闭液体,作用在冲头端面的压强与挤压筒侧壁上的压强并不相等。如何分析这些力则是塑性成形力学及锻压工艺学的任务之一。

1.4 塑性成形力学的任务与主要内容

前已说明,塑性加工过程中,弹性变形在总变形量中往往是微不足道的。因此,塑性成形力学从学科上属于大塑性变形的力学,同时,它又与塑性加工工艺的分析有紧密联系。从塑性加工工艺角度看有以下几个问题需要以塑性成形力学为基础。

1. 塑性变形时的成形规律

获得一定形状的毛坯是塑性加工过程的基本任务。如何选择合适的原始坯料,如何设计中间毛坯,如何设计最终成形的模具是锻造工艺学、冲压工艺学及其它成形工艺学的任务。但是,作为锻造、冲压、挤压、拉拔等多种成形工艺方法的共同规律则是塑性成形力学的研究任务。

2. 变形力的计算

塑性加工是靠一定的作用力实现的。力的大小不仅是设备选择的依据,也是模具及有关装置设计的基本前提。由于塑性变形时工件既非弹性体也非流体,所以影响因素较多。如摩擦润滑、工具形状、工件形状、加载方式等都对受力有影响。介绍与选择恰当的计算变形力和降低变形抗力的方法则是塑性成形力学的主要研究任务。

3. 提高塑性避免成形过程中开裂的力学分析

塑性的高低与材料自身的组织状态、基体类型、杂质分布形态等冶金因素有关。但是,同一材料在不同受力状态下表现出不同程度的变形能力。例如大理石及淬火后的工具钢在三向压应力下能承受较大的变形,而在简单拉伸时几乎只呈脆性。实际变形时,工件内应力分布是极其复杂的。因此,弄清变形体中的应力分布及其影响因素是进行产品质量分析的力学基础。

为了解决以上问题需要系统地研究以下内容:

- (1) 应力分析;
- (2) 应变分析;
- (3) 应力应变关系;
- (4) 屈服准则;
- (5) 变形力的计算方法,如切块法、滑移线法及上限法等。

1.5 塑性力学的发展简史

塑性加工虽然是一门古老的技术,但作为一门应用科学仅仅是近四五十年事。塑性加工理论方面第一本比较完整的著作要以1947年苏联古布金(Губкин)所著的《金属压力加工原理》为代表。该书及其它一些书都提到塑性力学的发展过程。关于塑性力学的研究,最早始于法国工程师H. 屈雷斯加(Tresca),他于1864年公布了关于冲压

和挤压的一些初步实验报告。根据这些实验，他认为金属在最大剪应力达到某一临界值时就开始塑性屈服。随后圣文南 (Saint-Venant) 于1870年提出平面问题理想刚塑性的应力应变关系，并假设最大剪应力与最大剪应变速率方向一致。他应用屈雷斯加屈服准则计算圆柱体受扭转或弯曲而处于部分塑性状态时的应力(1870)以及圆管受内压而处于全塑性状态时的应力(1872)。他认识到应力与应变全量之间无一一对应关系，因而假设应变速率主轴与应变主轴是重合的。1870年，列维 (Levy) 采用了圣文南关于理想塑性材料的概念，提出了三维问题的应力与塑性应变增量间的比例关系。此后有一段时间塑性力学的进展是很缓慢的，值得一提的是1913年德国米塞斯 (Von Mises) 从数学简化要求出发针对屈雷斯加准则提出了新的准则。该准则后来被解释为最大弹性畸变能达到某一临界值就开始屈服的能量准则。这期间，米塞斯还独立提出了列维曾提出过的应力应变关系。

到本世纪二十年代，纳达依 (A. Nadai) (1923) 用解析法研究了柱体扭转问题并进行了实验验证。亨盖 (H. Hencky) (1923) 和普朗特 (L. Prandtl) (1923) 提出了平面塑性应变问题中滑移线场理论。1926年，罗德 (Lode) 用钢、铜和镍的薄壁管试件进行了在不同的轴向拉伸和内压力联合作用下的实验。泰勒和奎奈 (Taylor, Quincy) 在1931年用薄壁管在轴向拉伸和扭转的联合作用下进行实验，实验证明，Levy-Mises 关系是在真实情况下很好的近似。路埃斯 (Reuss) (1932) 提出了包括弹性应变部分的三维弹塑性应力应变关系。至此，经典塑性理论已初步形成。但直到当时为止，除平面应变问题有平冲头压入解以外，解具体问题方面的进展仍很少。

亨盖于1924年提出全量理论，比起增量理论，这个不太严密的理论在实际应用中显得方便些，而且对某些问题计算与实验结果符合得很好。在苏联及我国的许多工艺教材中就是应用全量理论来解决工程问题的。对工程界来说，即使是初步近似的理论，如果能给出对生产实际有指导意义的结果，也会比那些虽然严密但无法求解复杂工程问题的理论更切合需要。

正因为如此，一些初等解析法（如切块法）开始被提出用于求解塑性加工问题。例如，1925年卡尔曼 (Von Karman) 提出轧板时压力分布的计算公式，1927年萨克斯 (Sachs) 提出拉拔力计算公式，1934年齐别尔 (Siebel) 提出镦粗力计算公式。以上三人都是德国学者。

如果说塑性力学起源于法国，继之在德国又有很大发展，那么到了二次世界大战以后，就出现了多极化的发展趋势。英国的希尔 (R. Hill) 及约翰逊 (W. Johnson) 都有很多著作，美国的阿维楚 (Avitzur) 运用上限法及小林 (Kobayashi) 运用有限元法解决了不少塑性加工问题。苏联的翁克索夫 (Унксов)、古布金、波波夫 (Попов)、托姆良诺夫 (Томленов) 在塑性加工理论方面有不少论著。日本工藤英明 (H. Kudo) 在上限法及冷锻方面，小坂田宏造在刚塑性有限元方面、宫川松男在失稳理论及管材成形方面，木内学在极限分析及滚弯成形方面都有很多论著。

我国学者中，王仁较早地将滑移线理论用于分析平板间的塑性流问题 (1957年)，刘叔仪提出了固体现实应力空间为钟罩这一形象而完整的概念 (1954年)，张作梅等给出了多种金属在均匀压缩下的应力应变关系的可贵数据 (1963年)。徐东业、熊祝华、

杨桂通等对塑性理论的基本问题给予系统的论述。佘同希对平面应力问题作了深入的研究。在计算方法方面，王祖唐等在滑移线法及刚塑性有限元法，关廷栋、阮雪瑜、李双义、陶永发等在上限法，赵静远、李铁生、彭炎荣等在滑移线法，林治平在力的工程计算方面都发表了不少文章。王仲仁等在应力空间理论、应力应变关系理论、屈服准则实验研究、滑移线理论推广应用于硬化圆环的解析以及关于应力张量及应力偏量第三不变量物理意义的阐述等方面有不少论著。王仲仁与李守栋将Mises圆柱面合理分区，首次把塑性加工的有关工序在其上标出，便于分析各工序尺寸变化趋势、塑性及抗力的高低。汪涛在滑移线场理论推广应用于轴对称问题及旋压力学解析等方面作了不少研究。宋玉泉、罗子健、郭殿俭、海锦涛、朱宝泉、周天瑞、张凯锋、许言午、周大军等在超塑成形力学方面给出不少新成果。可以毫不夸张地说，我国拥有相当庞大的塑性力学方面的科研与教学人员，我们已经作出一些很有特色的研究。以上只是挂一漏万，我们相信今后我国科技界定会在发展塑性加工力学并应用其指导实践方面作出更大的贡献。

第二章 应力状态分析

2.1 外力、内力和应力

2.1.1 外力

设变形物体为均匀的连续体。在如图 2.1 所示的坯料镦粗中，作用在坯料上面的外力有两种，一种是作用在坯料表面上的外力（如 P 、 T 、 N ），叫表面力；另一种是作用在坯料的每个质点上的力（图中表示其合力为 G ），叫体积力，它可以是重力、磁力或惯性力等。在通常情况下，体积力相对表面力是很小的，可忽略。所以，一般情况下的外力即指表面力而言。

2.1.2 内力和应力

变形体（如图 2.1 所示）在外力作用下，其内各质点之间就要产生相互作用的力，

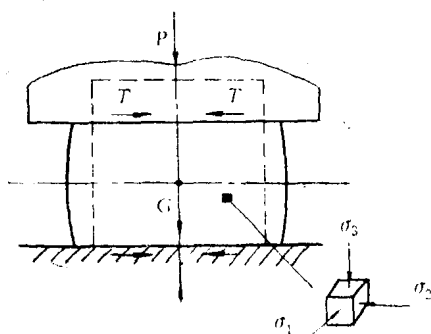


图 2.1 坯料镦粗

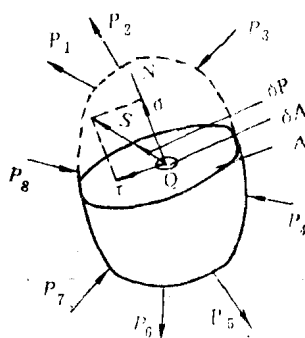


图 2.2 变形体受到的外力、内力和应力示意图

称作内力。单位面积上的内力，称作应力。

为了分析受应力作用点的应力状态，有必要对应力给出数学上严格的定义。

图 2.2 给出了变形体受到的外力、内力和应力示意图，它是把塑性加工中各种工艺抽象化了的力学模型。图中虚线所示部分为变形体假想的去掉部分，因为只有这样才能显示出变形体内部的内力和应力。变形体所受外力为 $P_1, P_2, \dots, P_n$ ，此时处于某瞬间的平衡状态。在其内部，于截面为 A 的平面上，取一很小面积 δA ，它围绕着其上的 Q 点，作用在 δA 上的内力合力为 δP ，则定义

$$S = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta P}{\delta A} = \frac{dP}{dA}$$

为 A 面上 Q 点的全应力。显然， Q 点的全应力大小和方向与 A 截面的法线方向 N 有关，即对于一 Q 点的不同法线方向，作用着不同大小和方向的全应力 S 值。全应力 S 可按法向

方向 N 和 A 截面平行方向分解为正应力分量 σ 和切应力分量 τ 。

2.2 坐标面上的应力

设在直角坐标系中有一受任意力系作用的物体,物体内有一受应力作用的任意点 Q ,围绕 Q 点切取一矩形六面体为单元体,其棱边分别平行于三根坐标轴。任意点 Q 的应力状态可以用单元体的三个互相垂直微分坐标平面上的九个应力分量来表示。这九个应力分量是三个正应力分量 σ_x 、 σ_y 、 σ_z 和六个切应力分量 τ_{xy} 、 τ_{xz} 、 τ_{yx} 、 τ_{yz} 、 τ_{zx} 及 τ_{zy} (如图2.3所示)。

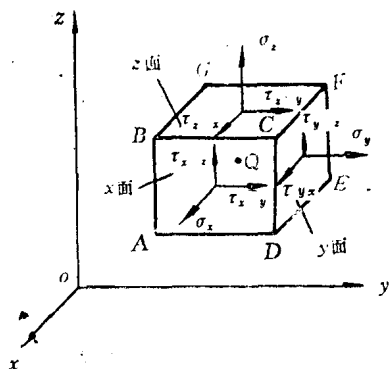


图 2.3 单元体中坐标面上的应力分量

为了清楚地表示出各个微分平面上的应力分量,三个微分平面都可用各自的法线方向命名。例如如图2.3中 $ABCD$ 叫 x 面, $CDEF$ 叫 y 面; $BCFG$ 叫 z 平面等。每个应力分量都带有两个下角标。第一个角标表示该应力分量的作用面,第二个角标则表示它的作用方向。这样,两个下角标相同的是正应力分量,例如 σ_{xx} 即表示 x 平面上平行于 x 轴的正应力分量,一般简写为 σ_x ;两个下角标不同的是切应力分量,例如 τ_{xy} 即表示 x 平面上平行于 y 轴的切应力分量。为了清楚起见,可将九个应力分量表示如下

σ_x	τ_{xy}	τ_{xz}		作用在 x 平面上
τ_{yx}	σ_y	τ_{yz}		作用在 y 平面上
τ_{zx}	τ_{zy}	σ_z		作用在 z 平面上
.	.	.		
.	.	.		作用方向为 z
.	.	.		作用方向为 y
.	.	.		作用方向为 x

关于应力分量的正、负号是这样规定的:若微分平面上的外法线方向与坐标轴方向相同时,则令作用在其上的应力分量方向与坐标轴相同者为正,反之为负。例如图2.3所示的九个应力分量皆为正。

由于单元体处于静力平衡状态,所以绕其各轴的合力矩等于零,由此可导出以下关系

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad (2.1)$$

式(2.1)叫做切应力互等定理。它表明,为了保持单元体的平衡,切应力总是成对出现的。因此,表示一受应力作用点的应力状态,实际上只需要六个应力分量。