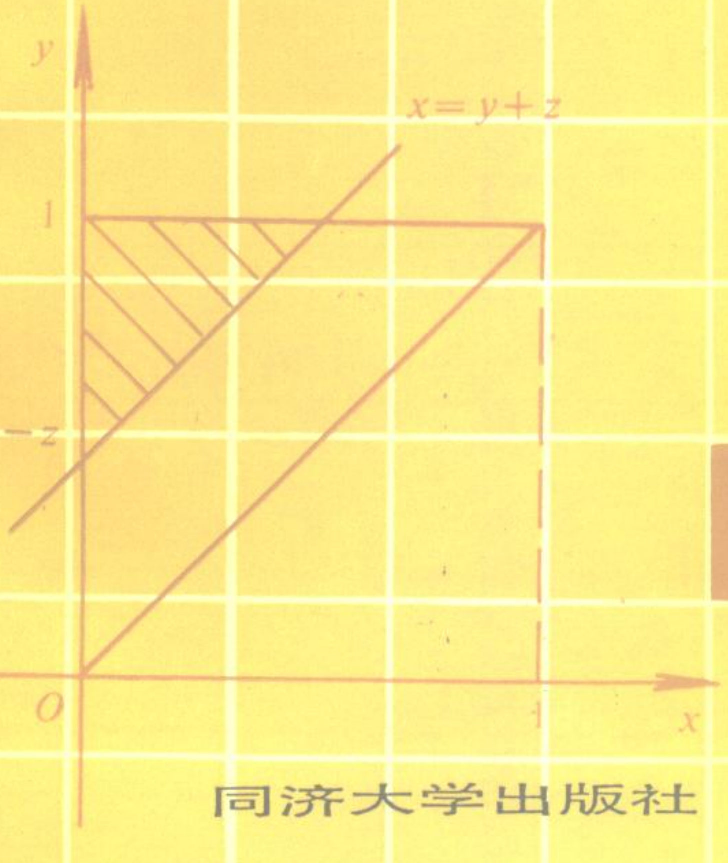
高等工程院校

# 工程数学试题精解

(1978—1991)

王荷芬等　编著




同济大学出版社

（沪）新登字204号

**内容提要**

本书由上海工科院校工程数学协作组搜集了上海20余所不同类型的高等工科院校的工程数学试题（1978—1991），经过筛选、加工、整理，并征求有关教师的意见编写而成，内容丰富、覆盖面广，反映不同类型、不同层次工科院校工程数学教学要求及考核水平。本书对广大数学教师、学生和广大工程技术人员是一本很有参考价值的书。

责任编辑：孟玉恩
封面设计：王肖生

高等工科院校
工程数学试题精解
（1978—1991）
王健生 王荷芬等 编著
同济大学出版社出版
（上海四平路1239号）
新华书店上海发行所发行
同济大学印刷厂印刷
开本：850×1168 1/32 印张：16.875 字数：486千字
1993年11月第1版 1993年11月第1次印刷
印数：1-6000 定价：11.70元
ISBN7-5608-1138-8/O·101

# 前　言

随着科学技术的发展和数学在科技领域中广泛应用，科技工作者仅仅掌握高等数学的基本内容和基本知识，已远远地不够了。线性代数、复变函数论、积分变换、数理方程和概率统计等工程数学内容，已成为科技工作者的必备工具。目前，工科院校各专业，甚至医、农和文科的某些专业也开设了这些课程。鉴于这些课程学时少、内容多且各有自身特点，要求学生在短时间内掌握这些课程的内容，特别是掌握这些课程的解题方法，无疑会碰到不少困难。本书汇编了上海市二十余所高等工科院校1978—1991年的工程数学试题，它反映了上海不同类型、不同层次工科院校工程数学的教学要求及考核水平。本书从基本概念、基本理论出发，阐述了工程数学基本内容，着重基本运算。其内容丰富，覆盖面广。

本书对于各高等院校的数学教师及工科院校学生、成人高校学生以及自学工程数学的读者均有较好的参考价值。它一方面为读者提供复习、巩固和自我检测的材料；另一方面也可作上海市工科院校工程数学教学资料的一份历史性文献。

本书原稿由石斯里副教授审阅，并提出了不少有价值的意见，在此我们表示衷心的感谢。

在编写过程中，承蒙各学校工程数学教研室为我们提供了各类试题，在此谨表谢意。鉴于篇幅限制，基本上一题一解。碍于编者水平，解题方法与技巧并非最佳，也可能有不当之处，恳请广大读者予以指正。

编者

1991年12月

# 目　　录

**一九八五年至一九九一年全国攻读硕士学位研究生入学试题及解答（工程数学部分）**

# 第一章　线性代数

## §1　行列式

**1** 选择 $i$ 与 $k$，使 $a_{1i}a_{32}a_{4k}a_{25}a_{53}$ 为五阶行列式中一个带正号的项。

**解**　$i=1$，$k=4$。

**2** 计算行列式 $\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$

**解**　$\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}=\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$。

**3** 求下列行列式的值。

(1) $D=\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix}$

**解**

$$D=\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 0 & b-a & ca-bc \\ 0 & c-a & ab-bc \end{vmatrix}$$

$$=(b-a)(c-a)\begin{vmatrix} 1 & -c \\ 1 & -b \end{vmatrix}$$

$$=(b-a)(c-a)(c-b)。$$

(2) $D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

**解**

$$D=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\0&1&1&0\\0&0&1&1\\0&-1&-1&0\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&1&0\\0&1&1\\-1&-1&0\end{vmatrix}=0。$$

**(3)**

$$D=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\1&2&4&8\\1&3&9&27\\1&4&16&64\end{vmatrix}$$

**解**

$$D=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\0&1&3&7\\0&2&8&26\\0&3&15&63\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&3&7\\2&8&26\\3&15&63\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&3&7\\0&2&12\\0&6&42\end{vmatrix}=12。$$

**(4)**

$$D=\begin{vmatrix}1&2&3&4\\4&1&2&3\\3&4&1&2\\2&3&4&1\end{vmatrix}$$

**解**

$$D=10\begin{vmatrix}1&2&3&4\\1&1&2&3\\1&4&1&2\\1&3&4&1\end{vmatrix}=10\begin{vmatrix}1&2&3&4\\0&-1&-1&-1\\0&2&-2&-2\\0&1&1&-3\end{vmatrix}$$

$$=20\begin{vmatrix}1&1&1\\-1&1&1\\1&1&-3\end{vmatrix}=20\begin{vmatrix}0&2&2\\-1&1&1\\0&2&-2\end{vmatrix}=-160。$$

**(5)**

$$D=\begin{vmatrix}2&1&-1&4\\-2&3&2&-5\\1&-2&-3&2\\-4&-3&2&-2\end{vmatrix}$$

解

$$D=\begin{vmatrix}0&1&0&0\\-8&3&5&-17\\5&-2&-5&10\\2&-3&-1&10\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}-8&5&-17\\5&-5&10\\2&-1&10\end{vmatrix}$$

$$=-5\begin{vmatrix}-3&5&-7\\0&-1&0\\1&-1&8\end{vmatrix}=5\begin{vmatrix}-3&-7\\1&8\end{vmatrix}=-85.$$

(6)

$$D=\begin{vmatrix}a_1&a_2&a_3&0\\b_1&b_2&0&b_4\\c_1&c_2&0&0\\d_1&d_2&0&0\end{vmatrix}$$

解

$$D=a_3\begin{vmatrix}b_1&b_2&b_4\\c_1&c_2&0\\d_1&d_2&0\end{vmatrix}=a_3b_4\begin{vmatrix}c_1&c_2\\d_1&d_2\end{vmatrix}=a_3b_4(c_1d_2-c_2d_1).$$

(7)

$$\begin{vmatrix}a&b&b&b\\a&b&a&b\\a&a&b&a\\b&b&b&a\end{vmatrix}$$

解

$$D=\begin{vmatrix}a&b&b&0\\a&b&a&0\\a&a&b&0\\b&b&b&a-b\end{vmatrix}=(a-b)\begin{vmatrix}a&b&b\\a&b&a\\a&a&b\end{vmatrix}$$

$$=(a-b)\begin{vmatrix}a&b&b\\a&b&a\\0&a-b&0\end{vmatrix}=-(a-b)^2\begin{vmatrix}a&b\\a&a\end{vmatrix}=-a(a-b)^3.$$

(8)

$$D=\begin{vmatrix} a & b & c & 1 \\ b & c & a & 1 \\ c & a & b & 1 \\ \dfrac{b+c}{2} & \dfrac{c+a}{2} & \dfrac{a+b}{2} & 1 \end{vmatrix}$$

**解**

$$D=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & b & c & 1 \\ b & c & a & 1 \\ b+c & c+a & a+b & 2 \\ b+c & c+a & a+b & 2 \end{vmatrix}=0。$$

(9)

$$D=\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$$

**解**

$$D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1-x & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1+y & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -y \end{vmatrix}+x\left[\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}-\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 0 & 1+y & 1 \\ 0 & 1 & 1-y \end{vmatrix}\right]$$

$$=xy^2+x\left[\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -y \end{vmatrix}-x\begin{vmatrix} 1+y & 1 \\ 1 & 1-y \end{vmatrix}\right]$$

$$=xy^2+x[-y^2-x(1-y^2-1)]=x^2y^2。$$

(10)
$$D=\begin{vmatrix} e & a & a^2 & a^3 \\ e & b & b^2 & b^3 \\ e & c & c^2 & c^3 \\ e & d & d^2 & d^3 \end{vmatrix}$$

**解**
$$D=e\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \\ 1 & d & d^2 & d^3 \end{vmatrix}$$
$$=e(b-a)(c-a)(d-a)(c-b)(d-b)(d-c).$$

4 证明：
$$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ a & a+b & a+b+c & a+b+c+d \\ a & 2a+b & 3a+2b+c & 4a+3b+2c+d \\ a & 3a+b & 6a+3b+c & 10a+6b+3c+d \end{vmatrix}=a^4.$$

**证**
$$\text{左边}=\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ 0 & a & a+b & a+b+c \\ 0 & 2a & 3a+2b & 4a+3b+2c \\ 0 & 3a & 6a+3b & 10a+6b+3c \end{vmatrix}$$
$$=a^2\begin{vmatrix} 1 & a+b & a+b+c \\ 2 & 3a+2b & 4a+3b+2c \\ 3 & 6a+3b & 10a+6b+3c \end{vmatrix}$$
$$=a^2\begin{vmatrix} 1 & a+b & a+b+c \\ 0 & a & 2a+b \\ 0 & 3a & 7a+3b \end{vmatrix}$$
$$=a^3\begin{vmatrix} 1 & 2a+b \\ 3 & 7a+3b \end{vmatrix}$$
$$=a^4.$$

5 已知 $\begin{vmatrix} x_1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & x_4 \end{vmatrix}=1$。求 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 2x_4 \\ 0 & 0 & x_3 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 2x_1+2 & 6x_2 & 10x_3 & 4x_4+4 \end{vmatrix}$

解 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 2x_4 \\ 0 & 0 & x_3 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 2x_1+2 & 6x_2 & 10x_3 & 4x_4+4 \end{vmatrix}$

$$=\begin{vmatrix} 2x_1+2 & 6x_2 & 10x_3 & 4x_4+4 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2x_4 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2x_1+2 & 0 & 0 & 4x_4+4 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2x_4 \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} 2x_1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2x_4 \end{vmatrix}=4\begin{vmatrix} x_1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & x_4 \end{vmatrix}=4。$$

6 求满足下列方程的实数 $x,y,z$。

$$\begin{vmatrix} 1 & x & y & z \\ x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & 1 & 0 \\ z & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}=1。$$

解 将行列式按第一列展开，得：

$$1-x\begin{vmatrix} x & y & z \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}+y\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}-z\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}=1。$$

即 $$1-x^2-y^2-z^2=1。$$

故 $$x^2+y^2+z^2=0,$$

所以 $$x=y=z=0.$$

7 计算下列行列式的值：

(1)
$$D=\begin{vmatrix}1&2&3&7&4\\2&3&7&4&1\\7&1&4&3&2\\4&7&1&2&3\\3&4&2&1&7\end{vmatrix}$$

**解**
$$D=\begin{vmatrix}17&2&3&7&4\\17&3&7&4&1\\17&1&4&3&2\\17&7&1&2&3\\17&4&2&1&7\end{vmatrix}=17\begin{vmatrix}1&2&3&7&4\\1&3&7&4&1\\1&1&4&3&2\\1&7&1&2&3\\1&4&2&1&7\end{vmatrix}$$

$$=17\begin{vmatrix}1&2&3&7&4\\0&1&4&-3&-3\\0&-1&1&-4&-2\\0&5&-2&-5&-1\\0&2&-1&-6&3\end{vmatrix}=17\begin{vmatrix}1&4&-3&-3\\0&5&-7&-5\\0&-22&10&14\\0&-9&0&9\end{vmatrix}$$

$$=17\times9\begin{vmatrix}5&-7&-5\\-22&10&14\\-1&0&1\end{vmatrix}=-8568.$$

(2)
$$D=\begin{vmatrix}-1&-1&-1&-1&-1\\1&2&3&-2&-1\\1&4&9&4&-1\\1&8&27&-8&-1\\1&16&81&16&1\end{vmatrix}$$

**解**

$$D=\begin{vmatrix}-1&-1&-1&-1&-1\\0&1&2&-3&-2\\0&3&8&3&-2\\0&7&26&-9&-2\\0&15&80&15&0\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}1&2&-3&-2\\3&8&3&-2\\7&26&-9&-2\\15&80&15&0\end{vmatrix}$$

$$=2\times5\times2\begin{vmatrix}1&1&-3&1\\3&4&3&1\\7&13&-9&1\\3&8&3&0\end{vmatrix}=20\begin{vmatrix}1&1&-3&1\\2&3&6&0\\6&12&-6&0\\3&8&3&0\end{vmatrix}$$

$$=-20\times6\begin{vmatrix}2&3&6\\1&2&-1\\3&8&3\end{vmatrix}=-120\begin{vmatrix}8&15&6\\0&0&-1\\6&14&3\end{vmatrix}$$

$$=-2640。$$

(3)

$$D=\begin{vmatrix}1&2&0&0&0&0\\0&1&2&0&0&0\\0&0&1&2&0&0\\0&0&0&1&2&0\\0&0&0&0&1&2\\2&0&0&0&0&1\end{vmatrix}$$

**解**

$$D=\begin{vmatrix}1&2&0&0&0\\0&1&2&0&0\\0&0&1&2&0\\0&0&0&1&2\\0&0&0&0&1\end{vmatrix}+(-1)^{6+1}\times2\begin{vmatrix}2&0&0&0&0\\1&2&0&0&0\\0&1&2&0&0\\0&0&1&2&0\\0&0&0&1&2\end{vmatrix}$$

$$=1-64=-63。$$

(4)

$$D=\begin{vmatrix} a+b & a & b & a & b \\ a & a+b & a & b & a \\ b & a & a+b & a & b \\ a & b & a & a+b & a \\ b & a & b & a & a+b \end{vmatrix}$$

**解**

$$D=\begin{vmatrix} a+b & a & -a & 0 & -a \\ a & a+b & 0 & -a & 0 \\ b & a & a & 0 & 0 \\ a & b & 0 & a & 0 \\ b & a & 0 & 0 & a \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} a+b & a & -a & 0 & -a \\ a & a+b & 0 & -a & 0 \\ b & a & a & 0 & 0 \\ a & b & 0 & a & 0 \\ a+2b & 2a & -a & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$=-a\begin{vmatrix} a & a+b & 0 & -a \\ b & a & a & 0 \\ 2a & a+2b & 0 & 0 \\ a+2b & 2a & -a & 0 \end{vmatrix}$$

$$=-a^2\begin{vmatrix} b & a & a \\ 2a & a+2b & 0 \\ a+3b & 3a & 0 \end{vmatrix}=a^3(6b^2+5ab-5a^2).$$

8 计算下列$n$阶行列式。

(1)

$$D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \cdots & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & n \end{vmatrix}$$

**解**

$$D=\begin{vmatrix}1 & 2 & 2 & \cdots & 2\\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0\\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 1 & 0 & 0 & \cdots & n-2\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}2 & 2 & \cdots & 2\\ 0 & 1 & \cdots & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & \cdots & n-2\end{vmatrix}$$

$$=-2(n-2)!。$$

(2)

$$D=\begin{vmatrix}1 & 2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 1 & 3 & 2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 3\end{vmatrix}$$

**解**

$$D=\begin{vmatrix}1 & 2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 3\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & 1 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 2 & \cdots & 0 & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1\end{vmatrix}=1。$$

(3)

$$D=\begin{vmatrix}1 & a_1 & a_2 & \cdots & a_n\\ 1 & a_1+b_1 & a_2 & \cdots & a_n\\ 1 & a_1 & a_2+b_2 & \cdots & a_n\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 1 & a_1 & a_2 & \cdots & a_n+b_n\end{vmatrix}$$

**解**

$$D=\begin{vmatrix}1 & a_1 & a_2 & \cdots & a_n\\ 0 & b_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 0 & b_2 & \cdots & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_n\end{vmatrix}=b_1b_2\cdots b_n。$$

(4)
$$D=\begin{vmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a & b & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b \\ b & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix},$$

**解**
$$D=a\begin{vmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a & b & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix}+(-1)^{n+1}b\begin{vmatrix} b & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a & b & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a & b \end{vmatrix}$$
$$=a^n+(-1)^{n+1}b^n.$$

(5)
$$D=\begin{vmatrix} 0 & x & x & \cdots & x & x \\ x & 0 & x & \cdots & x & x \\ x & x & 0 & \cdots & x & x \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x & x & x & \cdots & x & 0 \end{vmatrix}$$

**解**
$$D=(n-1)x\begin{vmatrix} 1 & x & x & \cdots & x & x \\ 1 & 0 & x & \cdots & x & x \\ 1 & x & 0 & \cdots & x & x \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x & x & \cdots & x & 0 \end{vmatrix}$$
$$=(n-1)x\begin{vmatrix} 1 & x & x & \cdots & x & x \\ 0 & -x & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -x \end{vmatrix}$$
$$=(-1)^{n-1}(n-1)x^n.$$

(6)

$$D=\begin{vmatrix} a & b & \cdots & b \\ b & a & \cdots & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$$

**解**

$$D=[a+(n-1)b]\begin{vmatrix} 1 & b & \cdots & b \\ 1 & a & \cdots & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & b & \cdots & a \end{vmatrix}$$

$$=[a+(n-1)b]\begin{vmatrix} 1 & b & \cdots & b \\ 0 & a-b & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a-b \end{vmatrix}$$

$$=[a-(n-1)b](a-b)^{n-1}.$$

(7)

$$D=\begin{vmatrix} a & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & \cdots & 1 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & a \end{vmatrix}$$

**解**

$$D=\begin{vmatrix} a & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1-a & a-1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1-a & 0 & a-1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1-a & 0 & 0 & \cdots & 0 & a-1 \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} a+(n-1) & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & a-1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a-1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a-1 \end{vmatrix}$$