

H. 齐格勒 著

结构稳定性原理

H. 齐格勒 著

结构稳定性原理

● 任文敏 黎佑铭 译

王 正 张 维 校

0317

版社

高等教育出版社

结构稳定性原理

H. 齐格勒 著

任文敏 译
黎佑铭

王 正 校
张 维

高等教育出版社

(京) 112号

内 容 提 要

本书是齐格勒教授的又一名著。内容包括：引论，非陀螺保守系统，陀螺保守系统，耗散系统，循环系统，非定常系统。

本书综合了大量文献及作者的研究成果，高屋建瓴地把结构的静力和动力稳定性问题作了统一分类，并系统地阐述了解决各类问题的方法。本书不仅可作为研究生及高年级大学生教材，也是广大力学工作者必备的参考书之一。

Principles of Structural Stability, Second edition

Hans Ziegler

BIRKHAUSER VERLAGE BASEL UND STUTTGART, 1977

结构稳定性原理

H. 齐格勒 著

任文敏 译

黎佑铭

王 正 校

张 继

*

高等教育出版社出版

新华书店总店北京科技发行所发行

民族印刷厂印刷

*

开本850×1168 1/32 印张 5.25 字数 130 000

1992年5月第1版 1992年5月第1次印刷

印数0001—1 285

ISBN7-04-002971-5/TB·167

定价 3.50 元

中译本序

本书作者H. 齐格勒(Hans Ziegler, 1910—1985)是一位国际知名的力学权威,瑞士联邦高等工业学校(Swiss Federal Institute of Technology in Zürich)的教授。他一生中在一般力学、控制理论、稳定性理论和陀螺仪理论等方面都作出了重要贡献。该校以他和其他教授为核心形成的一个学派,对上述诸领域的发展颇有影响。他还先后受聘于联邦德国斯图加特工业大学、美国勃朗大学及麻省理工学院。

齐格勒教授著《力学》、《陀螺仪动力学》等两部著作曾在我国力学界广为流传和引用。《结构稳定性原理》是齐格勒教授的又一名著。作者在这本书中综合了大量文献及他自己的研究成果,高屋建瓴地把结构的静力和动力稳定性问题作了统一分类,并系统地阐述了解决各类问题的方法。由于作者有丰富的教学经验、渊博的工程知识和精辟的学术见解,所以能用简单的例子和不多的数学推演,深入浅出地阐明了稳定性问题的概念及解决问题的途径。该书确是一本具有很高学术价值的著作。因而本书不但可作为研究生及高年级大学生的教材,也是广大力学工作者深化物理概念必备的参考书之一。我希望本书的中译本能起到它应起的作用。

张 维

1988.1. 于清华大学

译 者 的 话

我们要感谢陆明万教授向译者推荐这本书，并提供了齐格勒教授亲赠的原版。张维教授、王正副教授认真细致地校阅了全部译文，使译文更加通畅和准确，对此表示深切谢意。

由于译者水平有限，译文难免还有不当之处，尚请广大读者不吝指正。

译 者

1988.1. 于清华大学

第 二 版 序

第二版实质上是第一版的重印本。仅改正了一些错印之处。

H. 齐格勒

苏黎世

1977 年 1 月

第 一 版 序

由于设计现代化的结构和机械需要减轻重量、节省材料，稳定性问题已变得越来越重要。解决这类问题的经典的工程途径一直都是默认结构是非陀螺的保守系统，也就是说对于这一特殊情形发展起来的方法得到了普遍采用。但是，最近几十年间，性质更为复杂的大量的稳定问题日益重要，因此有必要把各类问题同求解它们所用的方法联系起来加以研究。

这本小册子的主要目的在于阐明我们所要研究的各类系统，同为达到我们的研究目的所用的方法之间的相互关系，换句话说，我们主要关心的是如何正确选择解决问题的途径。很显然，按照这一思想，我们必须区分各种类型的问题或系统。与此同时，看来很不相同的一些问题之间的相似性和联系将会变得十分清楚，诸如柱子的屈曲、透平轴的临界转速以及飞机、控制机械或者电路的稳定性之间几乎没有多少差别。

尽管上述这种观点强调的是：结构稳定性问题是在物理学所有分支中，甚至在物理学以外的一个重要问题的特殊情况，但是本书的内容仍将限于研究机械或土木工程中的简单结构。本书的意图在于着重介绍稳定理论的近代发展，其重点放在各种方法的概念方面，而不是在数学的精确化。因此只要是允许的地方，我就毫不犹豫地采用线性(或者线性化的)问题为例来说明这些基本思路。进而，我把为有限自由度而严格建立起来的常规方法用于连续系统。我不打算对迄今已经解决了的许多问题作一个完整的描述。对于各种方法如何应用于更复杂的问题以及求解结果的汇集，读者可以参考优秀著作[5, 6, 7, 8, 33, 53, 54, 67]，这

些著作都是在铁木辛柯[66] (Timoshenko, S.P.) 提出该领域的最早综述之后出现的。

从读者方面来说, 只要求读者在微积分和初等力学方面具有坚实的基础。这本书是从作者在苏黎世联邦高等工业学校为高年级工科学生定期讲授的选修课的基础上发展而成的。这里所用的特殊方法基于 1953 年和 1956 年问世的两篇论文[84, 85]。从那时至今这段时间, 已经有可能改进这两篇文章中所包括的一些结果。其中有一些甚至已经收在较早的文献中了。主要的改进是: 目前的处理方法原则上既包括线性问题也包括非线性问题。

涉及稳定性的许多问题至今仍然未解决, 本书也许会使读者对这些问题产生兴趣, 这将有助于将来的进步。

我愿对 William Prager 博士以及我的合作者 Christoph Wehrli 博士、Rolf Zuber 先生以及 Hans Brauchli 先生表示感谢。他们提出了许多有价值的建议。我要特别感谢 Zuber 先生, 他极为谨慎细致地校核了手稿。我非常感谢在准备手稿时得到了苏黎世联邦高等工业学校 Daniel Jenny 基金会的支持。

H. 齐格勒

苏黎世

1966 年 6 月

目 录

第一章 引论	1
§ 1.1 一个简单问题	1
§ 1.2 经典方法	5
§ 1.3 临界状态的评论	16
§ 1.4 稳定性概念	24
§ 1.5 力与系统	27
§ 1.6 拉格朗日稳定性定理	35
§ 1.7 线性系统	40
§ 1.8 非线性系统	45
第二章 非陀螺保守系统	47
§ 2.1 概述	47
§ 2.2 剪力对屈曲的影响	52
§ 2.3 拉伸屈曲	55
§ 2.4 板的屈曲	59
§ 2.5 瑞雷原理	64
§ 2.6 里茨法与迦辽金法	67
§ 2.7 质量分布	71
第三章 陀螺保守系统	77
§ 3.1 概述	77
§ 3.2 临界角速度	80
§ 3.3 陀螺力矩的影响	86
§ 3.4 压缩的影响	91
第四章 耗散系统	95
§ 4.1 概述	95
§ 4.2 阻尼降低稳定性	97

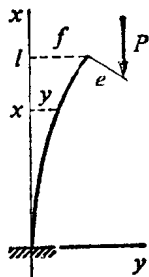
§ 4.3 Routh-Hurwitz 准则	101
§ 4.4 拖车的摆振	106
§ 4.5 关于约束的一个定理	109
第五章 循环系统	112
§ 5.1 概述	112
§ 5.2 切向载荷作用下的屈曲	116
§ 5.3 扭转屈曲	120
§ 5.4 保守扭转	127
§ 5.5 承载轴的临界转速	134
§ 5.6 颤振	138
第六章 非定常系统	142
§ 6.1 概述	142
§ 6.2 脉动压力	145
参考文献	150
索引	154

第一章 引 论

稳定问题不同于通常的结构问题,它有它的特殊性,为了确立其特殊性,让我们来看一个简单的例子。

§ 1.1 一个简单问题

图 1.1 表示一端固支另一端偏心加载的柱子。顺便说一下,在研究柱、杆、轴等问题时,除非另作说明,我们总是假设它们是棱柱(圆柱)形的、均匀的、弹性的以及服从虎克定律的。令 l 为柱长, $\alpha = EI$ 为它的抗弯刚度, e 为荷载的偏心率,而 f 为自由端的挠度。如果采用图 1.1 所示坐标系,并假设挠度曲线的斜率和 1



相比是小量,那么截面 x 处的弯矩是 $M = P(e + f - y)$,因此挠度曲线的(线性化的)微分方程是

$$\alpha y'' = P(e + f - y). \quad (1.1)$$

引入符号

$$\frac{P}{\alpha} = \kappa^2 > 0 \quad (1.2)$$

微分方程(1.1)变成

$$y'' + \kappa^2 y = \kappa(e + f). \quad (1.3)$$

由于柱的下端固支, f 为其上端(未知的)挠度,故边界条件是

$$y(0) = y'(0) = 0, \quad y(l) = f. \quad (1.4)$$

(1.3)的一般解为

$$y = A \cos \kappa x + B \sin \kappa x + e + f, \quad (1.5)$$

其中包含三个待定常数 A 、 B 和 f ，它们可以用边界条件(1.4)来确定。这样，我们便得到解

$$y = \frac{1 - \cos \kappa l}{\cos \kappa l} e \quad (1.6)$$

以及其端点挠度

$$f = \left(\frac{1}{\cos \kappa l} - 1 \right) e. \quad (1.7)$$

方程(1.6)已经展示了稳定性问题的一个典型特性。与 普通情况下结构理论所得到的结果相对比，它的挠度不再正比于载荷，这一点可用图 1.2 来说明。 i 表示横截面的惯性半径，对 不同的

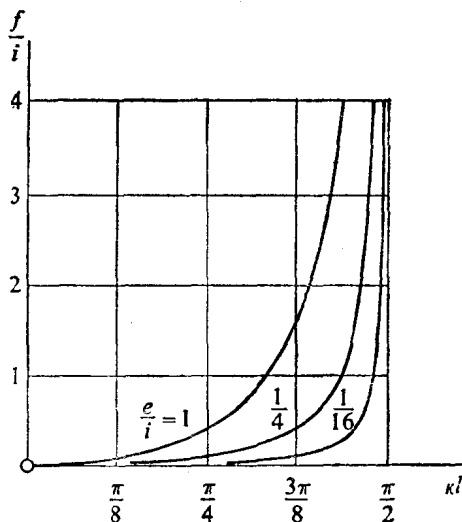


图 1.2 偏心受载柱的挠度

e/i 值图中画出了 f/i 与 $\kappa l = l\sqrt{P/\alpha}$ 的关系曲线。在假设挠度曲线的斜率是小量的基础上，尽管所用的关系已作了线性化处理，但仍然偏离比例关系。这种偏离可以这样来解释，即在建立弯矩

表达式时,必须考虑变形。在简单弯曲问题中这一点是不必要的,实际上,结构力学、弹性力学的绝大部分内容都是基于下列假设,即作用于未变形系统上的力满足平衡条件。这一假设对克希霍夫(Kirchhoff)的一般的唯一性定理[30]来说是至关重要的,而在稳定性问题中则必须予以摒弃。事实上,在许多情况下,我们会看到结构的变形将不是由载荷唯一地确定的。

图 1.2 中的曲线族在 $\kappa l = \frac{\pi}{2}$ 处具有一条公共的铅垂渐近线,也就是

$$P_1 = \alpha \kappa^2 = \frac{\pi^2 \alpha}{4l^2}. \quad (1.8)$$

其含意是,无论偏心 e 多么小,对于载荷的临界值(1.8)来说,杆的挠度变为无穷大。此外,由于不可能完全避免微小的偏心,所以这一结果对表面上是中心受压柱仍然适用。

实际上,早在挠度 f 增大到和杆长 l 可以比较之前,线性化的微分方程就已不再适用,因此,图 1.2 的一族曲线只是在水平轴附近才是可靠的。而且,早在荷载达到临界值(1.8)之前,大多数柱将偏离虎克定律的适用范围,甚至会破坏。

柱子破坏载荷随着偏心 e 的减少而趋近 P_1 。如果真的能使 e 做到精确地为零,那么 κl 轴上的 $0 \leq \kappa l \leq \frac{\pi}{2}$ 和渐近线就将代替图 1.2 中的曲线族。也就是对于 $P < P_1$ 的任意载荷,挠度为零,而对于临界载荷(1.8),挠度变为任意值。解的唯一性就会丧失,柱子便易于屈曲,至少在载荷有任意微小增加的趋势下是如此。

按照 §1.2 中所用的思路,对线性化问题作更为细致的研究表明,对于 $e=0$ 和 $P < P_1$ (图 1.3),柱的笔直的形状是一个稳定的平衡位形,这是指由微小的扰动引起的振动只局限于该平衡位置的邻近。对于 $P = P_1$,柱子出现无穷多个附加的弯曲平衡

位形（如中性平衡情形）。再则，对于 $P > P_1$ ，直的形状又是唯一的平衡位形，但它已成为不稳定的。任意微小的干扰，将导致挠度的迅速增加和柱子的破坏。因此很清楚，屈曲是一个稳定性问题。

欧拉(Euler)最早研究了柱子和压杆的屈曲[16]，他指出，如

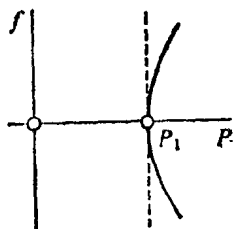


图 1.3 中心受载柱的平衡

果分析工作以挠度曲线的精确的微分方程为基础，那么在 P_1 处的竖直线应该用如图 1.3 所示的曲线来代替。

对于 $P > P_1$ ，该曲线代表稳定平衡状态，而 P 轴上的 $P > P_1$ 的点却相应于不稳定的平衡位置。在柔性杆的情形

下，相应于稳定平衡状态的挠度可以相当大。然而，对大多数结构中的压杆来说，其挠度还很小时就已失效。在此情况下， P_1 仍然可以被认为是临界载荷，也称为屈曲载荷。

习题

1. 图 1.4 所示为另一种类型的失稳问题。该结构由两根部部铰接的杆组成，并承受载荷，其初始斜度为 $\alpha = \arcsin h/l$ 。证明中间铰点的挠度 f 与载荷 P 之间的关系为

$$P = 2EF \frac{h-f}{l} [l(l^2 - 2hf + f^2)^{-\frac{1}{2}} - 1]. \quad (1.9)$$

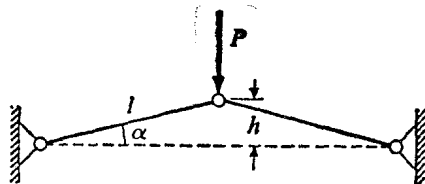


图 1.4 两铰接杆组成的承载结构

设 $h/l = 1/10$ ，试画出 f/l 与 $P/(2EF)$ 的关系图，并讨论该系统的稳定性。

§ 1.2 经典方法

如果端部条件变化, § 1.1 的屈曲问题有表 1.1 所示的五种不同类型。欧拉已证明屈曲载荷是

$$P_1 = k\pi^2 \frac{a}{l^2}, \quad (1.10)$$

表 1.1 (1.10) 中用的欧拉屈曲因子(欧拉未研究情况 2)

情况	1	2	3	4	5
约束					
k	4	1	0.25	2.046	1

这里所用的符号与 § 1.1 所定义的相同, 而 k 是列于表 1.1 底行的随问题类型而变化的数值因子。这个公式基于这样的假设: 作用在柱上端的载荷 P 在屈曲过程中, 其量值和方向都保持不变。§ 1.1 中研究过的问题就是表 1.1 中的情况 3。比较 (1.8) 与 (1.10), 即可断定 $k=1/4$ 。

解决稳定问题有好几种方法, 下面我们将通过线性化形式的欧拉屈曲情况 5 来讨论这些方法。为了展示基本思想, 让我们把实际问题和一个单自由度系统问题作一比较, 该问题是: 一质点 m

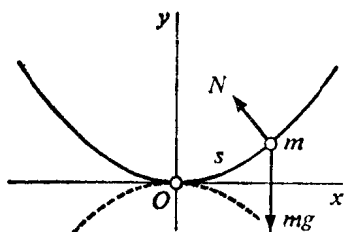


图 1.5 沿抛物线运动的质点

(图 1.5)在其自重 mg 作用下无摩擦地沿抛物线

$$y = \frac{1}{2}ax^2 \quad (1.11)$$

运动。按照 § 1.1 给出的基本定义,只要 $a > 0$,那么,唯一的平衡位置 O 是稳定的。对于 $a = 0$,它成为中性的,而对 $a < 0$,它是不稳定的。

力学系统决不会是完善无缺的,从这一点出发,我们可以假设抛物线绕原点略微转动一下(图 1.6),因而有(近似的)方程

$$y = \frac{1}{2}ax^2 - bx, \quad |b| \ll 1. \quad (1.12)$$

平衡位置已移到转动后的抛物线的最低点。因为

$$\frac{dy}{dx} = ax - b, \quad (1.13)$$

该点的横坐标为

$$x_0 = \frac{b}{a}. \quad (1.14)$$

无论选择多么小的 $b \neq 0$,对于 $a \rightarrow 0$,此值趋于无穷大。这一点对于完善系统(图 1.5)的平衡位置 O 的丧失稳定性来说是有代表性的。

刚才描述的方法正是我们在确定屈曲载荷(1.8)时所采用过的。为了用类似方法讨论情况 5, 让我们在柱的上端引进偏心作

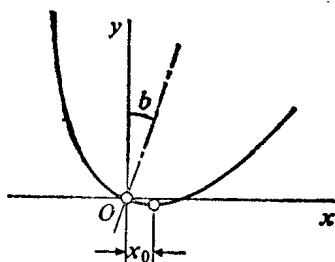


图 1.6 倾斜的抛物线

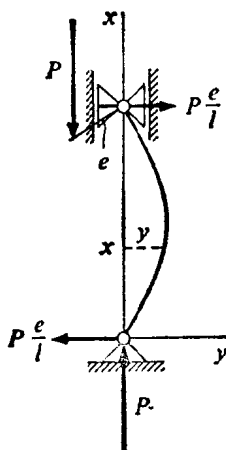


图 1.7 情况5中具有缺陷的柱

为一种不完善性。为维持平衡,有反力 P 和 $P e/l$, 如图 1.7 所示。挠度曲线服从微分方程

$$\alpha y'' = -P \left(y + \frac{e}{l} x \right) \quad (1.15)$$

和边界条件

$$y(0) = y(l) = 0. \quad (1.16)$$

若采用(1.2)的符号,则(1.15)取

$$y'' + \kappa^2 y = -\kappa^2 \frac{e}{l} x \quad (1.17)$$

的形式,其一般解为

$$y = A \cos \kappa x + B \sin \kappa x - \frac{e}{l} x. \quad (1.18)$$

考虑到边界条件(1.16),解变为

$$y = \left(\frac{\sin \kappa x}{\sin \kappa l} - \frac{x}{l} \right) e. \quad (1.19)$$

因为对于 $\kappa l \rightarrow \pi$, $y \rightarrow \infty$ ($0 < x < l$), 所以屈曲载荷为