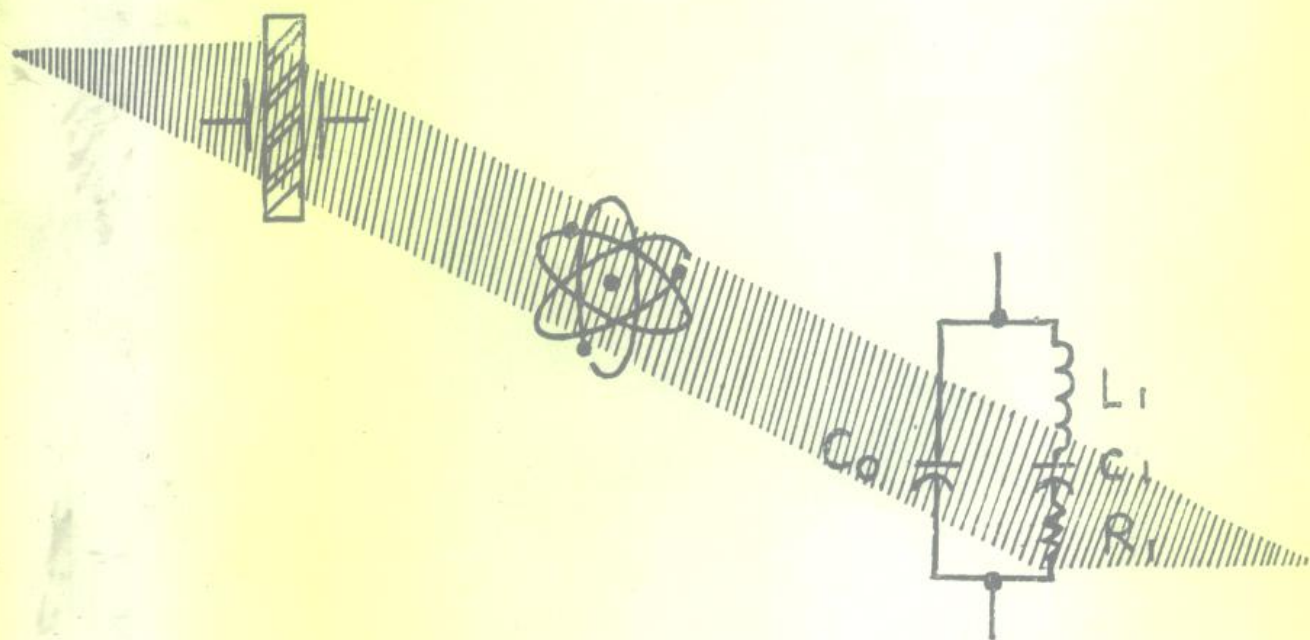


压电晶体及其应用

美国第30届频率控制年会论文选集

(一)

《压电晶体技术》编辑部 主编



上海科学技术文献出版社

242

压电晶体及其应用
美国第30届频率控制年会论文选集
(一)

《压电晶体技术》编辑部 主编

*

上海科学技术文献出版社出版
(上海高安路六弄一号)

新华书店上海发行所发行
上海商务印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/16 印张 14.5 字数 361,000

1979年7月第1版 1979年7月第1次印刷

印数: 1—16,400

书号: 15192·43 定价: 1.80 元

73.732PL
184

前 言

近几年来,频率控制和频率选择用的压电石英器件及其材料都有很大发展,产量不断增加,品种迅速扩大,精密度不断提高,并研制出不少新材料和新品种。美国每年召开一次频率控制年会,并出版了此会议的论文集,较系统地介绍了当前的一些新成果。

为了向从事压电石英谐振器、振荡器、滤波器和声表面波器件等方面工作的工程技术人员提供一些参考资料,遵照伟大领袖毛主席关于“洋为中用”的教导,我们先后翻译出版了美国第28、29届频率控制年会选集。本集选择、翻译了美国第30届频率控制年会的46篇文章,分两辑出版。内容着重介绍了压电晶体理论方面的研究;滤波器、振荡器和石英手表用的压电器件;新的压电材料特性和加工工艺;频率稳定度及其测量;以及原子和分子频率标准等方面的情况。

美国第28、29届频率控制年会选集出版时,我们采用了“石英晶体及其应用”书名。为了更确切地反映本选集的内容,现改用“压电晶体及其应用”。

参加这次译校工作的单位有:国营晨星无线电器材厂、国营北川无线电器件厂、天津实验工厂、上海科学技术情报研究所、邮电部第一研究所、一〇一〇所、一〇二七所、中国科学院上海硅酸盐所、三机部六一五所、上海天文台、山东大学物理系、第七机械工业部二院计量站、天津广播器材厂、邮电部五一九厂、国营第四三六〇厂、国营第九一四厂、上海仪表晶体元件厂等单位,并得到其它许多单位的同志大力支持和帮助,在此表示感谢。

由于我们水平有限,错误之处,望读者批评指正。

《压电晶体技术》编辑部

一九七八年九月

DT07/34
目 录

(一)

一、非线性应力/应变现象及谐振器的设计与测量

1. 加速度对晶体片谐振频率的影响 (1)
2. SC-切应力补偿石英谐振器的计算 (11)
3. 静应变对声表面波时延的影响 (17)
4. 人造 α -籽晶片的抗断裂性 (31)
5. 在高频石英谐振器中频率-温度特性和活力-温度特性的反常现象 (40)
6. 在基频和泛音工作的矩形AT切石英晶体的镀回频率、质量负载和电极尺寸间的关系 (49)
7. 在AT-切石英晶体上定矩形电极及电极阵列的尺寸 (67)
8. 平凸AT-切石英晶体谐振子振动位移的激光干涉仪测量 (81)
9. 石英和其它压电体中的特别畸变 (87)
10. 一种新型石英谐振器的设计 (95)
11. 石英谐振器基本噪声的研究 (102)
12. 采用电桥法测量石英晶体的参数 (111)
13. 音叉晶体的分析及其在电子手表中的应用 (123)
14. 32KHz 石英音叉的分析和实验研究 (133)
15. 压电晶体片高频振动的近似理论 (146)
16. 双凸圆形AT-切片的振动 (155)
17. 振动在耦合模式的一种小型4MHz 矩形平片石英谐振器的特性 (162)
18. 小型AT-切圆型石英谐振器 (170)

二、谐振器加工方法

19. 直接镀膜到标称频率——一种严密控制晶体参数的有用的制造方法 (177)
20. 精密石英晶体的陶瓷扁平外壳封装件 (190)
21. 喷嘴射束型金属蒸发源的设计 (199)
22. 密封器件检漏方法的评价 (205)
23. 调整铝电极石英谐振器频率的新方法 (209)
24. 抛光晶体片的表面层 (215)
25. 一种校准角度的方法 (220)
26. 焊接对AT-切型谐振器频率温度特性的影响 (226)

1. 加速度对晶体片谐振频率的影响

P. C. Y. Lee 和 Kuang-Ming Wu

[摘要] 本文研究了圆形晶体片受到任意方向的稳定的同平面加速度时, 其厚度切变谐振频率的变化。

对于具有三点或多点固定的圆形晶体片, 本文得到一个存在加速度时的周密形式的解。根据这个解, 对晶体片上每点的初始应力和应变场进行了计算, 初始应力和应变场都是晶体片方向、加速度方向和支撑位置的函数。然后, 通过晶体的二阶和三阶弹性刚度系数, 把这些场考虑在厚度切变和弯曲振动的有关增量方程里。

由于初始场的空间独立性或非均匀性, 又由于频率变化很小($4f/f_0$ 在 10^{-9} 数量级), 所以用扰动法计算厚度切变谐振频率变化。对 AT 切型石英而言, 所料想的频率变化是作为加速度方向和支撑位置的函数来进行计算的。然后, 与 A. W. Warner 和 W. L. Smith 的实验值进行比较。

引 言

本文是有关晶体谐振器的晶体片对外力的频率与灵敏度关系的一系列研究中的第三篇。在第一篇文章^[1]中, 对于由静止的初始应力所致的、迭加在有限的弹性形变上的小幅度振动或波动推导出一个由六个二维方程构成的方程组, 该方程组适应于弯曲、伸缩、面切变、厚度切变以及厚度扭曲等振动模式的联系。在这些方程中, 包括了与应力应变关系中的三阶弹性刚度有关的非线性项。然后, 文章对受了一对径向力的圆形旋转 Y 切型石英厚度切变模式的基频频率变化进行了研究, 并且与已有的各种实验数据进行了比较^[2~5]。在第二篇文章^[6]中, 对圆形石英片振动方面初始弯曲的非线性影响进行了研究。靠近边缘处, 片子弯曲得象个悬臂, 而且片子在正对着支撑物的点受到一个横向的集中的力。在获得由弯曲所引起的初始场时, 曾假定各应变分量均很小, 但是由于在应变与位移的关系中保留了它们的平方项, 所以允许挠曲变化率和片子旋转角都可以大一些。文章曾将估计值与 Mingins、Barcus 和 Perry 等人测得的数值进行比较^[3]。在这两种情况下, 在应变的零次项和一次项中, 通过二次和三次弹性刚度系数, 得到了估计频率变化用的明确公式。

本文在研究加速度对厚度切变谐振频率变化的影响时, 采用了文献 1 推导出来的有关的厚度切变和弯曲振动的运动方程。有关加速度各种影响的实验研究是由 A. W. Warner^[7]、W. L. Smith^[8] 以及 M. Valdois、J. J. Gagnepain 和 J. Besson^[9] 进行的。

在同平面加速度作用下的圆形晶体片

半径为 R 的一个圆形晶体片在 X 、 Y 、 Z 直角坐标系中以 XZ 平面作为中性面。晶体

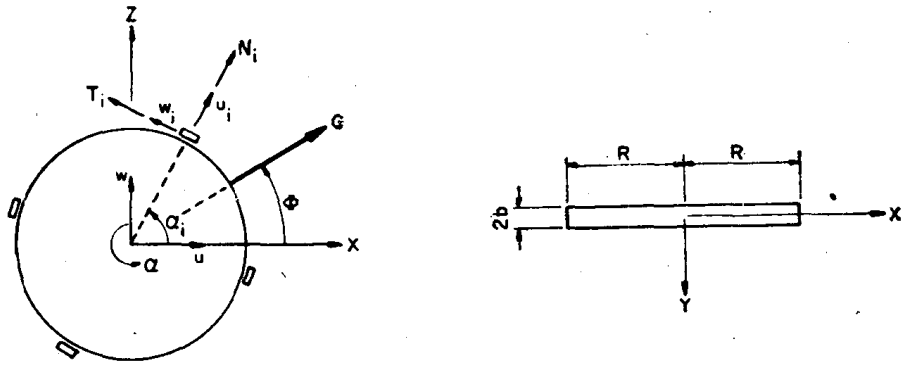


图1 在“体”力 G 作用下的圆形晶体片

片被若干与其边缘接触的金属条支撑着。对于 n 个支撑而言，它们的位置记作角 α_i , $i=1, 2, \dots, n$ (见图1)。晶体片受到一个稳定的同平面的“体”力 G 作用，其方向与 x 轴成 ϕ 角。这个问题分两步分析。在这一节中，确定由于加速度而产生的初始场。然后在下一节研究迭加在初始场上的小振动。

力和力矩平衡

令 N_i 和 T_i 分别表示从支撑点 α_i 处加到晶体片上的力的法向分量和切向分量(见图1)。为了在“体”力 G (作用在单位体积上的力)作用时晶体片平衡，我们要求

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ G2b\pi R^2 \cos \phi + \sum_{i=1}^n N_i \cos \alpha_i - \sum_{i=1}^n T_i \sin \alpha_i &= 0 \\ \sum F_z &= 0 \\ G2b\pi R^2 \sin \phi + \sum_{i=1}^n N_i \sin \alpha_i + \sum_{i=1}^n T_i \cos \alpha_i &= 0 \\ \sum M_y &= 0 \\ \sum_{i=1}^n T_i &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

力和位移的关系

令 U_i 和 W_i 分别表示支撑点 α_i 处位移的法向分量和切向分量。假设每个金属条的响应能用端头受有力 N_i 和 T_i 作用的悬臂梁来表示。对于长为 l 、矩形横截面积为 $h_1 \times h_2$ 的金属条而言，力和位移的关系为

$$N_i = -KI_1 U_i, \quad T_i = -KI_2 W_i \quad (2)$$

其中 $K = 3E/l^3$, $I_1 = h_2 h_1^3/12$, $I_2 = h_1 h_2^3/12$ 。

我们注意。 $\gamma \equiv I_1/I_2 = h_1^2/h_2^2 \ll 1$ 。

支撑位移的一致性

令 U 和 W 分别为刚体沿 X 方向和 Z 方向的位移，而 α 是刚体绕晶体片 Y 轴旋转角。假设晶体片内任何一对质点之间，由于初始“体”力而产生的相对位移比刚体平移 U 和 W 小。那么，沿各支撑点位移的一致性关系为

$$\begin{aligned} U_i &= U \cos \alpha_i + W \sin \alpha_i \\ W_i &= -U \sin \alpha_i + W \cos \alpha_i + R\alpha \end{aligned} \quad (3)$$

因而，我们从方程(1)~(3)得到了一个 $(4 \times n + 3)$ 方程组， U_i 、 W_i 、 N_i 、 T_i 、 U 、 W 、 α 是 $(4 \times n$

+3)方程组的未知数。将(3)代入(2),再代入(1),可以将它减少成一个由 U 、 W 和 α 表示的只包括三个方程的方程组,如下:

$$\begin{bmatrix} -\gamma \sum C_i^2 - \sum S_i^2 & -(1-\gamma) \sum S_i C_i & \sum S_i \\ (1-\gamma) \sum S_i C_i & -\gamma \sum S_i^2 - \sum C_i^2 & -\sum C_i \\ -\sum C_i & \sum S_i & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ W \\ R_\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{G} \cos \\ -\bar{G} \sin \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中

$$\bar{G} = \frac{2b\pi R^2}{K I_2} G, \quad S_i = \sin \alpha_i, \quad C_i = \cos \alpha_i.$$

一旦从(4)式求出 U 、 W 和 α , 我们就能根据(3)式计算出支撑位移、根据(2)式计算出支撑力。

初始应力场

对于受到“体”力 G 和边力 N_i 和 T_i 作用的各项同性圆形晶体片而言, 根据 Michell 关于平面应力弹性理论解法可以得到正确的解。 $P(X, Z)$ 点应力的各垂直分量为

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sum_{i=1}^n \left(\sigma_{xi} - \frac{N_i}{4\pi b R} \right) - \frac{1}{2} G_x X + \frac{1}{2} G_z Z \\ \sigma_z &= \sum_{i=1}^n \left(\sigma_{zi} - \frac{N_i}{4\pi b R} \right) + \frac{1}{2} G_x X - \frac{1}{2} G_z Z \\ \tau_{xz} &= \sum_{i=1}^n T_{xi} - \frac{1}{2} G_x Z - \frac{1}{2} G_z X \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$G_x = G \cos \phi, \quad G_z = G \sin \phi.$$

σ_{γ_i} 是当 $A_i(X_i, Z_i)$ 点上加了 N_i 和 T_i 两个力时 $P(X, Z)$ 点的法向应力。该法向应力作用在 $\overline{PA_i}$ 方向或沿着 γ_i (见图2), 且

$$\sigma_{\gamma_i} = \frac{1}{\pi b \gamma_i} (N_i \cos \theta_i + T_i \sin \theta_i) \quad (6)$$

或者它的各垂直分量为

$$\begin{aligned} \sigma_{xi} &= \sigma_{\gamma_i} \cos^2 \beta_i \\ \sigma_{zi} &= \sigma_{\gamma_i} \sin^2 \beta_i \\ \tau_{xzi} &= \sigma_{\gamma_i} \sin \beta_i \cos \beta_i \end{aligned} \quad (6)'$$

一旦给定 A_i 点和 P 点的位置或者给定 α_i 、 X_i 、 Z_i 、 X 和 Z , 由几何关系可以得到上面各方程中的其它量, 如下:

$$\cos \theta_i = \frac{1}{\gamma_i R} (R^2 - Z_i Z - X_i X)$$

$$\sin \theta_i = \frac{1}{\gamma_i R} (Z_i X - X_i Z)$$

$$\gamma_i^2 = (X - X_i)^2 + (Z - Z_i)^2 \quad (7)$$

$$\beta_i = (\alpha_i + \theta_i) \pm 2m\pi$$

其中当 $0 \leq \beta_i \leq \pi$ 时 m 是整数。

初始应变场

由于所加力的对称、晶体片本身对 XZ 平面对称, 我们把 $U_1^{(0)}$ 、 $U_3^{(0)}$ 和 $U_2^{(1)}$ 取作非零初始位移分量。然后, 根据文献1中初始应变和位移关系的直线化方程(53), 我们得到

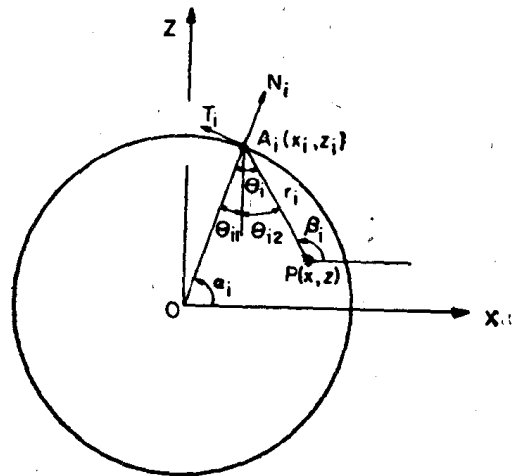


图2 α_i 、 β_i 、 θ_i 和 γ_i 间的几何关系

$$\begin{aligned}
E_1^{(0)} &= U_{1,1}^{(0)} \\
E_2^{(0)} &= U_2^{(1)} \\
E_3^{(0)} &= U_{3,3}^{(0)} \\
2E_5^{(0)} &= U_{1,3}^{(0)} = U_{3,1}^{(0)}
\end{aligned} \tag{8}$$

(8)的最后一个关系式是假设与初始形变有关的同平面内的转动可以忽略,即

$$(U_{1,3}^{(0)} + U_{3,1}^{(0)})/2 = 0$$

上面各应变分量可以根据文献 1 中初始应力与应变关系方程(49)进行计算

$$T_p^{(0)} = 2b C_{pq} E_q^{(0)} \tag{9}$$

其中 $T_p^{(0)}$ 与根据下列各关系式由(5)得到的初始应力各分量有关。

$$\begin{aligned}
T_1^{(0)} &= 2b \sigma_x \\
T_3^{(0)} &= 2b \sigma_z \\
T_{13}^{(0)} &= 2b \tau_{xz}
\end{aligned} \tag{10}$$

对于具有四个支撑点的圆形晶体片,其初始应力场可以由(5)进行计算。有两个支撑点沿着 x_1 轴,另外两个支撑点沿着 x_3 轴。晶体片在 $-x_1$ 轴方向受到一个“体”力 $G=15g$ 。应力沿 x_1 方向的、与 x_1, x_3 成 45° 方向的、与 x_3 成 9° 方向各径向分量的分布情况分别示于图 3~图 6。由于与按(2)式计算出的数值静等效、且在支撑面上分布情况相同的那些力的作用而形成的应力,也能加以计算,且如图 5~图 6 的虚线所示。通过比较表明,在电极中心区这种差别不重要,但是在晶体片的边缘附近差别才较为显著。

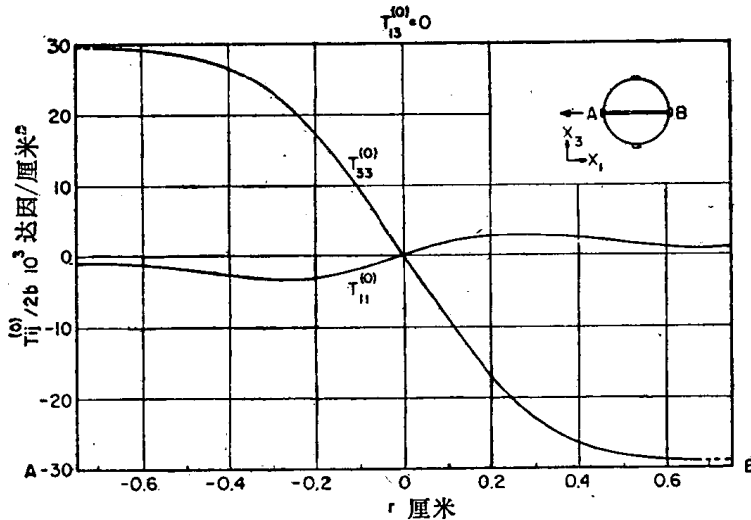


图 3 一个在 $-x_1$ 方向受到“体”力作用的圆形晶体片。应力沿直径 $\overline{AB}$ (在 x_1 方向) 分布

厚度切变和弯曲振动增量

对于在厚度切变频率附近振动的旋转 Y 切型石英而言, 位移增量中主要分量是 $U_1^{(1)}$, 它同 $U_2^{(0)}$ 有联系。根据文献 1 中方程(55), 可以得出厚度切变和弯曲模式的有关运动方程, 以(8)和(9)的 $U_i^{(0)}$ 、 $E_p^{(0)}$ 和 $T_p^{(0)}$ 为未知函数, 如下:

$$-\frac{\partial}{\partial x_1} [(1 + U_2^{(0)}) t_6^{(0)} + U_{2,1}^{(0)} t_1^{(1)} + U_{2,3}^{(1)} t_5^{(1)} + T_1^{(0)} U_{2,1}^{(0)}]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial}{\partial x_3} [(1+U_2^{(1)})t_4^{(0)} + U_{2,1}^{(1)}t_5^{(1)} + U_{2,3}^{(1)}t_3^{(1)} + T_5^{(0)}U_{2,1}^{(0)}] = 2b\rho\ddot{U}_2^{(0)} \\
& \frac{\partial}{\partial x_1} [(1+U_{1,1}^{(0)})t_1^{(1)} + U_{1,3}^{(0)}t_5^{(1)}] + \frac{\partial}{\partial x_3} [(1+U_{1,1}^{(0)})t_5^{(1)} + U_{1,3}^{(0)}t_3^{(1)}] \\
& - [(1+U_{1,1}^{(0)})t_6^{(0)} + U_{1,3}^{(0)}t_4^{(0)} + T_2^{(0)}U_1^{(1)}] = \frac{2}{3}\rho b^3\ddot{U}_1^{(1)}
\end{aligned} \quad (11)$$

其中, 文献 1 中应力与应变增量关系方程(50)是

$$\begin{aligned}
t_p^{(0)} &= 2b(C_{pq} + C_{pqr}E_r^{(0)})K_{(p)}K_{(q)}\eta_q^{(0)} \\
t_p^{(1)} &= \frac{2}{3}b^3(C_{pq} + C_{pqr}E_r^{(0)})\eta_q^{(1)}
\end{aligned} \quad (12)$$

而文献 1 中应变与位移增量关系方程(53)是

$$\begin{aligned}
\eta_4^{(0)} &= U_{1,3}^{(0)}U_1^{(1)} \\
\eta_6^{(0)} &= (1+U_2^{(1)})U_{2,1}^{(0)} + (1+U_{1,1}^{(0)})U_1^{(1)} \\
\eta_1^{(1)} &= U_{2,1}^{(1)}U_{2,1}^{(0)} + (1+U_{1,1}^{(0)})U_{1,1}^{(1)} \\
\eta_5^{(1)} &= U_{2,3}^{(1)}U_{2,1}^{(0)} + U_{1,3}^{(0)}U_{1,1}^{(1)}
\end{aligned} \quad (13)$$

将(13)代入(12), 然后再代入(11), 则可以得出 $U_1^{(1)}(x_1, t)$ 和 $U_2^{(0)}(x_1, t)$ 的位移运动方程。利用无量纲变量

$$\begin{aligned}
\phi &= U_1^{(1)} \\
U &= U_2^{(0)}/b
\end{aligned} \quad (14)$$

得到的方程是

$$\begin{aligned}
\bar{T}_1\partial_{11}\phi + \bar{T}_2\partial_1\phi + \bar{T}_3\phi + \bar{T}_4\partial_{11}U + \bar{T}_5\partial_1U &= -\Omega^2\phi \\
\bar{F}_1\partial_{11}\phi + \bar{F}_2\partial_1\phi + \bar{F}_3\phi + \bar{F}_4\partial_{11}U + \bar{F}_5\partial_1U &= -3\Omega^2U
\end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\bar{T}_i$ 和 $\bar{F}_i$ 是初始场及材料常数 C_{pq} 和 C_{pqr} 的函数。有关初始场的这些函数的空间关系使得(15)很难求出精确的解。仔细研究这些函数表明, 每个函数都可以分成两部分, 即

$$\begin{aligned}
\bar{T}_i &= T_i + t_i \\
\bar{F}_i &= F_i + f_i
\end{aligned} \quad (16)$$

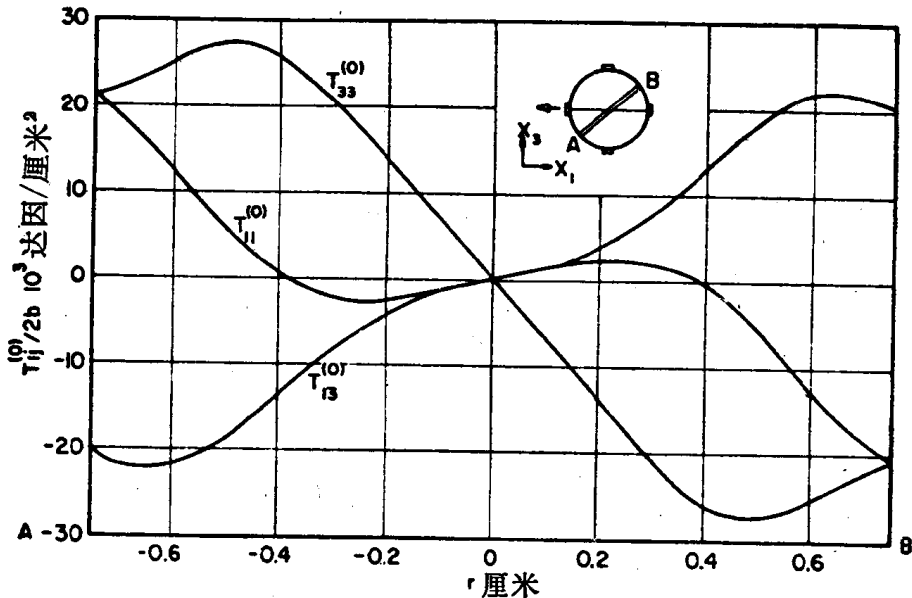


图 4 一个在 $-x_1$ 方向受到“体”力作用的圆形晶片。应力沿直径 $\overline{AB}$ (与 x_1 轴成 45°) 分布

其中 T_i 、 F_i 是没有初始应力的组合振动, 只与材料性质有关, 而 t_i 、 f_i 受初始场影响, 并且是空间关系。这些函数的表达式如下:

$$\begin{aligned}
\bar{T}_1 &= \frac{b^2}{3K_1^2 C_{66}} [(1+2U_{1,1}^{(0)})C_{11}^{(0)} + 2U_{1,3}^{(0)}C_{15}^{(0)}] \\
\bar{T}_2 &= \frac{b^2}{3K_1^2 C_{66}} [2U_{1,11}^{(0)}C_{11}^{(0)} + U_{1,33}^{(0)}(C_{13}^{(0)} + C_{55}^{(0)}) + 4U_{1,13}^{(0)}C_{13}^{(0)} \\
&\quad + (1+2U_{1,1}^{(0)})C_{11\gamma}E_{\gamma,1}^{(0)} + 4U_{1,3}^{(0)}C_{15\gamma}E_{\gamma,1}^{(0)} + U_{1,3}^{(0)}(C_{13\gamma} + C_{55\gamma})E_{\gamma,3}^{(0)}] \\
\bar{T}_3 &= \frac{1}{C_{66}} [(1+2U_{1,1}^{(0)})C_{66}^{(0)} + 2U_{1,3}^{(0)}C_{64}^{(0)}] \\
\bar{T}_4 &= \frac{b^3}{3K_1^2 C_{66}} (U_{2,1}^{(1)}C_{11}^{(0)} + U_{2,3}^{(1)}C_{15}^{(0)}) \\
\bar{T}_5 &= \frac{b^3}{3K_1^2 C_{66}} [U_{2,11}^{(1)}C_{11}^{(0)} + 2U_{2,13}^{(1)}C_{15}^{(0)} + U_{2,33}^{(1)}C_{55}^{(0)} + U_{2,1}^{(1)}(C_{11\gamma}E_{\gamma,1}^{(0)} + C_{15\gamma}E_{\gamma,3}^{(0)}) \\
&\quad + U_{2,3}^{(1)}(C_{51\gamma}E_{\gamma,1}^{(0)} + C_{55\gamma}E_{\gamma,3}^{(0)})] - \frac{b}{C_{66}} [(1+U_2^{(1)} + U_{1,1}^{(0)})C_{66}^{(0)} + U_{1,3}^{(0)}C_{64}^{(0)}] \quad (17) \\
\bar{F}_1 &= \frac{b^3}{3K_1^2 C_{66}} (U_{2,1}^{(1)}C_{11}^{(0)} + U_{2,3}^{(1)}C_{15}^{(0)}) \\
\bar{F}_2 &= \frac{b^3}{3K_1^2 C_{66}} [U_{2,11}^{(1)}C_{11}^{(0)} + 2U_{2,13}^{(1)}C_{15}^{(0)} + U_{2,33}^{(1)}C_{13}^{(0)} + U_{2,1}^{(1)}(C_{11\gamma}E_{\gamma,1}^{(0)} + C_{15\gamma}E_{\gamma,3}^{(0)}) \\
&\quad + U_{2,3}^{(1)}(C_{15\gamma}E_{\gamma,1}^{(0)} + C_{13\gamma}E_{\gamma,3}^{(0)})] + \frac{b}{C_{66}} [(1+U_2^{(1)} + U_{1,1}^{(0)})C_{66}^{(0)} + U_{1,3}^{(0)}C_{64}^{(0)}] \\
\bar{F}_3 &= \frac{b}{C_{66}} [(U_{2,1}^{(1)} + U_{1,11}^{(0)})C_{66}^{(0)} + (U_{2,3}^{(1)} + 2U_{1,13}^{(0)})C_{64}^{(0)} + U_{1,33}^{(0)}C_{44}^{(0)} \\
&\quad + U_{1,3}^{(0)}C_{64\gamma}E_{\gamma,1}^{(0)} + U_{2,1}^{(1)}C_{64\gamma}E_{\gamma,3}^{(0)} + (1+U_2^{(1)} + U_{1,1}^{(0)})C_{66\gamma}E_{\gamma,1}^{(0)}] \\
\bar{F}_4 &= \frac{b^2}{2K_1^2 C_{66}} [3K_1^2(1+2U_2^{(1)})C_{66}^{(0)} + 3T_1^{(0)}/2b] \\
\bar{F}_5 &= \frac{b}{2K_1^2 C_{66}} (T_{1,1}^{(0)} + T_{5,3}^{(0)}) + \frac{b^2}{C_{66}} [2U_{2,1}^{(1)}C_{66}^{(0)} + 2U_{2,3}^{(1)}C_{64}^{(0)} \\
&\quad + (1+2U_2^{(1)})(C_{66\gamma}E_{\gamma,1}^{(0)} + C_{64\gamma}E_{\gamma,3}^{(0)})] \quad (18)
\end{aligned}$$

其中

$$C_{pq}^{(0)} = C_{pq} + C_{pqr}E_r^{(0)} \quad (19)$$

令(17)和(18)中的初始场为零, 则我们得到

$$\begin{aligned}
T_1 &= \frac{b^2 C_{11}}{3K_1^2 C_{66}} \\
T_3 &= -1 \\
T_5 &= -b \\
F_2 &= b \\
F_4 &= b^2
\end{aligned} \quad (20)$$

而

$$T_2 = T_4 = F_1 = F_3 = F_5 = 0。$$

可以看出, 当没有初始应力时, (15)化为厚度切变和弯曲振动的耦合方程⁽¹²⁾。对于自由振动问题, 可以把(15)写成下面的矩阵形式。

$$LV = \lambda V \quad (21)$$

其中 L 是线性微分算符, 它可以分成两部分, 如下:

$$L = L_0 + Q_0 \quad (22)$$

其中

$$L_0 = \begin{bmatrix} T_1 \partial_{11} + T_3 & T_5 \partial_1 \\ \frac{1}{3} F_2 \partial_1 & \frac{1}{3} F_4 \partial_{11} \end{bmatrix}$$

$$Q_0 = \begin{bmatrix} t_1 \partial_{11} + t_2 \partial_1 + t_3 & t_4 \partial_{11} + t_5 \partial_1 \\ \frac{1}{3} (f_1 \partial_{11} + f_2 \partial_1 + f_3) & \frac{1}{3} (f_4 \partial_{11} + f_5 \partial_1) \end{bmatrix} \quad (23)$$

在(21)中, V 是矢量形式的位移, 它与无量纲频率 Ω 关系如下:

$$V = \begin{bmatrix} \phi \\ u \end{bmatrix}$$

$$\lambda = -\Omega^2 = -(\omega/\omega_1)^2 \quad (24)$$

其中 $\omega_1 = [3K^2 C_{66}/\rho b^3]^{1/2}$, 是在无穷大的平面上没有初始应力时厚度切变的下限截止频率。我们注意, L_0 是与没有初始应力的运动有关的算符部分, 而 Q 是包括所有初始场效应的算符部分。由于 t_i 和 f_i 分别比 T_i 和 F_i 的数值小几个数量级, 所以最好采用扰动法来得到由于加速度所引起的频率变化。

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda^{(1)} \quad (25)$$

$$V = V_0 + V^{(1)}$$

其中 V_0 和 λ_0 满足

$$L_0 V_0 = \lambda_0 V_0 \quad (26)$$

(26) 是没有初始应力时厚度切变和弯曲振动的运动方程。它的解的形式和色散关系可以根据文献 12 中的方程式(20)、(22)和(24)得到。我们进一步利用牵引-自由边界条件: 在 $X_1 = \pm R$ 时

$$t_{21}^{(0)} = t_{11}^{(0)} = 0 \quad (\text{文献 1 方程(60)})$$

$$\partial_1 u + \phi = 0$$

$$\partial_1 \phi = 0 \quad (27)$$

和归一化

$$\int_A V_0 \cdot V_0 dA = 1 \quad (28)$$

基频厚度切变模式谐振频率的变化是

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{\Omega - \Omega_0}{\Omega_0} = \frac{1}{2} \frac{\int_A V_0 \cdot Q \cdot V_0 dA}{\lambda_0} = F(\theta, \phi, \alpha_i, R/b) \quad (29)$$

我们看出, 频率变化是晶体片方位角 θ 、“体”力方位角 ϕ 、支撑位置 α_i 以及晶体片厚度与半径之比 R/b 的函数。

对圆形 AT 切型石英晶体片计算了它的频率变化, 其直径 $2R = 15 \text{ mm}$, 厚度 $2b = 1.69 \text{ mm}$ 。晶体片受到加速度 $G = 15g = 14700 \text{ cm/秒}^2$ 的作用, 该晶体片被四个镍条支撑着, 每个镍条长度 $l = 6.35 \text{ mm}$ 、矩形截面 $h_1 = 0.076 \text{ mm}$ 、 $h_2 = 1.270 \text{ mm}$ 。镍的杨氏模量 $E = 4.82 \times 10^8 \text{ 达因/cm}^2$ 。利用 Bechman 的二次弹性系数值和 Thurston、Miskimin 以及 Andreath 的三次系数值, 对三种不同的支撑结构形式下的频率变化 $\Delta f/f_0$ (它们是方位角 ϕ 的函数)

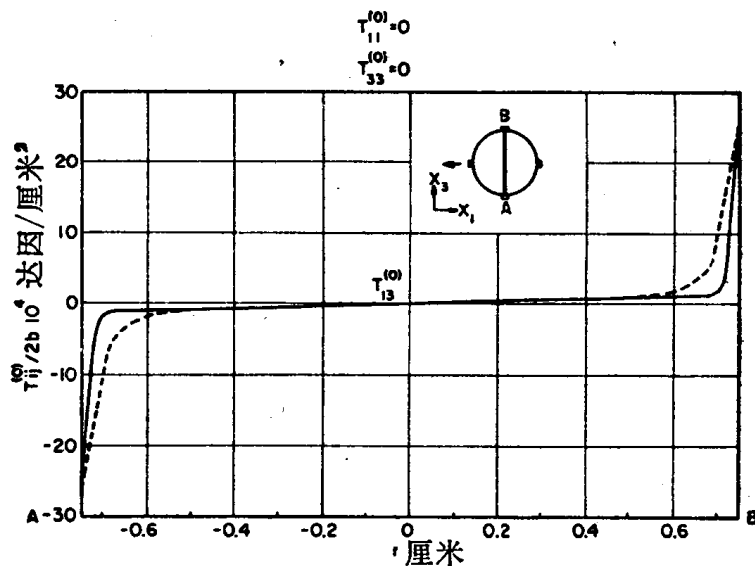


图5 一个在 $-x_1$ 方向受到“体”力作用的圆形晶体片。应力沿直径 $\overline{AB}$ (x_3 方向)分布

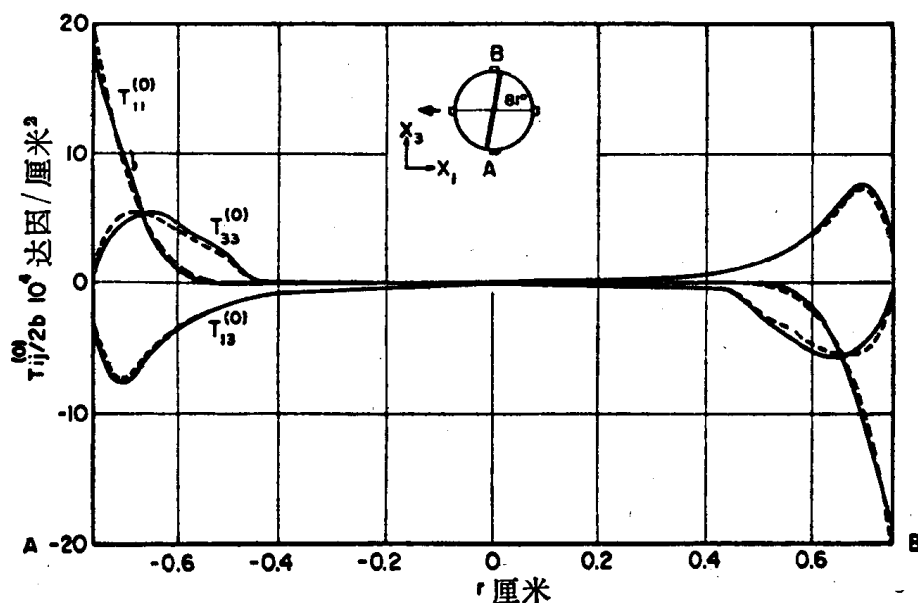


图6 一个在 $-x$ 方向受到“体”力作用的圆形晶体片。应力沿直径 $\overline{AB}$ (与 x_1 轴成 81°)分布

进行了估计。估计出的这些结果示于图7~图9, 并同 Warner 和 Smith 测出的数值进行比较。从图7和图8可以看出, 不论是在数值方面还是在变化规律方面, $\Delta f/f_0$ 的估计值和测量值都是很一致的。有两个晶体片, 在装架结构形式上与图7、图8所示的稍有不同, 对于这种情况, 在图9中, 测量值与估计值(实线)很不相同, 而且一般性质也不同。在现有的有关不同方向加速度的 $\Delta f/f_0$ 的实验值中, 以 $-x_3$ 轴代替 $+x_3$ 轴作为参考轴, 好象是可能的。如果是这种情况, 那么所有的数据都应该在横坐标上平移 180° 。图9中的点线就是平移 180° 后的计算值, 以便比较。可以看出, 一致性很好。当研究这个结果时, 我们要记住, 为了得到数学解答已经作了简化。假设晶体片厚度均匀, 并且以基频厚度切变模式的频率振动。用来作实验的实际晶体片都是双突形的, 并且被激励在厚度切变模式的五次泛音频率上。

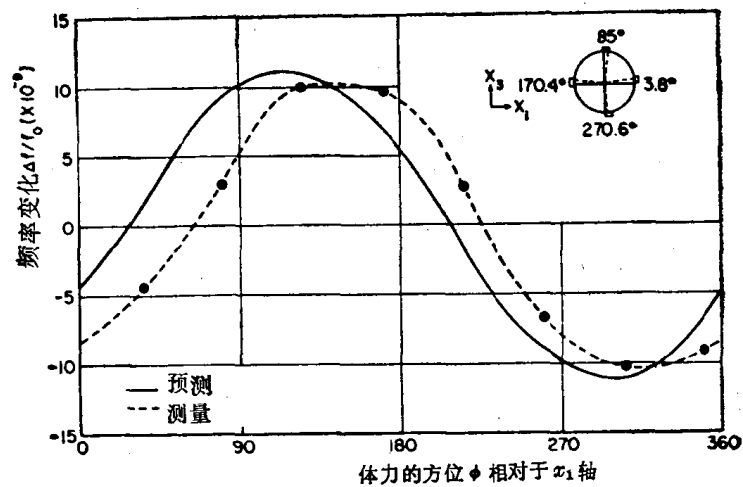


图7 AT切型晶片频率变化 $\Delta f/f_0$ 是“体”力方位角的函数

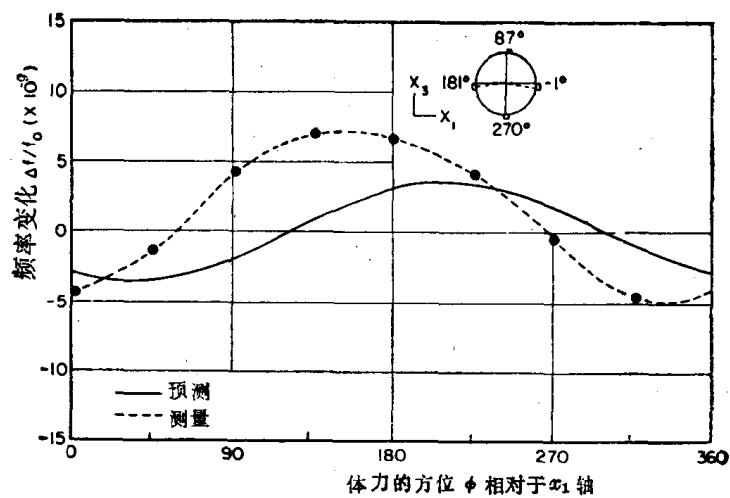


图8 AT切型晶片, 频率变化 $\Delta f/f_0$ 是“体”力方位角 ϕ 的函数

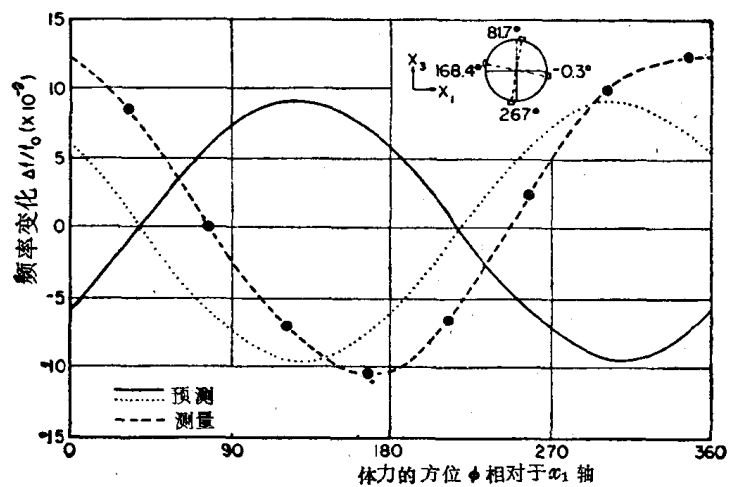


图9 AT切型晶片, 频率变化 $\Delta f/f_0$ 是“体”力方位角的函数

只要一给定分析解的精度, 谐振频率的加速度灵敏性就可以作为各种影响因素的函数加以系统地计算, 这些影响因素包括: 加速度 G 的方位角 ϕ 和 G 的大小、谐振器晶体片的几何尺寸 R/b 、支撑位置 α 、晶体片的方位角 θ 以及材料的各种线性和非线性系数。

参 考 文 献 (略)

2. SC-切应力补偿石英谐振器的计算*

[摘要] 本文对双转角 SC-切石英晶体进行了理论计算。这种谐振器的谐振频率不受静态机械应力偏置三次弹性常数效应的影响。计算表明: 应力补偿可在制作过程中进行与温度补偿无关的独立调整。研究了可得应力补偿所要求的角度容限。理论结果与最近发表的热冲击测量是一致的。本文所提供的 SC-切型与 AT-切型的一般公式可以用来简单地计算由于任何静态机械应力偏置引起的频率漂移。

引 言

SC-切型已在二十九届频率控制年会中介绍过。这种双转角石英谐振器属于 (y_{xw1}) , ϕ , θ 厚度切变模式族。它是一种温度补偿晶体, 而且频率不受晶片平面中静态机械应力偏置三次弹性系数效应是极为重要的, 实际上, 机械应力偏置随时间的变化被认为是长期频率漂移的一个原因。

为了有助于这种具有潜力的晶体的制作及实验研究, 本文提供了对 SC-切型的计算。电极中静态机械应力的频率漂移系数(称作应力系数)表示为 ϕ , θ 平面上的等值线。并定量地讨论了 ϕ 和 θ 角的误差与应力系数的关系。发现当切角在 SC-切附近时应力系数仅取决于 ϕ , 而一次温度系数则完全取决于 θ , 这些事实使 SC-切割更易研究和制作。

总之, 通过 ϕ 和 θ 给出了 SC-切割的三次弹性常数效应的定量表示式, 用此公式可计算 SC-切中任何机械应力偏置对谐振频率的影响。对 AT-切型也提供了相同的一般表达式, 从而, 可在今后的工作中鉴别 SC-切与 AT-切的优劣关系。

最后, 对 Holled 提出的 TS 切(热冲击补偿)和 SC-切的相似性进行了讨论。对最近热冲击补偿石英谐振器实验探索的结果可用目前的计算进行定量地解释。这种比较使我们对 SC-切型的存在更有信心了, 并且证实了这种计算的普遍意义。

理 论

静态机械应力偏置对厚度切变石英谐振器谐振频率影响的理论过去曾提出过。它是以 Thurston 和 Brugger 所提的公式为基础的。这一理论适应于等温均匀条件。等温均匀条件的限制意味着, 本文提供的计算可准确地应用于所指时间比晶体片厚度尺寸的热时间常数要大。热时间常数 T_r 可以从边界为 $x = \pm T_q/2$ 的厚片中的热流微分方程的解答式中得出片子厚度 $= \tau_q$ 。

$$t_r = \frac{\rho C T_q^2}{\pi^2 K} \quad (1)$$

式中, ρ 是密度, 单位为 kg/m^3 ; K 是沿厚度方向导热率张量的一个分量, 单位为焦耳/($\text{sec} \cdot$

* 本文作者 E. P. Farnisse——编者注。

m·k)。C 是比热；单位为焦耳/(sec·m·K)。C 是比热；单位为焦耳/(kg·K)。比热取决于机械边界条件，并随热膨胀过程中，应力应变场所做的功而变化。Holland 已详细研究了晶片沿厚度方向不均匀加热的情况。 t_t 的标准数值可用他的数据作为最大衰减常数和手册数值作为 K 进行计算。我们可估计到：AT-切晶体在室温下 $K=8.0$ 焦耳/(sec·m·K)。对于 5MHz, 5 次泛音，厚度为 0.17 cm 的 AT-切高精度晶体， t_r 等于 71msec。这个结果与 Kusters 所估计的 65 msec 相差是不太大的。该时间比石英谐振器所经受的大多数实验条件的范围小。因此，所论述的等温均匀理论可应用于大量的技术问题之中，包括石英谐振器的静态机械应力偏置。

理论公式可概括为下列关系式：

$$\Delta f/f = (2\rho_0\omega_0^2)^{-1}[A_\alpha + 2\rho_0\omega_0^2 U_\beta S_{\alpha\beta} + B_\beta B_\gamma S_{\beta\alpha} C_{\beta\gamma\delta}] \Delta \bar{T}_\alpha \quad (2)$$

这里用矩阵符号来表示张量 ($\alpha, \beta, \gamma, \delta^{1-6}$)， f 是厚度切变谐振频率； Δf 是该频率的变化量。 ρ_0 是在没有应力条件下的质量密度， $S_{\alpha\beta}$ 是等温弹性柔顺张量， $C_{\beta\gamma\delta}$ 是等温三次弹性刚度张量； $\bar{T}_\alpha$ 是晶体内在整个厚度尺寸 τ_q 内应力偏置的平均值。 $\Delta \bar{T}_\alpha$ 表示平均静态应力偏置的变化量。 A_d, B_d 和 U_2 由下列公式确定。

$$[A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6] = [N_1 N_1, N_2 N_2, N_3 N_3, 2N_2 N_3, 2N_1 N_3, 2N_1 N_2] \quad (3)$$

$$[U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6] = [U_1^0 U_1^0, U_2^0 U_2^0, U_3^0 U_3^0, U_2^0 U_3^0, U_1^0 U_3^0, U_1^0 U_2^0] \quad (4)$$

$$[B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6] = [N_1 U_1^0, N_2 U_2^0, N_3 U_3^0, N_2 U_3^0, N_1 U_3^0, N_1 U_2^0 + N_3 U_1^0] \quad (5)$$

这里， N_i 是声波传播(晶体片厚度)方向的单位向量， ω_0^2 和 U_i^0 是

$$\rho_0 \omega_0^2 U_k^0 = N_r N_s C_{jrks} U_j^0 \quad (6)$$

的慢切变波的本征值与本征矢量。式中，运用了张量标记(注角 1~3)； C_{jrks} 是等温弹性刚度张量。石英晶体的压电效应对频率的影响是很小的，此处是可以被忽略掉。

$\Delta \bar{T}_\alpha$ 的数值可从特殊静态应力偏置模式中得出，并且，一般来说，在晶片轴系中更容易识别。把 $\Delta \bar{T}_\alpha$ 变换到与弹性张量所用的同一坐标系统，在化简方程(2)前是必要的。

理 论 结 果

对于方程(2)， $\Delta \bar{T}_\alpha$ 的选择不受限制，因此一般性研究不太实际。平面各向同性应力偏置是实验的典型。在这里，这样选择是为了研究做为 ϕ 和 θ 的函数的应力效应。由电极应力而产生的平面各向同性 $\bar{T}_\alpha$ ，以前曾论述过。令 $\bar{T}_\alpha$ 为对于晶片轴 (x_1 是长度、 x_2 是厚度， x_3 是宽度) 的平均静态机械应力偏置。我们用每单位宽度的力表示电极应力效应 S ，作用于电极与晶体的界面的两边，(S 是通过电极应力的电极厚度积分，以密度/cm 为单位)。 S 变化为 ΔS ，在石英中引起 $\bar{T}_\alpha$ 的变化量为：

$$\begin{aligned} \Delta \bar{T}_1 &= \Delta \bar{T}_3 = -\Delta S / \tau_q \\ \Delta \bar{T}_2 &= \Delta \bar{T}_4 = \Delta \bar{T}_5 = \Delta \bar{T}_6 = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

式中， τ_q 是晶体片的厚度，因为在晶体中，静态应力偏置是对电极应力的一个反作用，因此，在公式中引出了负号(正数 S 是电极中的张力)。为了求得 $\bar{T}_\alpha$ ，把 $\bar{T}_\alpha$ 变换到晶体轴上之后，将 $\Delta S / \tau_q$ 做为一个因子，从 $\bar{T}_\alpha$ 中分解出来，可得下列公式：

$$\frac{\Delta f}{f} = K \frac{\Delta S}{\tau_q} \quad (8)$$

式中:

$$K = -(2\rho_0 W_0^2)^{-1} [A_\alpha + 2\rho_0 W_0^2 U_\beta S_{\alpha\beta} + B_\beta B_\gamma \varepsilon_{\delta\alpha} C_{\beta\gamma\delta}] (\Delta T_\alpha T_q / \Delta S) \quad (9)$$

在早期的文献中, K 称为应力系数, 它仅仅是 ϕ 和 θ 的函数。

图 1 所示, 为在 (ϕ, θ) 面中, K 的等值线, 它是用所发表的数值^[10, 11], 作为方程 (9) 中的各弹性常数进行计算的。包括在图 1 的, 一次温度系数为零的轨迹。首先把注意力集中在 SC-切上, 它是 $K=0$ 的曲线和一次温度系数为零的轨迹的交点, 切角为 $\phi=22.4^\circ$, $\theta=34.3^\circ$ 。这里, 等值线 K 几乎是水平的。这也就是说: 在 SC-切的附近校准 θ 角, 对 K 值影响极小。同样, 一次温度系数为零的轨迹曲线在此处近似于垂直。换言之, 在此处调整 ϕ 角时对一次温度系数几乎没有影响。应力效应与温度效应这种相互正交性, 在技术上很有用, 因为人们可以独立地校准 SC-切的应力和温度响应。

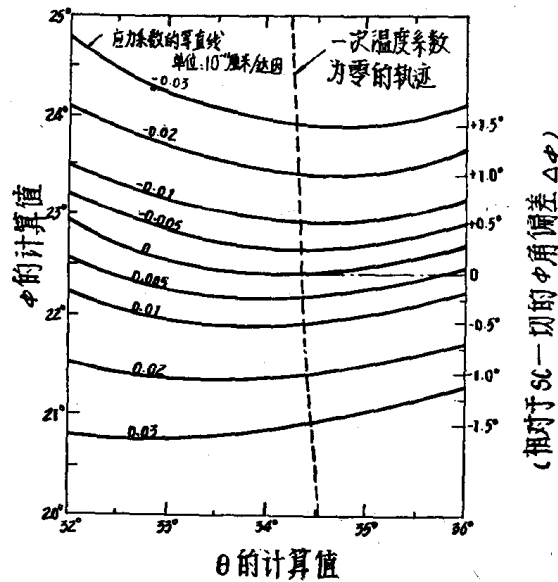


图 1 双转角石英谐振器(yxwl) ϕ 、 θ 角族, 在 ϕ 和 θ 平面中根据方程 (9) 计算所得的应力系数等值线。并包括了计算所得的一次温度系数为零的轨迹。SC 切 $\phi=22.4^\circ$, $\theta=34.3^\circ$ 右边刻度表示测量到的 ϕ 角相对于 SC-切的偏离。

图 1 右边的标度以 SC-切为中心。这样做是考虑到理论计算和实验真实结果之间可能存在的差别, 产生这种差别的原因在于弹性常数数据的不精确及磨凸面所造成的影响。注意图 1 的右面, 我们可看到: ϕ 角的制作精度为 $\pm 1.5^\circ$, 将把应力系数至少减小到 AT-切数值 $0.273 \times 10^{-11} \text{cm}^2/\text{dyn}$ 的十分之一。在制作过程中, ϕ 角的精确度为 $\pm 0.2^\circ$ 时, 至少可减小到 AT 切的一百分之一。

这里要强调的是: 方程 (9) 和 K 的定义是针对在电极中的应力变化情况。因此, 方程 (7) 可引出方程 (9) 中的负号, 它给出了频率漂移 (Δf) 和电极应力变化 (ΔS) 的直接关系。方程 (2) 是更普遍的关系式, 往往使用它作为起点来独立地研究静态机械应力偏置效应, 而不考虑他们的起源。为此, 本文在对 SC-切型进行计算中给出了方程 (2), 以便于对任意静态机械应力偏置效应进一步地研究。对于 SC-切型, 我们可求得 (在计算中, 切角取 $\phi=22.4^\circ$,