液压系统优化

宋 俊 殷庆文 等 编著

机械工业出版社

液压系统优化

宋　俊　殷庆文
刘树敏　王　莉　编著

机械工业出版社

本书以液压系统全局优化思想为基本线索，在全面介绍系统优化设计基本理论和方法的基础上，讨论了开关系统动态优化，连续伺服系统和数字伺服系统控制部分优化以及液压系统动力部分优化。优化的主要内容包括效率、相对稳定性、快速性、综合控制性能、刚性和稳态精度等。优化理论和方法包括参数优化（最优化方法）和函数优化（最优控制），其中，函数优化又包括时域数学模型优化和 s 域和 z 域传递函数优化。

本书可作为高等学校研究生和本科生的教材或教学参考书，也可供从事液压系统设计的工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

液压系统优化/宋俊、殷庆文等编著．-北京：机械工业出版社，1996.12

ISBN 7-111-05269-2

Ⅰ．液…　Ⅱ①宋…②殷…　Ⅲ．液压系统-最佳化　Ⅳ．TH137

中国版本图书馆 CIP 数据核字（96）第 09646 号

出 版 人：马九荣（北京市百万庄南街 1 号　邮政编码 100037）
责任编辑：盛君豪　钱既佳　版式设计：王　颖　责任校对：张　力
封面设计：姚　毅　责任印制：王国光
北京市密云县印刷厂印刷・新华书店北京发行所发行
1996 年 12 月第 1 版第 1 次印刷
850mm×1168mm 1/32・13.875 印张・367 千字
0 001—3 000 册
定价：24.00 元

序

人类自古追求“至善”,至者为最,善者为优,至善就是最优。对于一个液压系统,无论设计者和使用者,都希望它是最优的。例如,在有限的能量消耗前提下,追求最好的动态和稳态性能;反之,在一定的动态和稳态性能的要求下,追求能量消耗最小。优化设计理论和方法,就是达到上述目标的桥梁。

优化设计应该着眼于全局。对于液压系统不仅应使其传动功能达到最优,也应使其控制功能达到最优。在确定动力部分的参数时,不仅希望实现稳态最优匹配,同时也希望实现动态最优匹配;在设计系统的控制部分时,不仅追求系统的控制性能好,同时也追求抗干扰能力强。应用不同的目标函数可能得到不同的寻优结果,对于同一设计变量会有不同甚至相反的要求,这样就常常要采取某种折衷。上述思想可以概括为功能设计把握整体,性能指标统筹兼顾,寻优结果综合分析。这就是全局优化设计思想。

我们写这本书的目的,是为优化设计理论在液压系统设计中广泛应用提供一个接口。为此,首先比较全面地介绍了参数优化(最优化方法)和函数优化(最优控制)的基本理论和方法;接着分别讨论了各类液压控制系统控制部分优化;然后讨论了液压系统动力部分优化;在附录中,列举了两种液压系统优化设计的计算程序。本书可作为高等学校研究生和本科生的教材或教学参考书,也可供从事液压系统设计的工程技术人员参考。

本书第二章和第三章由殷庆文编写,第七章的第一至五节和第八节由刘树敏编写,第七章的第六、七节和附录由王莉编写,其余部分由宋俊编写。全书的统一、修改、定稿由宋俊负责。同时,王莉还绘制了大部分制版图和抄写了大量手稿。

在此,我们感谢宋亦旭在繁忙的毕业设计中抄写了十多万字的手稿,赵波抄写了部分手稿并调试了计算机程序,官忠范老师及卜海潮老师在写书过程中,给我们以很大的帮助和鼓励。沈阳工业大学对本书出版给予了部分资助。同时也感谢参考文献的各位作者,他们的著作对我们的帮助都是很大的。

编著者

1995.9

目　录

序
第一章　引论 …… 1
第一节　液压系统优化概述 …… 1
第二节　优化数学模型 …… 8
第三节　寻优方法简介 …… 12
第二章　参数优化方法 …… 15
第一节　无约束解析法 …… 15
第二节　一维搜索 …… 20
第三节　无约束多维迭代法 …… 29
第四节　线性规划 …… 47
第五节　有约束间接法 …… 60
第六节　有约束直接法 …… 73
第三章　函数优化方法 …… 92
第一节　变分法 …… 92
第二节　最小值原理 …… 110
第三节　动态规划 …… 118
第四节　线性二次型问题 …… 127
第五节　离散系统函数优化 …… 146
第六节　状态观测器 …… 153
第四章　开关控制系统动态优化 …… 161
第一节　系统数学模型 …… 161
第二节　控制性能寻优 …… 172
第三节　抗干扰能力寻优 …… 186
第四节　抗粘滑运动寻优 …… 199
第五节　动态补偿方法 …… 207
第五章　连续伺服系统参数优化 …… 213
第一节　系统的结构 …… 213

第二节　阶跃响应 ITAE 准则寻优 …… 227
第三节　跟踪性能寻优 …… 237
第四节　线性二次型指标寻优 …… 245
第五节　迭代法寻优 …… 256
第六章　连续伺服系统函数优化 …… 262
第一节　时间最优控制 …… 262
第二节　能量最优控制 …… 272
第三节　线性二次型指标寻优 …… 283
第四节　传递函数优化 …… 297
第五节　非线性模型优化 …… 309
第六节　抗干扰能力寻优 …… 313
第七节　函数寻优算法 …… 318
第七章　数字伺服系统优化 …… 335
第一节　连续部分的 z 传递函数 …… 336
第二节　最少拍系统 …… 341
第三节　快速无振荡系统 …… 352
第四节　阶跃及斜坡响应 ISE 准则寻优 …… 359
第五节　时间最优问题的时域解法 …… 364
第六节　线性调节器 …… 371
第七节　数字 PID 控制器 …… 374
第八节　数字控制器的实现 …… 378
第八章　动力机构优化 …… 384
第一节　负载与动力机构的特性 …… 384
第二节　稳态优化 …… 391
第三节　动态优化 …… 396
第四节　液压系统的全局优化 …… 405
附录 …… 412
参考文献 …… 435

第一章 引 论

本章扼要介绍液压系统优化的基本概念。

第一节 液压系统优化概述

一、优化设计的一般概念

设计变量、**目标函数**和**约束条件**是优化设计问题的3个要素。

（一）设计变量

在系统设计中，需要进行选择，并最终必须确定的各项独立参数或函数，称为设计变量。这些参数或函数一旦确定，所设计的系统也就唯一被确定。

设计变量的数目称为设计问题的维数。一个系统的全部设计变量可以用一个向量来表示。

如果设计变量是一组参数，并用 $\boldsymbol{\alpha}$ 表示，当设计问题是 r 维时，有

$$\boldsymbol{\alpha}=\begin{bmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \vdots\\ \alpha_r\end{bmatrix}=[\alpha_1\ \alpha_2\quad\cdots\quad\alpha_r]^T \tag{1-1}$$

式中 T ——转置符，即把列向量写成行向量的转置向量。

今后如无特殊说明，所有向量均规定为列向量。并用黑体字符代表向量和矩阵。

如果设计变量是连续时间函数，并用 $\boldsymbol{u}(t)$ 表示，当设计问题是 m 维时，有

$$\boldsymbol{u}(t)=[u_1(t)\ u_2(t)\quad\cdots\quad u_m(t)]^T \tag{1-2}$$

如果设计变量为离散时间函数，则可表示为

$$\boldsymbol{u}(k)=[u_1(k)\ u_2(k)\quad\cdots\quad u_m(k)]^T \tag{1-3}$$

式中，$k=0, 1, 2, \cdots$，为采样序数，与其对应的采样时间是 $t_k= kT$。T 是采样周期，为简便计，设 $T=1$。

设计向量的每个分量代表一个独立的设计变量，以这些独立变量为坐标轴可以组成一个欧氏向量空间，称为**设计空间**，用 E^x 表示，上角标 x 代表设计空间的维数。设计变量为参数时，$\boldsymbol{\alpha}$ 是设计空间中的一个定点，表示为 $\boldsymbol{\alpha} \in E^r$（$\boldsymbol{\alpha}$ 属于 E^r）。设计变量为连续时间函数时，$\boldsymbol{u}(t)$ 是设计空间中一个随时间连续变化的点，表示为 $\boldsymbol{u}(t) \in E^m$。设计变量为离散时间函数时，$\boldsymbol{u}(k)$ 是设计空间中一个在采样时间出现的闪烁点，表示为 $\boldsymbol{u}(k) \in E^m$。

（二）目标函数

为了衡量系统工作性能，应根据实际的需要和可能，提出相应的衡量标准，这些标准就是性能指标。在设计中，把确定的性能指标称为目标函数，常记为 J。它是设计变量的标量函数。

当设计变量为参数时：

$$J = f(\boldsymbol{\alpha}) = f(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_r) \tag{1-4}$$

当设计变量为连续时间函数时，目标函数一般表示为

$$J = \phi[\boldsymbol{x}(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} L[\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), t]\mathrm{d}t \tag{1-5}$$

式中　$\boldsymbol{x}(t)$——系统的状态向量（n 维）；

即
$$\boldsymbol{x}(t) = [x_1(t)\ x_2(t)\ \cdots\ x_n(t)]^T \tag{1-6}$$

t_0——起始时间；

t_f——终止时间。

当设计变量为离散时间函数时，目标函数可表示为

$$J = \phi[\boldsymbol{x}(l), l] + \sum_{k=h}^{l-1} L[\boldsymbol{x}(k), \boldsymbol{u}(k), k] \tag{1-7}$$

式中　h——起始采样序数；

l——终止采样序数。

一个目标函数达到最优，常常是希望它取最大值或最小值。当某一目标函数 J 取最大值时，其倒数（$1/J$）或相反的数（$-J$）即为对应的最小值。为统一起见，今后不妨取目标函数的最小值，

并记为 $\min J$ 。

目标函数可以由单项性能指标组成，也可以是几项性能指标的综合。

（三）约束条件

在很多实际问题中，设计变量的取值范围是有一定限制的，或必须满足一定的条件。这些限制和条件称为约束条件，简称约束。约束条件可以用数学等式或不等式来表达。

等式约束可以这样表达：

当设计变量为参数时，表示为

$$d_v(\alpha) = 0 \quad v = 1,2,\cdots,p \quad (p < r)$$

其向量形式

$$\boldsymbol{d}(\boldsymbol{\alpha}) = \boldsymbol{0} \tag{1-8}$$

式中 $\boldsymbol{d}$—— p 维向量函数。

当设计变量为连续时间函数时，等式约束条件一般是系统的状态方程，状态方程的形式为

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{u}(t),t] \tag{1-9}$$

式中 $\boldsymbol{f}$—— n 维向量函数。

当设计变量为离散时间函数时，等式约束条件一般是系统的差分方程，差分方程的形式为

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{f}[\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{u}(k),k] \tag{1-10}$$

$$k = 0,1,\cdots,l-1$$

不等式约束可以这样表达：

当设计变量为参数时，表示为

$$h_u(\alpha) \leqslant 0 \qquad u = 1,2,\cdots,q$$

其向量形式

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{\alpha}) \leqslant \boldsymbol{0} \tag{1-11}$$

式中 $\boldsymbol{h}$—— q 维向量函数。

当设计变量为连续时间函数时，不等式约束可表示为

$$\boldsymbol{h}[\boldsymbol{u}(t),t] \leqslant \boldsymbol{0} \tag{1-12}$$

式中 $\boldsymbol{h}$——l 维向量函数。

当设计变量为离散时间函数时，不等式约束可表示为

$$h[u(k),k] \leqslant 0 \tag{1-13}$$

式（1-11）至式（1-13）三式表示向量的各分量均不大于零，后同。

从物理特性看，约束条件可分为边界约束和性能约束两类。边界约束考虑的是设计变量的变化范围；性能约束是由某种性能设计要求所推导出来的限制条件。

在设计空间中，满足所有约束条件的点的集合，叫做**可行域**，否则称为**非可行域**。约束条件上的点称为**边界点**，边界点属于可行域。

系统优化设计的含义是：在可行域中寻找一组设计变量，使目标函数值最小。

如果设计变量为一组参数，即设计空间中的一个定点，称为**参数优化**（又称参数最优化、静态最优化）。如果设计变量为一组时间函数，即设计空间中的一个随时间变化的点，称为**函数优化**（又称最优控制、动态最优化）。

二、液压系统结构与优化

液压系统的优化是优化设计理论在液压系统中的应用。不同类型的液压系统，其优化内容和方法也不同。这就涉及到从控制理论的角度讨论液压系统的组成和对液压系统进行分类的问题。

液压系统的组成。可由图1-1所示的框图来说明。其中，控制对象是工作台或其它负载装置，由它直接完成各类工作。控制对象的行为是由液压缸、液压马达等执行元件控制的。执行元件在转换放大元件的控制下输出所要求的运动和动力。转换放大元件是控制和动力传递的核心，如节流阀与电磁换向阀、比例方向阀、电液伺服阀、伺服变量泵等。它接收控制器所给的信号，并进行功率放大，转换成液压信号（流量、压力）。控制器通常是由电气组件或计算机构成，它的作用是把系统的指令信号（电气、机械、气压等）与系统的反馈信号进行比较和加工，从而向转换放大元件发出指令。反馈元件由检测器和变换元件组成，它检测系统输出信

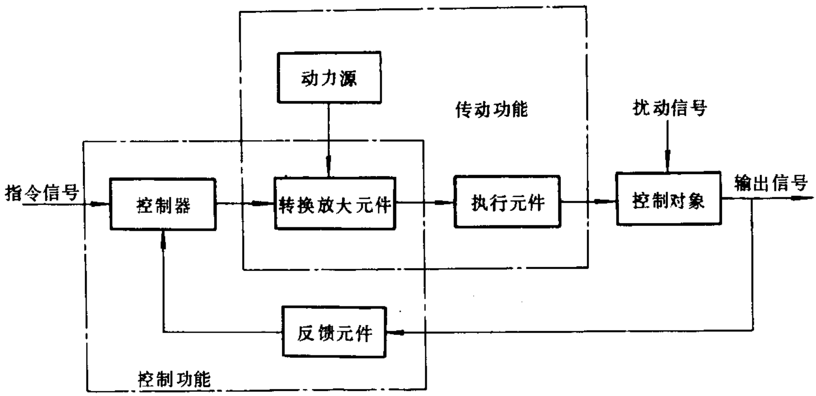

图1-1　液压系统的组成

号，变换后作为控制器的输入信号。动力源的作用是把其它形式的能转换成液压能，如液压泵、气液转换器等。

由此可见，液压系统同时完成动力传递功能和控制功能。

从控制的角度，可以根据转换放大元件对液压系统进行分类。如果转换放大元件为节流阀和普通换向阀，则称为**开关控制系统**，因为换向阀所接收和处理的信号是开关信号。这种信号只有“有”和“无”两种状态，信号一旦开通，其大小不能改变。在实际系统中换向阀的组合可以接收和处理一系列的开关信号，使系统的被控对象完成程序动作，此类系统多为开环控制。如果，转换放大元件为伺服阀，则称为**伺服控制系统**。伺服阀所接收和处理的信号可以在一定范围内连续变化。从而系统的被控对象可以按一定规律完成程序动作或跟踪指令信号，此类系统多为闭环控制。如果转换放大元件为比例方向阀，则称为**比例控制系统**。比例方向阀也可以接收和处理连续变化信号，这与伺服阀类似，但其主阀结构又类似于开关式液压阀。所以，比例控制系统介于开关控制与伺服控制之间，但从控制理论角度来看，它更接近于伺服控制系统。

伺服控制系统又由于控制器的原理不同，分为**连续控制系统**和**采样控制系统**两类。如果系统控制器所接收和处理的都是连续

信号，则为连续伺服系统。当系统中一处或几处的信号为脉冲与数字编码时，则这个系统称为采样伺服系统，简称采样系统。采样系统的特点是采样信号在各采样时刻是时间 t 的函数，而在各采样点之间无意义。采样系统分模拟采样和数字采样两个类型。模拟采样系统通过采样器把连续信号变成一系列脉冲，变换后又用保持器将脉冲信号恢复成连续信号。数字采样系统也称计算机控制系统或**数字伺服系统**，数字伺服系统中，A/D 变换器中的采样器将连续信号变成离散的数字编码，计算机起控制器作用，其输出信号经 D/A 变换器中的保持器变成连续信号后作为伺服阀的输入信号。以上的分类思想可分列于下：

- 液压控制系统
  - 开关系统
  - 比例系统
  - 伺服系统
    - 连续系统
    - 采样系统
      - 模拟采样系统
      - 数字采样系统（数字伺服系统）

根据液压系统的结构，优化问题包括动力部分的优化和控制部分的优化。

动力部分的优化，主要是确定传动元件的结构参数，属于参数优化问题。动力部分一旦确定，就成了控制部分的被控对象，其数学模型不再改变，因此，称为**固有部分**。这样，控制部分的优化问题，就归结为控制器的设计问题。如果控制器的结构已经确定，优化问题的设计变量就是控制器的某些待定参数，属于参数优化问题。如果控制器的结构不定，以控制器输出的控制信号 $\boldsymbol{u}(t)$ 为设计变量，就属于函数优化问题。

根据以上叙述，考虑到覆盖面和典型性，在本书中所讨论的液压系统优化问题包括开关控制系统的动态优化、连续伺服系统的优化和数字伺服系统的优化，以及动力机构的优化。

三、液压系统优化的内容

液压系统优化的内容主要有：

（一）效率

从节能的角度出发，希望液压系统有比较高的效率。液压系统的总效率可表达为

$$\eta = \eta_p \eta_s \eta_c \tag{1-14}$$

式中 η_p——动力元件的效率；

η_s——液压效率；

η_c——执行元件效率。

提高动力元件和执行元件的效率是元件优化问题。提高液压效率则主要是系统优化问题。液压效率等于执行元件输入功率与动力元件输出功率之比，即

$$\eta_s = \frac{\int p_L q_L \mathrm{d}t}{\int p_s q_s \mathrm{d}t} \tag{1-15}$$

式中 p_L、q_L——分别表示负载压力和负载流量；

p_s、q_s——分别表示动力元件（如液压泵）的输出压力和流量。

液压系统效率优化问题主要是压力、流量的适应问题和动力传输机构参数优化问题。

（二）相对稳定性

欲使系统正常工作，就必须有一定的稳定裕量，即有较理想的相对稳定性。从时域上说，应使阶跃响应最大超调量较小；从频域上说，开环频率特性有一定的相位裕量和幅值裕量；闭环频率特性谐振峰值较小。

（三）快速性

当指令信号变化之后，系统能比较迅速地跟踪。在时域，应使其阶跃响应上升时间较小。在开环频率特性上看，剪切频率应比较大；在闭环频率特性上看，截止频率应较大。

（四）综合控制性能

系统的综合控制性能指标兼顾了相对稳定性和快速性。这类指标从两个方面考查系统的相对误差。一方面是响应时间，控制性

能好的系统响应时间要短；另一方面是误差积分指标，误差积分指标小的系统表现出较好的综合控制性能。

（五）抗干扰能力

系统在干扰信号的作用下，响应最大峰值要小，响应时间要短。稳态刚度和动态刚度要大，系统无阻尼自振频率应远离干扰信号基频。另外，系统自身参数变化对其性能的影响要小。

（六）稳态精度

稳态精度高的系统表现出比较好的稳态跟踪能力，即稳态误差（指系统误差稳态分量的终值）比较小，希望有比较高的型次和比较大的开环放大系数。对于零型系统，当用相对增量方程描述系统时，希望闭环频率特性的零频值应尽量接近于1。

在对实际系统寻优时，也可能由上述性能指标组成综合的目标函数。

第二节　优化数学模型

一、参数优化模型

参数优化就是在设计向量 α 的可行域内，找到一组最优参数 α^*，使目标函数 $J=f(\alpha^*)$ 时取最小值。

由式（1-4）、（1-8）和式（1-11）可以得到参数优化数学模型的一般形式。

$$\left.\begin{aligned} &\min f(\alpha)\\ &\text{s.t.}\ \boldsymbol{d}(\alpha)=\boldsymbol{0}\\ &\qquad \boldsymbol{h}(\alpha)\leqslant\boldsymbol{0}\end{aligned}\right\}\tag{1-16}$$

式中　s.t.——满足于（是“subject to”的缩写）。

在特殊情况下，如果目标函数和约束条件是线性的，表示为

$$\left.\begin{aligned} &\min \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{\alpha}\\ &\text{s.t.}\ A\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{b}\\ &\qquad \boldsymbol{0}\leqslant\boldsymbol{\gamma}\leqslant\boldsymbol{\alpha}\leqslant\boldsymbol{\beta}\end{aligned}\right\}\tag{1-17}$$

式中

$$\boldsymbol{c}=[c_1\ c_2\ \cdots\ c_r]^T$$

$\boldsymbol{b} = [b_1\ b_2\ \cdots\ b_m]^T$

A——$m \times r$ 矩阵

$\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1\ \gamma_2\ \cdots\ \gamma_r]^T$

$\boldsymbol{\beta} = [\beta_1\ \beta_2\ \cdots\ \beta_r]^T$

上述问题称为**线性规划**。

二、函数优化模型

函数优化就是从设计向量 $\boldsymbol{u}(t)$〔或 $\boldsymbol{u}(k)$〕的可行域内，找到一组最优控制 $\boldsymbol{u}^*(t)$〔或 $\boldsymbol{u}^*(k)$〕，使确定的系统从初始状态出发，沿相应的最优轨线 $\boldsymbol{x}^*(t)$〔或 $\boldsymbol{x}^*(k)$〕转移到终端状态，并使目标函数 $J=J[\boldsymbol{x}^*(t),\boldsymbol{u}^*(t)]$（或 $J=J[\boldsymbol{x}^*(k),\boldsymbol{u}^*(k)]$）时取最小值。

由式(1-5)、(1-9)和式(1-12)，可以得到设计变量为连续时间函数时，优化模型的一般形式：

$$\left.\begin{aligned}&\min\left\{\phi[\boldsymbol{x}(t_f),t_f]+\int_{t_0}^{t_f}L[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{u}(t),t]\mathrm{d}t\right\}\\&\text{s. t. } \boldsymbol{f}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{u}(t),t]-\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{0}\\&\qquad \boldsymbol{h}[\boldsymbol{u}(t),t]\leqslant\boldsymbol{0}\end{aligned}\right\}\tag{1-18}$$

由式(1-7)、(1-10)和式(1-13)，可以得到设计变量为离散时间函数时优化模型的一般形式：

$$\left.\begin{aligned}&\min\left\{\phi[\boldsymbol{x}(l),l]+\sum_{k=h}^{l-1}L[\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{u}(k),k]\right\}\\&\text{s. t. } \boldsymbol{f}[\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{u}(k),k]-\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{0}\\&\qquad \boldsymbol{h}[\boldsymbol{u}(k),k]\leqslant\boldsymbol{0}\quad k=0,1,\cdots,l-1\end{aligned}\right\}\tag{1-19}$$

三、控制部分寻优条件

对于控制部分的寻优问题，应明确如下条件：

(一)系统固有部分的数学模型

如式(1-9)或式(1-10)所示，它实际上是优化问题的等式约束。除状态方程外，数学模型还可以有微分方程、传递函数等形式。

(二)可行域

前面已经说明，它是在设计空间中满足所有约束条件的点的

集合。

(三)输入信号

系统的输入信号包括指令信号和干扰信号。为了便于比较系统的动态性能,常常应用一些典型信号作为指令信号,如阶跃信号、斜坡信号、正弦信号和随机信号等。

(四)始端条件

通常系统的初始时刻 t_0 和初始状态 $x(t_0)$ 是给定的,称为**固定始端**问题。在函数优化问题中,有时 t_0 固定,而 $x(t_0)$ 是任意的,则称为**自由始端**问题。如果 $x(t_0)$ 必须满足一定约束条件,属于**可变始端**问题。

(五)终端条件

如果终端时刻 t_f 和终端状态 $x(t_f)$ 都是给定的,称为**固定终端**问题。如果终端时刻 t_f 给定,而 $x(t_f)$ 可以任意取值时,则称为**自由终端**问题。如果 $x(t_f)$ 必须满足一定的约束条件,属于**可变终端**问题。如果终端时刻 t_f 可以任意取值,则称为**自由终止时刻**问题。

(六)目标函数

目标函数是根据实际问题规定的。对于参数优化问题,目标函数一般如式(1-4)所示。例如,以系统阶跃响应性能指标组成目标函数,可以设

$$J = K_1 M_p + K_2 t_r + K_3 e_s^2 + K_4 t_s \tag{1-20}$$

式中 M_p——最大超调量;

t_r——上升时间;

e_s——稳态误差;

t_s——响应时间;

$K_i(i=1\sim4)$——加权系数。

上式中所含的各性能指标,都是设计向量 α 的函数。

作为式(1-4)的特例,有些目标函数是积分型的。对于连续时间系统:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} L[\alpha, t] \mathrm{d}t \tag{1-21}$$

对于离散时间系统：

$$J=\sum_{k=h}^{l-1}L[\alpha,k] \tag{1-22}$$

例如，控制系统的ITAE指标，就是积分型的。

即

$$J=\int_0^{\infty}t|e(\alpha,t)|\mathrm{d}t \tag{1-23}$$

式中 $e(\alpha,t)$——系统误差。

作为式(1-21)的特例，有

$$J=\int_{t_0}^{t_f}\boldsymbol{e}^T(\alpha,t)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{e}(\alpha,t)\mathrm{d}t \tag{1-24}$$

称为二次型指标。

式中 $\boldsymbol{Q}$——**加权矩阵**，为正定对称矩阵。

例如，系统广义平方误差积分指标：

$$J=\int_0^{\infty}\left[e^2+\tau\left(\frac{\partial e}{\partial t}\right)^2\right]\mathrm{d}t \tag{1-25}$$

式中 τ——**加权系数**。

作为式(1-22)特例的二次型目标函数为

$$J=\sum_{k=h}^{l-1}\boldsymbol{e}^T(\alpha,k)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{e}(\alpha,k) \tag{1-26}$$

对于函数优化问题，目标函数一般是从泛函的角度提出来的，又称为**目标泛函**，如式(1-5)和式(1-7)所示。上述二式等号右边都由两部分组成：第一项称为终端指标函数，表明系统的稳态性能；第二项称为动态指标函数，表明系统的动态性能。这一类目标泛函称为**综合型**或**波尔扎**(Bolza)**型**。

当不计终端指标函数时，有

$$J=\int_{t_0}^{t_f}L[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{u}(t),t]\mathrm{d}t \tag{1-27}$$

或

$$J=\sum_{k=h}^{l-1}L[\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{u}(k),k] \tag{1-28}$$

这时的目标泛函称为**积分型**或**拉格朗日**(Lagrange)**型**。当 $L=1$ 时，有

$$J=t_f-t_0 \tag{1-29}$$