

李俊秀

主编



数学教育学概论

SHUXUE JIAOYUXUE GAILUN

北京出版社

数学教育学概论

李俊秀 主编

地震出版社

1989

北京出版社 出版

北京复兴路63号

北京朝阳展望印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

全国各地新华书店经售

850×1168 1/32 8.375印张 225千字

1989年7月第一版 1989年7月第一次印刷

印数 00001—12000

ISBN 7-5028-0263-0/O·9

(651) 定价: 3.50元

庆贺和祝愿——代序

随着教育事业的发展和教育科学研究的深入，学科教育学开始发展起来。

在新技术革命时代，数学教育是诸学科教育中最为活跃的一门课程。在1969年，召开了第一届国际数学教育会议，会议的决议中提出了“数学教育学越来越变成具有自己的课题、方法和实验的独立学科”；进入70年代，苏联出版了第一本《数学教育学》。1982年，中国教育学会数学教学研究会成立，在成立大会和首届年会上，提出了“建立数学教育学，形成数学教育这一专门的学科”的任务。陕西师范大学副教授李俊秀同志主编的《数学教育学概论》，就是在我国近十年来数学教育科学研究的基础上，适应这种要求而产生的一个结果。

数学教育学作为一门独立的专门学科，无论在国际上，还是在我国，都很年轻，处在形成过程之中。因此，我们应该爱护这本《数学教育学概论》；也正因为如此，无论是作者，还是教者和学者，都应抱探究的态度，不断从自己的教学实践中，特别是从我国两亿多学生、百万计的数学教师和数学教育工作者的实践中汲取营养，不断丰富和完善这本《数学教育学概论》，为建立具有中国特色的数学教育学作出贡献。

受李俊秀同志的嘱托，谨写以上几句话，表示对《数学教育学概论》出版的庆贺和祝愿。

中国教育学会数学教学研究会理事长 张孝达

1989年2月3日于北京

前 言

环顾全球，教育已经成为各国争雄的一个战略产业，而且是第一位产业；展望未来，人们预期的世纪“最恰当的定义是‘教育世纪’”。教育是生产力，是发展经济的最好投资，已为越来越多的人所认识。“数学是一切科学的基础，数学的训练能激发人的创造力，提高思维的逻辑性”。如果广大干部多懂一些数学，能够理解决策性研究、软科学中的数学方法，将会大大提高决策和管理效益。即使是普通公民，也应该懂一些日常生活中的数学知识，以便应付经济生活中的数学问题，更好地理解投资风险、市场机会等常识。这些都表明，在亿万群众中进行数学智力投资，对于提高全民族的科学文化素养，以适应现代物质生产，倡导精神文明，是十分重要的。而良好的数学教育，是培养工程技术人员和各种人才的坚实一环，是保持我国科学实力的关键因素。建设数学教育事业的呼唤，培养高水平的数学教师的需要，是促使本书早日同广大读者见面的主要原因。

本书是以数学课程论、数学学习论和数学教学论为体系编著的。它以现代教育论为指导，在着重理论阐述的同时，更加重视理论与实践的结合，并加强数学教学实践环节。本书把科学方法的应用作为数学教育的有机组成部分，在介绍数学方法和逻辑方法的同时，引进信息方法、控制方法和系统方法，使内容更加科学化。结合我国社会主义初级阶段的实际和经济、教育发展的需要，本书特别倡导课程、教学内容和方法的改革。为适应培养有创造性的人才的需要，本书重视发展学生的创造思维能力。

本书可作为高师院校数学系数学教法课的教材，供本科师生采用，也可作为中学数学教师的进修读物和数学参考书，同时，

也可供数学研究工作者和爱好者使用。

本书以1984年提交给“全国数学教材教法(总论)修订会”的大纲为基础编写而成的。修改和定稿得到了4省区、15院校、18位同行学者的紧密合作,因此,本书是集体创作的产物,本书的主编、副主编和编者名单如下:

主编:李俊秀(陕西师范大学数学系副教授)

副主编:陈广荣(内蒙古师范大学数学系教授)、戴春陶(内蒙古教育学院数学系副教授)、谢力之(汉中师范学院数学系副教授)、唐兴旺(宝鸡师范学院数学系副教授)、张铮麟(内蒙古师范大学数学系副教授)。

编者:田紫东(陕西教育学院)、白士新(内蒙古财经学院)、樊秀珍(西北师范学院)、韦兆昌(西安师专)、王好荣(咸阳师专)、李毅(西安教育学院)、侯万胜(延安大学)、宋子伦(汉中师院)、王玉珊(新疆石油教育学院)、李兴怀(宝鸡师范学院)、宋文檀(榆林师专)、谢克藻(安康师专)。

本书在出版过程中得到了陕西省教育厅、内蒙古自治区教育厅等的有力支持,受到了作者所在单位和广大数学教师的支持,特别得到了我国著名数学教育家魏庚人、张孝达等的亲自指导,在此谨致以衷心的感谢!

本书的出版是献给高师院校和数学教育界的一份礼物。然而,由于水平所限问题难免,祈望数学教育家、数学教育工作者不吝指正,在建设数学教育的事业中使本书更臻完善。

目 录

第一章 绪论

- 第一节 数学教育学研究的对象、任务和特点 (1)
- 第二节 研究数学教育学的重要意义 (5)
- 第三节 中学数学教学改革 (6)

数学课程论

第二章 中学数学教育目标

- 第一节 数学教育目标概述 (17)
- 第二节 中学数学教学的目的 (22)

第三章 中学数学教材研究

- 第一节 中学数学教学大纲简介 (26)
- 第二节 中学数学教材的基本内容 (28)
- 第三节 中学数学课程设计原理 (30)
- 第四节 中学数学教材改革 (32)

数学学习论

第四章 数学学习概述

- 第一节 数学学习的概念 (37)
- 第二节 数学学习的过程 (39)
- 第三节 学习数学的基本方法 (41)

第五章 数学学习与发展

- 第一节 学习数学过程中的思维形式 (49)
- 第二节 中学生思维发展的一般特点 (99)

第三节	发展学生思维的教学途径	(100)
第四节	培养数学基本能力	(117)
第五节	数学解题及其教学	(123)
第六节	培养自学能力与创造性学习	(157)

第六章 科学方法与数学学习

第一节	科学方法概述	(164)
第二节	数学学习中的观察和实验	(165)
第三节	数学学习中的理性思维方法	(172)
第四节	数学学习中的现代科学方法	(186)

数学教学论

第七章 数学教学原则和方法

第一节	数学教学过程的特点和规律	(193)
第二节	数学教学的原则	(194)
第三节	数学教学方法及其改革	(212)

第八章 数学教学的组织和控制

第一节	备课	(222)
第二节	数学的课堂教学	(229)
第三节	数学课外活动	(232)
第四节	数学教师的基本功	(235)

第九章 数学教学的检查和评价

第一节	数学教学检查和评价的目的及标准	(237)
第二节	数学教学评价的方法	(237)
第三节	数学考试及其改革	(239)

附录一	我是怎样备《对数》这一课的	(243)
附录二	对数的概念第一课时教案	(247)
附录三	青浦县数学教改实验小组一堂数学课的实录与 评论	(250)

第一章 绪 论

第一节 数学教育学研究的对象、任务和特点

、数学教育学研究的对象

数学教育学是依据社会需要，研究数学处于一定发展阶段上的数学教育规律及其实施的科学。数学教育随着社会和数学的发展而发展。同时也促进社会 and 数学的发展。关于它的研究对象有以下几种说法：

(1) 苏联的斯多利亚尔和奥加涅相认为，数学教育学是数学活动的教学，即思维活动的教学，包含的问题有“教什么”和“如何教”两类。

(2) 美国的T·基兰认为，数学教育学研究的三个对象——课程、教学、学习好比三角形的三个顶点，分别对应于课程设计者、教师和学生。他认为，有关备课、教学和分析课堂活动的研究，以及教学实验和定向的现象观察，都属于数学教育三角形的“内部”；数学、心理学、哲学、技术手段、符号和语言等都属于数学教育研究三角形的外部。

(3) 日本横地清提出，数学教育研究包括七个方面：①关于学习者的数学认识和实践的研究；②关于教授-学习的研究；③关于教学内容的确定和教育课程的研究；④关于公共教育机关数学教育的研究；⑤关于数学在社会中作用的研究；⑥关于数学教育史的研究；⑦关于世界数学教育的研究。

据此，我们取前两种说法，即我们的课程是以数学课程论、数学学习论和数学教学论三个部分铺开的。

二、数学教育学的任务

从培养合格的中学数学教师这一总目标出发，这门课的任务是：

(1) 使本科学生(未来教师)了解中学数学的教育目标，并能参与数学教学大纲和教材教法的研究；

(2) 能运用所学的高等和初等数学知识以及教育学、心理学等原理，分析研究中学数学教育的深广度，确定重点、难点；

(3) 掌握数学教学规律，练好基本功，不断进行教学改革，使之在教学中能达到“面积大、速度快、质量高”的教学效果；

(4) 教育本科生热爱专业，善于运用唯物辩证法指导自己的数学教育。

三、数学教育学的特点

1. 从近代科学方法论的整体观点看，数学教育学是一门综合性的独立学科。

如上所述，数学教师的课堂教学实践与分析，数学实验和定向观察属于数学教育的内部研究；将教育学、心理学、逻辑学和数学科学的原理、法则运用于数学教育实践，属于数学教育的外部研究。外部研究为数学教育提供思想来源、理论前提和科学方法论。因此，数学教育学是一门综合性的边缘学科。

教育学是研究教育现象的规律、原理和方法的一门科学，而数学教育学是适应当今世界的发展趋势，从现代社会的需要出发，结合数学的特点去研究数学教育现象的规律、原理和方法的。它们之间是普遍与特殊之间的关系。普遍的教育规律寓于特殊的教育规律之中，而特殊的教育规律受一般规律的指导，体现一般教育的原理，从而提高人的素质，开发人的智力，为社会服务。

心理学是研究心理现象的，它是揭示人的心理活动规律的科学。心理现象是脑的机能，是客观现实的反映。它包括人的认识过程、情感过程和意志过程等心理过程以及个性等。为了更有效

地实施数学教育，必须以学生的学习规律为客观依据；心理学可以提供丰富的有关学生如何学习的知识。因此现代数学教育学的突出特点之一，就是与心理学紧密结合。

逻辑学是研究思维的形式及其规律的科学。它研究思维的形式，包括概念、命题和推理，而正确的思维又须符合同一律、矛盾律、排中律和充足理由律。如前所述，数学教育学是数学活动的教学，即思维活动的教学。数学思维作为辩证的思维，还必须遵守具体同一律、总体综合律和能动转化律，即多样性统一、总体上的综合性质和思维活动的发展转化。因此，可以说，逻辑学是数学教育学的重要基础，而数学教育学必须应用逻辑学知识，通过教育，培养学生的逻辑思维能力。

法国数学家庞家莱(1854—1912)指出：“如果我们要预见数学的将来，适当的途径就是研究这门科学的历史和现状”。德国数学家莱布尼茨(1646—1716)也说过，“数学史的用处不仅在于历史所以公正地衡量每一个人，使得后人可能指望得到同样的称赞，而且还在于促进发展的艺术，而它的方法是通过有名的范例为大家所了解”。我国数学家吴文俊更深刻地指出：“假如你对数学的历史发展，对于一个领域的发生和发展，对一个理论的兴旺和衰落，对一个概念的来龙去脉，对一种重要思想的产生和影响等这许多历史因素都弄清了，我想，对数学就会了解得多，对数学的现状就会知道得更清楚、深刻，还可以对数学的未来起一种指导作用，也就是说，可以知道数学究竟应该按怎样的方向发展，可以收到最大的效益”（在教育部主办的全国高校中外数学史讲习班开学典礼上的讲话，1984年7月21日，载《中国数学史论文集（二）》，山东教育出版社，1986年8月，第3页）。中学数学教育中，结合课堂教学内容或课外活动传播数学史知识，有利于对学生进行历史唯物主义的教育，理解数学的本质、继承和发展，掌握系统的、科学的思想和方法；激发学生学习数学的兴趣和热情；教学中运用中算史还可以培养学生的爱国主义思想，为建设

现代化的强大祖国奋发学习。

哲学是世界观、认识论和方法论的统一，是关于自然界人类社会和思维的最一般的发展规律的学说。它的理论和观点指导着数学教育的理论和实践，而数学教育的理论和实践必然体现和充实哲学的内容，例如，数学和数学教育的产生和发展，数学教育与人的发展，数学知识与数学能力，数学教育中的抽象与具体、分析与综合、演绎和归纳、有限与无限、连续和离散等，都需用马克思主义哲学的观点和方法进行认识和研究。

总之，数学教育学是综合教育学、心理学、数学、逻辑学、数学史和哲学等学科的综合学科。

同时，数学教育学又是从数学教育本身的研究对象出发，将相邻学科的原理有机地融汇到数学教育中去，以总结出自身的固有规律性，因此它又是一门具有自己的研究对象、独特的研究方法，构成其广阔研究范围的独立学科。

1981年中日数学教育学术交流会上，日本奇玉大学町田彰一郎先生说：“过去，一般认为，只要有了数学与教育学，数学教育理论就可以建立起来了。但是，最近，信奉这一点的人是很罕见的了”。“数学教育已经从数学中独立出来，自成一个专业领域。”

2. 从数学教学本身固有的特点看，它是一门实践性很强的理论学科。

教材教法课要研究数学教学的全过程，研究其特点和规律，对有关课程结构、教学原理等理论问题作系统总结，而不只是介绍教学工作的一招一式。

但数学教育理论来源于实践，因而它必须涉及教学工作的具体经验教训，对数学教学工作提出具体的方式方法。

3. 从方法论的动态发展看，它又是不断发展的学科。

随着数学教育的改革及时间的推移，数学教学的目的、内容、方法等都在不断地革新，因此这门学科可以在一个时期内形成一定体系，但它不能有最终完善的模式。引起这种变化的原因

在于：

(1) 由于社会的发展及其技术和经济的需要，教学目的增多，这不仅对教学内容的选定，而且对相应的基本技能、数学思维和数学能力的水平，均提出了新的要求。

(2) 数学科学本身的发展，学科中新的发现，势必要求对教学科目作相应的更新，删减那些已失去作用和应用价值的项目和章节。

(3) 当代人类已进入信息社会，当代青少年的认识能力已表现出有可能在较早阶段提前学习科目的某些内容。

(4) 教育科学和数学教学法的新发现，成功教学成就的推广和应用，教学手段的改善，教育过程的革进，极大地影响着数学教学科学理论体系的构成、研究范围的扩展和内容的加深。

因此，有人认为，数学教育学还是一门尖端学科。

第二节 研究数学教育学的重要意义

社会离不开数学，数学教育使青少年有效地掌握数学。马克思曾经说过：一门科学只有当它达到了能运用数学时，才算真正发展了。现在数学不仅是解决自然科学技术的有力武器，而且已大量进入社会科学的许多学科，如经济学、人口学、社会学、管理学、考古学、语言学、哲学等。可以预言，今后会有更多的学科，以更快的速度走向定量化，数学对经济和社会发展正发挥越来越重要的作用。科技的关键在人才，人才的关键在教育。数学教育可以帮助青少年有效地掌握数学知识和数学思想方法，发展数学思维，培养数学能力，从而掌握其它科学，培养才干。

数学教育的对象是人，我们这里主要说的是青少年。而青少年彼此是有差异的，他们的年龄不尽相同，认识水平和知识水平各异，用什么样的教育理论来指导教师教好、让学生学好数学，这是“数学教学法”要回答的问题。应当看到，尽管我们有自己的

教育理论，但还较薄弱。我们在教育实践中，对自己的经验缺乏总结和升华；在学习外国时，不能结合我国国情，而是良莠不分，照抄照搬，影响我国数学教育的发展和人才的培养。

有了数学教育理论的指导，在实施过程中，效果的好、坏，质量的高、低，取决于(教学)方法的选择。法国的新数运动之所以立于不败之地，除了他们的数学教师有一定的数学素养外，主要的还因为他们有一批适应新数运动及其教育方法的师资队伍。

统观中学数学教育史，凡是按教育规律办学和教学的，教育就上去，反之则不可能达到目的。正反两方面的经验教训都说明，搞数学教育不懂得数学教育的规律，不掌握数学教育方法是不行的。

第三节 中学数学教学改革

一、数学教学改革的必要性

在中学数学教育中，必须批判地继承中外传统的数学教育理论和方法，做到“古为今用”、“洋为中用”，同时，又必须依照社会发展的需要，不断地改革中学数学教育。促进教学改革的原因有六：

1. 科学技术的改革

第二次世界大战以后，生产技术发展很快，科学新分支、技术新部门层出不穷。电子计算机的广泛应用，大大提高了自动化技术的水平，有力地推动着工农业和科学技术现代化的进程。现代生产的基本特征是：

第一、科学技术从发明到应用于生产的周期愈来愈短，具体数据为：蒸汽机经过了80年，电动机经过了65年，电话经过了50年，真空管经过了33年，飞机经过了20年，原子弹经过了6年，晶体管经过了3年，激光器不到一年。

有人估计，在二十世纪第一个十年中，工业劳动生产率的提

高只有5%—10%靠采用新的科学技术,而现在有60%—80%依靠新科学技术的采用,有的行业甚至百分之百靠新的科学技术的采用才能提高劳动生产率。目前,我国有的城市工业利润的60%和增产的40%是依靠技术进步取得的。

第二、新产品、新技术迅速过时。据统计,最近十多年来发展起来的工业新技术,到今天已有30%过时,在电子技术领域中达到50%,例如,从1945年用电子管造出世界上第一台计算机,1960年即改为晶体管,1965年改用小面积集成电路;1970年又改用大规模集成电路。

第三、生产工艺的不断革新形成行业变换。现代科学技术的迅速发展,使科学上的新发现和技术上的新工艺不断涌现,据统计,十六世纪为26项,十七世纪为106项,十八世纪为156项,十九世纪为546项,二十世纪前五十年为961项,六十年代至七十年代的几十年中,各种新发现和新发明,比过去两千年的总和还要多,由于新的技术和工艺在生产上的应用,使得一些行业消失了,一些新的行业产生了。例如美国从1949年到1965年间,约有八千种职业从劳动力市场消失,同时出现了六千种以上的新职业。

第四、人在生产中的地位发生了质的变化。人从直接参加生产劳动转到主要负责控制生产。脑力劳动比重增加,生产劳动逐步变为科学劳动,社会劳动不断智力化。科学技术的革新对熟练工人和技术人员的需要量必然增加,从1960年到1972年,日本国民经济部门工作人员仅增加15%,而科研人员则翻了一翻多。1910年,全世界只有1500位科学工作者,到1962年则达到二百万以上。

由于科学技术的新发展带来了新的生产力,传统的教育内容再也不能适应新形势的需要,教材内容的改革就成为必然的趋势。西德学者哈根·拜哈威尔和恩斯特·施马金说:“人们都在谈论今天的世纪是‘科学世纪’、‘技术世纪’、‘宇宙空间世纪’和‘电子计

‘计算机世纪’，然而未来30年中，最恰当的定义是‘教育世纪’”。我们当前的主要任务是实现四个现代化，科技是四化的关键。而数学在科技现代化中所起的作用很大，因此改革数学教学内容很重要。

2. 社会的变化

现代社会结构本身急剧的变化，使数学教育内容极大地受到社会的制约。作为数学教育一个组成部分的社会数学教育要适应社会专业培训对数学的要求。

国家科委科技促进发展研究中心1986年的一份报告，采用美国经济学家波拉特四大产业经济理论和信息经济分析方法，第一次测算出我国就业结构曲线(图1.1)。1982年的就业结构为：农业71.9%，工业13%，服务业6.3%，信息业8.8%。信息部门占国民生产总值(GNP)15%。由于我国信息活动规模弱小，现阶段整个经济活动还处于由农业社会向工业社会转变的第一阶段。

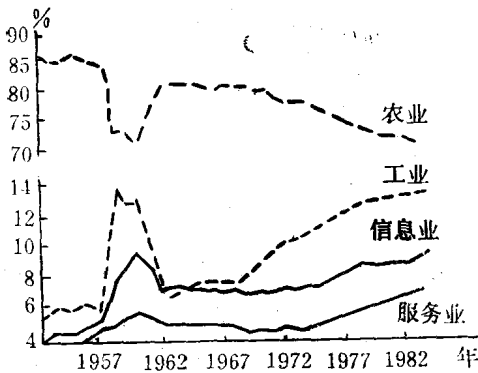


图 1.1 中国劳动力构成的结构变化

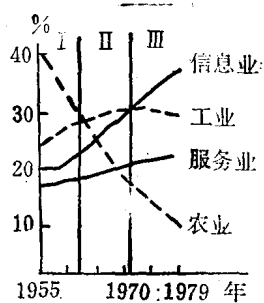


图 1.2 日本劳动力构成的结构变化

如果拿我国的就业结构数据与日本和美国的就业结构曲线(图1.2和图1.3)相比，可发现，我国1982年的信息活动规模(占劳动的比重)大约相当于日本50年代初和美国本世纪初的水平。

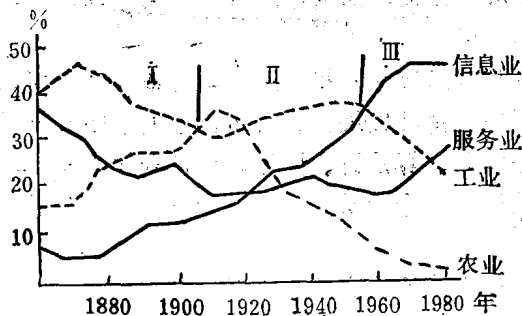


图 1.3 美国劳动力构成的结构变化

如果把日本与美国就业结构曲线比较，可以发现日本社会发展的第二阶段(即由“农业/工业劳动力相等”到“工业/信息业劳动力相等”)只经历了大约10年的时间(1962—1972年)，而美国却经历了近50年(1908—1958年)。这一差异揭示，先进的信息技术为信息活动规模迅速扩大提供了强有力的支撑。

当前，发达国家信息活动占GDP之比为40%—65%，新兴工业化国家为25%—40%，而发展中国家一般在25%以下。因此，我国当前必须“忍痛”牺牲某些工业的高速扩大，以求加大对信息经济的财力和人力的投入，数学教育也必须相应为信息化的发展服务。

3. 数学知识的“激增”和应用的广泛

人类知识总量每隔7—10年就要翻一番。从1750—1950年的210年间，知识量从2—4倍用了150年，4—8倍用了50年，8—16倍仅用了10年，原来认为数学的应用主要是在物理和工程上，近来情况有了显著的变化：首先在技术和物理中应用的数学工具大大扩充了，不仅包括传统的数学物理方程，而且越来越多地用到了群论、泛函分析、拓扑学、计算数学以及概率论与随机过程等理论。其次，数学的应用已扩展到化学、生物、医学、语言、经济管理、通讯、法律、考古等各个方面。原先认为没有多少应用