

目 录

第1章 力学	35-1	3.1 钢铁材料	35-15
1.1 质量与重量	35-1	3.2 非铁金属材料	35-19
1.2 重心	35-1	3.3 轴承合金	35-19
1.3 惯性矩	35-1	3.4 非金属材料	35-21
1.4 力学的基本定理	35-2	3.5 焊条	35-21
1.5 运动方程式	35-2	3.6 防锈及防水涂料	35-22
1.6 角速度与角加速度	35-2	第4章 机构及机械力学	35-22
1.7 圆周运动、向心力与离心力	35-2	4.1 机构的原理	35-22
1.8 保守力(有势力)	35-2	4.2 凸轮机构	35-22
1.9 功、能与功率	35-3	4.3 齿轮机构	35-23
1.10 刚体的动能	35-3	4.4 连杆机构	35-23
1.11 动量、冲量与冲击力	35-3	4.5 摩擦机构	35-24
1.12 角动量定理	35-3	4.6 其它机构	35-24
1.13 简谐振动及单摆	35-3	4.7 振动	35-24
1.14 复摆	35-3	4.8 旋转体及旋转轴的振动	35-24
1.15 碰撞	35-4	4.9 往复机构的振动	35-26
1.16 缓冲作用	35-4	4.10 其它机械振动	35-26
1.17 滑动摩擦	35-4	4.11 旋转体的平衡	35-26
1.18 滚动摩擦	35-5	4.12 往复式发动机的平衡	35-26
第2章 材料力学	35-6	4.13 接触运动	35-26
2.1 应力与应变	35-6	第5章 机械零件的设计	35-26
2.2 多向应力状态与主应力	35-6	5.1 螺纹	35-26
2.3 弹性变形与弹性模数	35-6	5.2 弹簧	35-29
2.4 材料的机械性质	35-7	5.3 轴及联轴器	35-30
2.5 静强度	35-8	5.4 轴承	35-32
2.6 材料的疲劳	35-8	5.5 齿轮	35-32
2.7 蠕变	35-8	5.6 带传动与链传动	35-34
2.8 热应力	35-8	5.7 管及管接头	35-36
2.9 许用应力与安全系数	35-9	第6章 水力学及水力机械	35-37
2.10 梁的弯曲	35-9	6.1 流体的密度、重度及粘性	35-37
2.11 轴的扭转	35-11	6.2 压力及压头	35-38
2.12 长柱的纵弯曲	35-12	6.3 静水总压力	35-38
2.13 板的弯曲	35-12	6.4 伯努利定理	35-39
2.14 圆筒及球壳的应力	35-14	6.5 层流与紊流	35-39
2.15 旋转体的应力	35-14	6.6 流体摩擦	35-40
第3章 结构材料	35-15	6.7 圆盘的转动摩擦	35-41

6.8 管道损失.....	35-41	7.3 对流放热及传热.....	35-48
6.9 管道的流量与功率.....	35-41	7.4 热辐射.....	35-49
6.10 明渠.....	35-42	7.5 热力学基本定律.....	35-49
6.11 堰.....	35-42	7.6 气体及蒸汽的性质.....	35-51
6.12 水锤现象.....	35-43	7.7 热机.....	35-51
6.13 气蚀.....	35-44	第8章 机械加工.....	35-52
6.14 水轮机.....	35-44	8.1 机械加工方法.....	35-52
6.15 泵.....	35-44	8.2 铸造法.....	35-52
6.16 动量定律.....	35-44	8.3 锻造法.....	35-54
6.17 叶轮的理論.....	35-44	8.4 冲压加工.....	35-54
6.18 流体传动装置.....	35-45	8.5 焊接及切割(不包括电焊).....	35-55
6.19 流体控制元件.....	35-46	8.6 切削加工法.....	35-56
第7章 热及热力学.....	35-46	8.7 机床.....	35-58
7.1 物质的热性质.....	35-46	8.8 各种加工表面的光洁度.....	35-58
7.2 导热.....	35-47	参考文献.....	35-58

第1章 力 学

1.1 质量与重量

力给物体以加速度，此时，力与加速度成正比。对于某一物体来说，比例系数有一个固有不变的值，这个系数称为该物体的质量。

在国际单位制 (SI) 中，质量的单位是千克 (kg)，而力的单位则是牛顿 (N)，规定，给 1 kg 的质量以 1 m/s² 的加速度的力为 1 N。

在重力单位制中，把作用于国际单位制中质量为 1 kg 的物体上的地球的引力，也就是把重力的大小 (称之为物体的重量) 作为力的单位，定义为 1 千克力 (kgf)。这里，若物体的质量为 M，重量为 W，则有关系式 $W = Mg$ 。g 表示重力加速度的大小，国际规定的标准值 $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ 。所以，重量 1 kgf 的物体的质量就为 $1/9.80665 = 0.101972 \text{ kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m}$ 。

1.2 重 心

物体的重量可以用通过该物体内某一定点的一个力来表示。这个定点称为该物体的重心。

(a) 线形的重心 (G)

三角形的周边 若其各边的中点为 A、B、C 时，则重心位于三角形 ABC 内切圆的圆心 [图 1 (a)]。

$$h_c = \frac{1}{2} \frac{b+c}{a+b+c} h_a$$

圆弧 重心在圆心角 2α 的平分线上，距圆心的距离 h_c 为 [图 1 (b)]

$$h_c = r \frac{s}{b} = r \frac{\sin \alpha}{\alpha^\circ} \frac{180^\circ}{\pi}$$

半圆周 $h_c = 2r/\pi = 0.6366r$ [图 1 (b), $\alpha = 90^\circ$]

四分之一圆周 $h_c = 2\sqrt{2}r/\pi = 0.9003r$ [图 1 (b), $\alpha = 45^\circ$]

(b) 平面图形的重心 (G)

环形的一部分

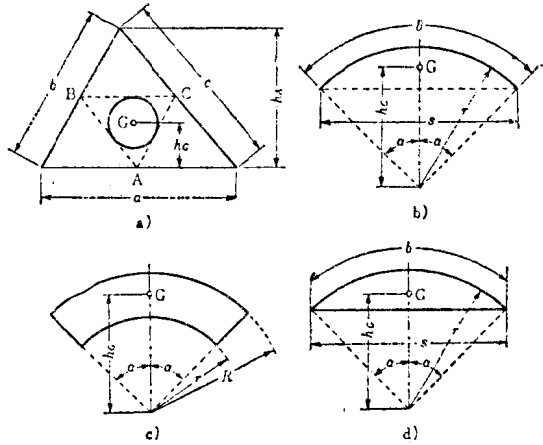


图 1

$$h_c = \frac{2}{3} \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \frac{\sin \alpha}{\alpha^\circ} \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$= 38.1972 \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \frac{\sin \alpha}{\alpha^\circ} \quad \text{[图 1 (c)]}$$

扇形

$$h_c = 38.1972 R \frac{\sin \alpha}{\alpha^\circ} \quad \text{[图 1 (c), } r = 0 \text{]}$$

$$\text{弓形 } h_c = \frac{S^3}{12A} = \frac{2}{3} \frac{r^3 \sin^3 \alpha}{A} \quad \text{[图 1 (d)]}$$

$$\text{式中, } A: \text{弓形的面积} = \frac{1}{2} r^2 \left(\frac{\alpha^\circ}{90^\circ} \pi - \sin 2\alpha \right)$$

1.3 惯 性 矩

1.3.1 对轴的惯性矩 物体 (或面积) 微质量 (或微面积) dm，与其距某轴的距离 y 平方的乘积的总和，称为该物体 (或面积) 对该轴的惯性矩，即：

$$I = \int y^2 dm$$

物体 (或面积) 的全部质量 (或全部面积) 为 M，若写作 $I = Mh^2$ ，则 h 是具有长度单位的一个

量,叫作回转半径。它表示,为要给出相同的惯性矩,认为全部质量(或全部面积)好象都集中在该处的半径。

1.3.2 平行轴定理 对任意轴的惯性矩 I 和对通过重心(或面积的中心)的平行轴的惯性矩 I_0 之间,有如下关系式:

$$I = I_0 + My_0^2$$

式中, y_0 表示两平行轴间的距离。

1.3.3 对点的惯性矩 物体(或面积)微质量(或微面积),与其距某点的距离 r 平方的乘积的总和,称为该物体(或面积)对该点的惯性矩 I_p 。即:

$$I_p = \int r^2 dm$$

又叫作极惯性矩。

1.3.4 正交轴定理 取一具有任意形状的面,并在同一平面上作 x 、 y 轴,取直角坐标 x 、 y 、 z 。若该平面对各轴的惯性矩分别为 I_x 、 I_y 、 I_z , 则 $I_z = I_x + I_y$ 。

1.4 力学的基本定理

也称牛顿运动定律,由如下三项组成:

(i) 物体若不受外力作用,则保持静止或作等速直线运动。

(ii) 物体若受外力作用,则获得加速度。加速度的方向与外力的方向相同,其大小与外力的大小成正比。

(iii) 物体相互间作用的力,其大小相等,方向相反,作用线在一条直线上。

1.5 运动方程式

外力 F 作用在质量为 M 的质点上时,若在直角坐标轴 x 、 y 、 z 方向上,该质点所获得的加速度分别为 a_x 、 a_y 、 a_z , 则质点的运动方程式可表示如下:

$$F_x = Ma_x = M \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$F_y = Ma_y = M \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$F_z = Ma_z = M \frac{d^2z}{dt^2}$$

式中, F_x 、 F_y 、 F_z : 外力 F 在 x 、 y 、 z 方向上的分力; x 、 y 、 z : 质点在瞬时 t 时的坐标。

1.6 角速度与角加速度

单位时间内所转过的角度称为角速度(ω); 单位时间内角速度的改变称为角加速度(a_ω), 即:

$$\omega = d\theta/dt$$

$$a_\omega = d\omega/dt = d^2\theta/dt^2$$

θ 是从瞬时 0 至瞬时 t 间的角位移。角速度用单位弧度/秒(rad/s)表示; 角加速度用单位弧度/秒²(rad/s²)表示。

1.7 圆周运动、向心力与离心力

质点沿半径为 r 的圆周以角速度 ω 运动时, 则有:

$$\text{线速度} \quad v = \omega r$$

$$\text{切向加速度} \quad a_t = r d\omega/dt$$

$$\text{法向加速度} \quad a_n = v^2/r = \omega^2 r$$

在等速圆周运动时, 则 $\omega = \text{常数}$, $a_t = 0$, $a_n = \omega^2 r$ 。

根据力学基本定理, 由于质点要保持在直线上等速前进, 为要将质点引向某一定点而使其作圆周运动, 就必须作用一个向着中心(定点)的力, 这个力称为向心力。此时, 根据反作用定律[1.4(iii)], 质点一定受到一个与向心力大小相等, 离开中心的力的作用, 此力称为离心力。设质量为 M , 则向心加速度为 $\omega^2 r$, 向心力和离心力的大小都为 $M\omega^2 r$ 。

1.8 保守力(有势力)

作用于任意方向 s 上的力 F , 当着可以用函数 U 在该方向上的变化率, 亦即用 $F = -\partial U/\partial s$ 表示其关系的时候, 这个力就称为保守力。重力, 弹簧力是保守力。在保守力是重力时, 设 z 是由任意基准水平面垂直向上的坐标, 则有 $U = Mgz$ 。 M 为质量, g 表示重力加速度。当保守力是弹簧力时, 在由弹簧力为 0 的位置开始作位移 x 的情况下, 则有 $U = kx^2/2$ 。 k 为弹簧常数, 表示从弹簧力为 0 的位置开始作单位位移时的弹簧力。 U 作为势能而被贮蓄在这个状态中。

不满足保守力条件的力称非保守力。摩擦力即

⊖ 原文误为角速度。——译者注

为其一例。克服非保守力所作的功决不能作为势能贮蓄起来，而是变成热能或其它能量而消失。

1.9 功、能与功率

施加力 F ，使某物体移动距离 s 所要作的功

为： $W = \int_0^s F ds$ 。在力不变的情况下，则 $W = Fs$ 。

能够作功的本领，称为能。在保守力场中静止的物体，相应于其位置而具有能量；运动的物体，相应于其速度而具有能量。例如，在重力场中，质量为 M 的静止物体，同位置低 h 的物体相比，前者比后者多能量 Mgh ，这个能量称势能。速度为 v 的物体，同静止的物体相比，前者比后者多能量 $Mv^2/2$ ，这个能量就称为动能。以角速度 ω 旋转的刚体的动能为 $I\omega^2/2$ ， I 表示刚体对旋转轴的惯性矩。

单位时间内所作功的量称作功率，用千克米/秒 (kgm/s)，瓦 (W)，千瓦 (kW) 或马力 (PS) 等单位表示。设力为 F ，若力 F 的作用点在力方向上的分速度为 v ，则力 F 所作的功率 $P = Fv$ 。

1.10 刚体的动能

刚体的运动，可用其重心的移动及绕其重心的转动来表示，其动能为 $E = Mv_c^2/2 + I\omega^2/2$ 。式中， M ：质量； v_c ：重心的速度； I ：对于通过重心的瞬时回转轴的惯性矩； ω ：绕重心转动的角速度。

1.11 动量、冲量与冲击力

若瞬时力 F 作用在质量 M 上的时间为 τ ，速度由 v_0 变化到 v ，则由 $F = Mdv/dt$ 得：

$$\int_0^\tau F dt = \int_{v_0}^v M dv = M(v - v_0)$$

式中， $\int_0^\tau F dt$ 称为冲量， Mv 称为动量。也就是说，在某个时间内动量的改变等于该时间内的冲量。

在作用力极大时，往往是，即使这个力作用的时间极短，冲量也具有一定的值使动量也产生变化。这样的冲量称为冲击力 I 。亦即：

$$I = \lim_{\tau \rightarrow 0} \int_0^\tau F dt$$

若与冲击力的影响相比，在其作用时间内，普通力 \ominus 所给予的影响就可以忽略不计。

1.12 角动量定理

动量对于一点的矩，叫作对该点的角动量 \ominus 。若所考虑的点为原点，质量 M 的质点的坐标为 x 、 y 、 z ，则由 1.5 节中所述的运动方程式，可导出如下公式：

$$\frac{d}{dt} \left[M \left(y \frac{dz}{dt} - z \frac{dy}{dt} \right) \right] = yF_z - zF_y$$

$$\frac{d}{dt} \left[M \left(z \frac{dx}{dt} - x \frac{dz}{dt} \right) \right] = zF_x - xF_z$$

$$\frac{d}{dt} \left[M \left(x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} \right) \right] = xF_y - yF_x$$

等式左边 [] 括号内表示质点对 x 、 y 、 z 轴的角动量，等式右边表示外力矩。也就是，单位时间内对某轴的角动量的改变，等于外力对该轴的力矩。这就称为角动量定理。对于质点系，以上关系同样也成立。

1.13 简谐振动及单摆

质 \ominus 点在弹簧力的作用下作直线运动的简谐振动的周期 T ，与质量 M 和弹簧常数 k 的关系是 $T = 2\pi\sqrt{M/k}$ 。 k 为质点与弹簧力为 0 的位置相距一个单位距离时所受到的弹簧力。单位时间内的振动次数 n 为 $n = 1/T$ 。若单摆摆线的长度为 l ，则在摆角很小 (8° 以下) 的情况下，周期为 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ ，与质量和摆动角度无关。

1.14 复摆

以不通过重心 G 的水平轴 O 作为支承中心，在重力作用下摆动的刚体称为复摆。在通过 O 点垂直于支承轴的直线 OG 上，取 $OP = l = I/Ms = k^2/s$ 的点 P ，称为摆动中心 (图 2)。 I ：对支承轴的惯性矩； M ：质量； s ： OG 的长度； k ：回转半径， $k^2 = \overline{GO} \cdot \overline{GP}$ 。周期 T 为：

$$T = 2\pi\sqrt{l/g} = 2\pi\sqrt{I/Mgs}$$

若把支承轴设在 P 点，则 O 就变成摆动中心，周期不变。并且， P 就成为对 O 点的打击中心，也

\ominus 此处普通力指物体自重、摩擦力等，以区别于冲击力。——校者注

\ominus 此处角动量即我们通称的动量矩。——校者注

\ominus 原文为焦点，显系印刷错误。——校者注

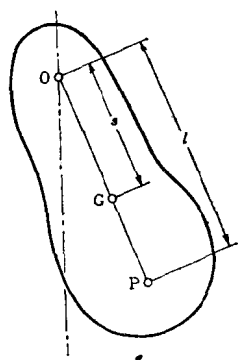


图 2

就是说,即使在P点作用一个冲击力,这个力对O点的运动也不起影响。

1.15 碰 撞

两个具有相对速度的物体相互接触而互相受到冲击力的现象,称为碰撞。若没有摩擦力和外力的作用,冲击力的作用线,当即冲击力在接触点的接触面法线上的作用线,与两个物体相对速度的方向相一致时,称为正碰撞;不一致时,称为斜碰撞。冲击力作用线通过两物体重心时,称为中心碰撞;否则就称为偏心碰撞。并且,在碰撞后,两物体相分离并分别以不同的速度运动时,称弹性碰撞;合成一体而一起运动时,称为非弹性碰撞。

中心正碰撞 设两个物体的质量分别为 m_1 、 m_2 , 碰撞前的绝对速度分别为 v_1 、 v_2 ($v_1 > v_2$), 碰撞后的速度为 u_1 、 u_2 ($u_2 \geq u_1$)。($v_1 - v_2$) 称为接近速度 \ominus , ($u_2 - u_1$) 称为分离速度 $\omin�$ 。作为基本关系式,有

$$(u_2 - u_1)/(v_1 - v_2) = e \quad (0 \leq e \leq 1) \quad (1)$$

e 称为回弹系数(恢复系数),与速度无关,是由物体的弹性所确定的一个常数。在非弹性碰撞中, $u_2 = u_1$, $e = 0$ 。当 $e = 1$ 时,称为完全弹性碰撞。根据质点系的动量不变定律,有

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (2)$$

联立式(1)和(2),得碰撞后的两物体的速度为:

$$u_1 = v_1 - (1 + e)(v_1 - v_2)m_2/(m_1 + m_2)$$

$$u_2 = v_2 + (1 + e)(v_1 - v_2)m_1/(m_1 + m_2)$$

碰撞前后的全部动能的差为:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} (1 - e^2) (v_1 - v_2)^2 \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} \end{aligned}$$

除完全弹性碰撞 ($e = 1$) 外,这一能量,变成了热能而损失掉。在碰撞过程中,当两物体被压缩而各自的重心最靠近时,两物体共同的速度为:

$$(m_1 v_1 + m_2 v_2)/(m_1 + m_2)$$

此时的动能,与碰撞前的相比减少了:

$$\frac{1}{2} (v_1 - v_2)^2 \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)}$$

这些能量变成了物体的应变能。

回转碰撞 首先以一定的角速度 ω_1 使在同一直线上的两轴中的第一根轴转动,而后,接通离合器而使静止的第二根轴跟着一起转动,此时,两轴的稳定角速度 ω' 可以由在离合器接通前后转矩相等的条件来求得,即 $\omega' = \omega_1 I_1 / (I_1 + I_2)$ 。 I_1 、 I_2 分别表示第一、第二根轴的惯性矩。动能的损失为:

$$\frac{1}{2} \omega_1^2 I_1 I_2 / (I_1 + I_2)$$

1.16 缓冲作用

具有一定速度的物体碰撞到固定壁的时候,假如它在短时间内停止的话,则由于动量是在短时间内消失而有很大的力作用在固定壁上。为了将这个力限制在适当的大小,就必须使停止所需要的时间延长。为实现这一目的装置,称为缓冲装置。缓冲装置必须是允许一边在碰撞体和固定壁之间传递作用力一边前进的一种装置。要求所产生的力的最大值应尽可能小,缓冲行程则要短。力在作用过程中保持不变形式的装置适合于这种要求。

1.17 滑动摩擦

用垂直于平面的力 N 压在平面静止的物体上,同时施加一个沿该平面方向的力要想使之滑动,只要沿平面的力不超过某个固定值的话,该物体就不会运动。这个固定值,亦即物体恰好要运动起来时的力 F_0 ,可用 $F_0 = \mu_0 N$ 表示。这样的摩擦阻力称静摩擦, μ_0 称为静摩擦系数。若预先使物体在水平

\ominus 碰撞前的相对速度。——校者注

$\omin�$ 碰撞后的相对速度。——校者注

面上静止，而后使平面逐渐倾斜，则当平面的倾斜角超过了某一固定值 λ_0 之后，该物体才开始运动。这个固定值 λ_0 称为静摩擦角。 μ_0 和 λ_0 之间，有关系式 $\mu_0 = \tan \lambda_0$ 。

用垂直于平面的力 N 压在物体上，为了使物体继续沿该平面作等速运动，必须经常施加一个等于摩擦阻力的外力 F ，该力用 $F = \mu N$ 表示。这样的摩擦阻力称动摩擦， μ 称为动摩擦系数，写成 $\mu = \tan \lambda$ 时， λ 称为动摩擦角。角 λ 表示接触面的法线方向与作用于接触面上的合力所形成的角度（图3）。

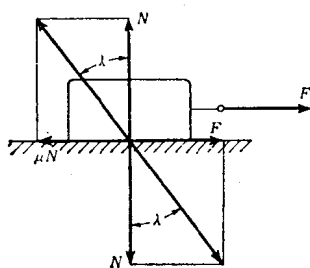


图 3

摩擦阻力和垂直力的比例关系称为库仑定律。 μ_0 和 μ 是由物体的种类和表面状态所确定的常数（表1），但随着接触压力（ N/A ， A :接触面积）的大小和速度的大小的不同，多少有些变化。一般来说， μ_0 比 μ 大。

表1 静摩擦系数 μ_0 和滑动摩擦系数 μ

物体(或摩擦付材料) (前面的滑动)	表面状态	摩擦系数	
		μ_0	μ
铸铁与铸铁或与青铜	干燥	—	0.21
	少量润滑油	0.16	0.15
	润湿	—	0.31
锻铁与锻铁	干燥	—	0.44
	少量润滑油	0.13	—
锻铁与锻铁或与青铜	干燥	0.19	0.18
	润滑	—	0.16
软钢与软钢	干燥	0.15	—

1.18 滚动摩擦

为了使圆盘或圆柱一类的回转体在水平面上由静止的状态开始无滑动地滚动，必须作用一定的转

矩 M_0 ，并且，为了使其无滑动地等速运动，必须经常地作用着一个转矩 M 。 M_0 ， M 分别是静滚动阻力矩和动滚动阻力矩，这个滚动阻力，一般称为滚动摩擦。

在回转体上施加一个垂直力 N 和使之等速运动所必要的转矩 M （图4），假如认为与滑动摩擦时有着同样比例关系的话，则 $M = fN$ 。 f 称为滚动摩擦系数，是一个具有长度单位的比例常数。滚动摩擦的机理是复杂的，一般认为，由于垂直力的作用，平面被压缩，接触面上的反力的合力偏离回转中心有很小的一段距离（图4）。这个距离，也就是滚动阻力矩的力臂长度 f 。 f 的大小不仅与物体的种类、表面的状态有关，而且也随正压力和半径而变化，其大致数值如下：

- 硬木材 $f = 0.05\text{cm}$
- 铁与铁(铸铁或软钢) $f = 0.005\text{cm}$
- 淬火钢球与钢轴承 $f = 0.0005 \sim 0.001\text{cm}$

半径为 r 的回转体，在斜面上等速滚下所必要的倾斜角 α ，可用 $\tan \alpha = f/r$ 确定。要使物体产生滑动，就必须有一个力 μN ，但要滚动的话，则作用在中心的力 F ，用 $(f/r)N$ 就可以了。

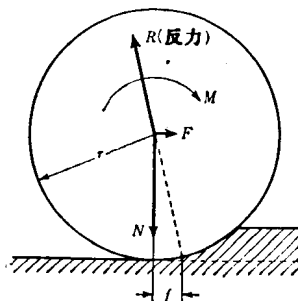


图 4

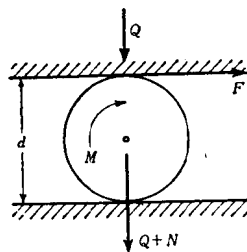


图 5

如图5所示，在回转体上放第二个平面，一边加载荷 Q ，一边在其上面运动，若要确定滚动力矩

的话, 则为:

$$M = Fd = f'Q + f(Q + N)$$

式中, F 为加在回转体上面的水平力; N 为回转体

的垂直载荷; f 是第一个平面与回转体之间的滚动摩擦系数; f' 为第二平面和回转体之间的滚动摩擦系数。

第2章 材料力学

2.1 应力与应变

物体一受外力作用, 其材料就变形而产生应变, 在材料内部抵抗这个变形而产生内力。作用在物体内部假想的任意平面单位面积上的内力称为应力。其中, 垂直于平面的分量 σ , 称为正应力〔图6 (a)], 平行于平面的分量 τ , 称为剪应力〔图6 (b)]。与此相对应, 如图6所示, 线段的伸缩量对原长的比率, 定义为纵应变 ε ; 垂直的两线段夹角的变化 (弧度, rad), 定义为剪应变 γ 。

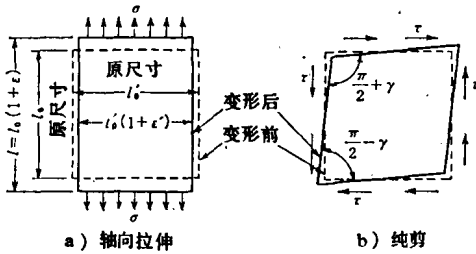


图6 应力与应变

2.2 多向应力状态与主应力

物体内部任意一点的应力状态, 可用图7所示的作用在垂直于直角坐标轴上的三个微面积上的应力分量表示, 与此相应的应变也可用同样的加下标的方式来表示。因为相邻两个平面上成对产生的剪应力因平衡而具有相等的值, 所以独立分量有六个。选择其它直角坐标轴时的应力分量值, 可以由内力平衡来求得, 但若选择特定的直角坐标轴的话, 就可使所有剪应力分量为0。此时的正应力值 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 称为主应力, 其作用方向称为主应力轴线。

例如, 图8所示只作用有 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 时, z 轴是一个主应力方向, 其主应力值 $\sigma_3 = 0$, 而其余两

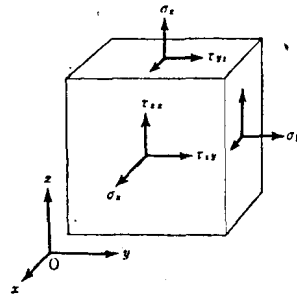


图7 一般的应力分量

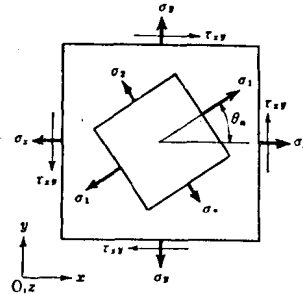


图8 主应力与主应力方向

个主应力的值 σ_1 、 σ_2 及其方向 θ_n 可用如下公式确定:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{aligned} \right\} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

$$\tan 2\theta_n = 2\tau_{xy}/(\sigma_x - \sigma_y)$$

最大剪应力为最大主应力和最小主应力差的一半, 作用在两者作用面的平分面上。

2.3 弹性变形与弹性模数

大多数材料的应力, 在称为弹性极限 (表2) 的应力值以下时, 发生弹性变形, 外力一撤去, 应变即消失。在这个应力范围内, 应力与应变成正比, 虎克定律大体上成立。这个比例常数, 称为弹性

模数。对图6所示的应力状态， $E = \sigma / \epsilon$ ， $G = \tau / \gamma$ 分别称为纵弹性模数（或者称为杨氏模量），剪切弹性模数（或刚性模量）（见表2）。除由图6(a)的正应力产生的应变 ϵ 外，还有方向与此相垂直的符号相反的纵应变 ϵ' ，两者之比 $\nu = -\epsilon' / \epsilon$ ，称为泊松比，其倒数称为泊松系数。 ν 值，钢为0.28~0.3，铸铁为0.2~0.3，铜、铜合金、铝、铝合金为0.33，混凝土为0.1~0.2。这些弹性模数之间，有关系式 $E = 2(1 + \nu)G$ 。一般弹性应力状态下的应力和应变的关系，通常可用下式确定：

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \{\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\} / E \\ \epsilon_y &= \{\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)\} / E \\ \epsilon_z &= \{\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)\} / E \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} \gamma_{yz} &= \tau_{yz} / G \\ \gamma_{zx} &= \tau_{zx} / G \\ \gamma_{xy} &= \tau_{xy} / G \end{aligned} \right\}$$

2.4 材料的机械性质

为研究工业材料的机械性质，借此进行强度设计，通常进行各种材料试验，其代表性的试验是拉伸试验。变形大时的应力与应变，随基准尺寸的选取方法不同而异。用试件的原截面积 A_0 和原标距长度 l_0 去除载荷和变形量所得的值，分别称为名义应力和名义应变。图9⊖所示是富有延性的软钢的拉伸试验中应力和应变的关系曲线图，即将名义应力应变图模式地表示的曲线图。在P点以前，材料沿斜率等于弹性模数的直线发生弹性变形，此后，应变急剧增加，直到Y点。P点和Y点的应力分别

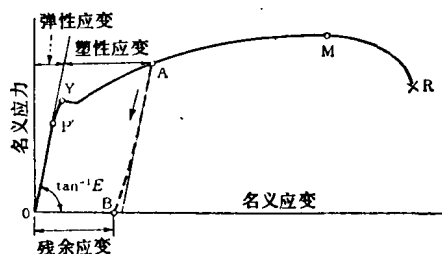


图9 名义应力-应变图

称为弹性极限和屈服点。相应于从弹性线分开的应变变量，如图所示，称为塑性应变。例如，由A点卸载的话，应变沿着与弹性线大致平行的线减少，留下OB这段残余应变或永久应变，此时，即使撤去应力，应变也不回到原先的状态，这种性质称为塑性。在塑性变形范围内，应力随应变的增加而上升，这种性质称为应变硬化。对于在应力应变图上屈服点不明显的很多材料来说，是把产生0.2%的永久应变的应力定为屈服点，有时也称之为0.2%屈服强度 $\sigma_{0.2}$ 。

若使变形进一步增加，载荷继续增加试件断裂；或者在通过最大载荷点M后，试件的一部分产生颈缩而所能承受的载荷下降，最后在R点断裂。最大载荷点的名义应力称为抗拉强度。屈服点和抗拉强度，在JIS标准的材料规格中规定了其最小值，概略数值列于表2。

表2 室温下一些材料的机械性能

材 料	E ($\times 10^5 \text{MPa}$) ^①	G ($\times 10^5 \text{MPa}$)	弹性极限 ($\times 10^2 \text{MPa}$)	屈服点 ($\times 10^2 \text{MPa}$)	抗拉强度 ($\times 10^2 \text{MPa}$)	比 重
软钢(C0.1~0.2%)	2.08	0.82	1.8~2.3	2.0~3.0	3.6~4.4	7.85
硬钢(C0.4~0.5%)	2.05	0.82	2.7~3.1	3.0	4.7~5.7	7.85
弹簧钢(淬火)	2.11	0.83	7.4~	—	13.0~17.0	7.85
镍钢(Ni2~3%)	2.05	0.82	3.2~	3.7~	5.5~6.6	7.85
铸钢	2.11	0.81	2.0~	2.0~	3.4~6.9	7.85
铸铁	0.74~1.27	0.28~0.43	—	—	1.2~2.4	7.25
铜轧材	1.03	0.39	—	—	2.0~2.7	8.90
铜线	1.18	0.43	—	—	3.4~4.8	8.90
磷青铜(弹性处理)	1.31	0.40	5.4	—	8.3	8.70
铝轧材	0.72	0.26	—	0.7~1.2	0.9~1.6	2.72
铝线	1.11	—	—	0.9~2.3	1.7~3.8	2.72
高强铝合金	0.69	0.26	—	1.0~1.3	2.0~2.5	2.80

① 百万帕，国际单位制中的应力单位， $1 \text{MPa} = 10^6 \text{N/m}^2 = 10.2 \text{kgf/cm}^2$ 。——译者注

⊖ 图中纵横坐标印刷有误，纵坐标应为名义应力，横坐标应为名义应变。——校者注

⊖ 此处0.2%屈服强度即 $\sigma_{0.2}$ 。——校者注

拉断后, 标距长度变成 l_f , 断裂面的最小截面积变为 A_f , 此时, $\varphi = (l_f - l_0)/l_0 \times 100\%$ 称为延伸率, $\psi = (A_0 - A_f)/A_0 \times 100\%$ 称为截面收缩率。这些值可用来作为表示材料塑性变形的性质, 特别是用来作为表示材料延展性的基准, 也可在受到冲击载荷时, 以及在受到交变塑性应变时作为判断材料抵抗破坏的抗力大小的资料。

2.5 静强度

材料上施加象拉伸试验那样的静载荷时, 就使材料产生弹性变形。但若应力到达某个数值以上时, 那么, 或者引起塑性变形, 或者在与最大主应力作用面大致垂直的平面上产生分离破坏, 或者在大致靠近最大剪应力作用面的平面上产生滑移破坏。在多向应力状态 (设主应力 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$) 下材料的屈服, 可以根据最大剪应力说或最大剪应变能说, 认为是在相当应力

$$\sigma_1 - \sigma_3 \text{ 或 } \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} / \sqrt{2}$$

达到单向拉伸屈服点时发生的。在韧性材料受到静载荷作用时, 屈服点或 0.2% 屈服强度可作为设计时的基准强度。

破坏时塑性变形大的称韧性破坏, 变形小的称脆性破坏。作为多向应力状态下破坏的规律, 往往可以认为, 就前者来说是上述的相当应力, 就后者来说是最大主应力 σ_1 分别超过材料的极限值时而发生的。用脆性材料时, 采用抗拉强度作为设计时的基准强度。就是同一种材料也会因应力状态和温度等条件的不同而出现不同的破坏情况。例如, 在常温下韧性破坏的低碳钢, 温度降低, 则屈服点和抗拉强度增大, 但延伸率却减小而韧性降低。另外, 如果有缺口存在的话, 那么, 在缺口底部, 三个主应力都变成正的。此时, 由于上述促使剪切变形的相当应力比促使分离断裂的最大主应力小, 所以在较低的名义应力下就从缺口部开始发生脆性破坏, 这叫做低温缺口脆性。

2.6 材料的疲劳

若在材料上交变地作用着某一大小的应力, 则材料逐渐受到损伤, 在远比静载荷小的情况下就遭到破坏。这种现象称为材料的疲劳。由于小孔和缺口一类应力集中部位的疲劳而引起的破坏事故确实

不少。取应力振幅 $S = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2$ 作为纵坐标, 在该应力振幅下产生疲劳破坏时应力交变的次数作为横坐标 (对数标度) 而作成的曲线, 称为 $S-N$ 曲线。这是一条随着 S 的下降而 N 增加的往下降的曲线。但对于钢材, 当 N 到达 $10^6 \sim 10^7$ 次以上时, $S-N$ 曲线就变得水平, 这个水平部分的应力振幅就称为疲劳极限, 是经受无限次交变而不会破坏的应力的上限值。非铁金属通常是, 即使到 5×10^8 次也不会达到水平的。所以, 在大多数情况下是以 10^7 次交变次数的应力振幅规定为疲劳极限。疲劳极限随着平均应力 $(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2$ 增大而下降。并且, 就是同一种材料, 其疲劳极限也随拉伸压缩、旋转弯曲、扭转等载荷形式的不同而有着不同的数值。平均应力为 0 时的旋转弯曲和对称交变扭转的疲劳极限 σ_w 及 τ_w , 若抗拉强度为 σ_b , 则一般来说, 大约可取 $\sigma_w = (0.3 \sim 0.6)\sigma_b$, $\tau_w = (0.15 \sim 0.3)\sigma_b$ 。材料的疲劳极限值, 作为标准, 是用表面经研磨的小试件求得的。但在强度设计时, 必须考虑许多因素, 诸如部件的尺寸大小、缺口的形状、表面状况、加工处理情况、热处理、环境的腐蚀作用以及使用温度等等对实物的疲劳极限会产生很大的影响。

2.7 蠕变

材料如在高温下长时间承受载荷的话, 那么, 即使应力不变, 应变也会随时间而慢慢增大, 在远小于抗拉强度的应力下就达到破坏。应变这样随时间而增大的现象称为蠕变。这种现象, 应力越大, 温度越高, 应变的增大的速度就越大, 而且断裂前的应变也越大, 到达断裂的时间就越短。这种现象, 在如铅一类低熔点金属中, 就是在常温下也会出现。在碳素钢中, 大约在 350°C 以上时就变得明显。即使在高温, 当应力在某值以下, 经某一时间后, 蠕变也会停止, 这个极限应力叫做该材料在该温度下的蠕变极限。但是, 在实用上是采用在一定时间内产生一定蠕变应变, 如 10000 小时内 0.1% 应变那样的应力等, 作为蠕变强度设计的资料。另外, 就蠕变断裂来说, 某一规定的时间内发生蠕变断裂的应力, 称为蠕变断裂强度, 如表示为某温度下 1000 小时蠕变断裂强度。

2.8 热应力

温度如从 t_0 变化到 t , 则线膨胀系数为 α 的

材料, 由于热膨胀产生垂直应变 $\alpha(t - t_0)$ 。这一应变与由前述应力所产生的应变之和就成为实际的应变。例如, 在将一根直棒的两端固定时, 由于应变之和为 0, 即 $\sigma/E + \alpha(t - t_0) = 0$, 所以产生应力 $\sigma = -E\alpha(t - t_0)$ 。这样, 由于边界对位移的限制和温度的不均匀分布, 使材料各部分自由热膨胀受到阻碍, 由此而产生的应力, 称为热应力。因温度变化的反复所产生的热应力的反复而引起的疲劳现象称为热疲劳。另外, 若物体表面急剧加热或者冷却, 就产生大的温度梯度, 其结果造成很大的热应力冲击, 这称为热冲击。

2.9 许用应力与安全系数

机械和结构物等, 为了在所规定的使用期内不产生过大的变形和破坏等不合理情况而达到预期的目的, 必须根据使用材料的性质、载荷的种类、其它使用状况, 将构件中所产生的应力限制在某个数值以下。这种安全上得以容许的极限应力称为许用应力。材料的强度随载荷的种类和使用条件的不同而异: 在常温附近, 因静载荷屈服和破坏时, 以抗拉强度或屈服点作为基准强度; 在高温下, 以蠕变极限或蠕变断裂强度为基准强度; 在交变载荷下, 以疲劳极限等作为基准强度。这个基准强度与许用应力的比值称为安全系数。作为安全系数来说, 实际上是按照机械和结构物的种类、载荷和材料的特性等因素而采用了各种经验数值。

2.10 梁的弯曲

杆件受到横向载荷或力偶载荷产生弯曲, 当杆件主要抵抗弯曲作用时, 称为梁。由于这种载荷的作用, 梁受到剪切作用和弯曲作用, 在垂直于纵轴的横截面上, 产生剪应力和正应力。这个横截面上的剪应力的合力称为剪力。又, 正应力绕横截面的形心轴所得到的力矩, 称弯矩。剪力 F 的大小, 等于作用在梁所考虑截面那某一侧的外力 (也包括支点反力) 的总和。而弯矩 M 的大小, 则等于作用在所考虑截面某侧的所有外力矩的总和。横截面上形成弯矩的正应力, 即弯曲应力是从弯曲的凸边拉伸应力向着凹边压缩应力变化, 在中间产生一个应力和应变为 0 的纵截面, 称之为中性面。中性面和横截面的交线称为截面的中性轴。梁上没有轴向力作用时, 中性轴通过截面的形心。在弹性范围内,

弯曲应力在截面内从拉伸到压缩与距中性轴的距离成正比地作直线变化。距中性轴最远的点上产生最大的拉伸应力和压缩应力, 称之为边缘弯曲应力。若 I 为对中性轴的截面惯性矩, e 为由中性轴到最远点的距离, 则边缘弯曲应力 σ_b 可用

$$\sigma_b = M_e / I = M / Z$$

给出。 $Z = I / e$ 称为抗弯截面模量, 只与截面的形状尺寸和中性轴的位置有关。表 3 中列出了对通过图示截面形心轴的截面惯性矩和抗弯截面模量, 当外力形成的力矩绕这个轴作用的时候, 这个

表 3 通过形心的水平轴的惯性矩 I 和抗弯截面模量 Z

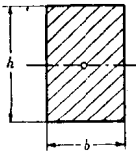
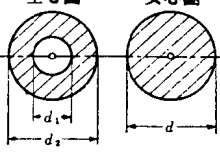
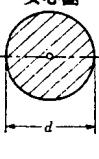
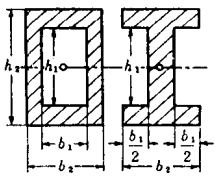
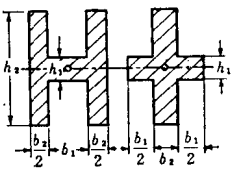
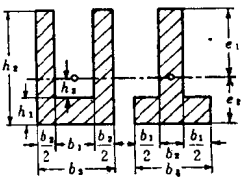
截 面 图	I 及 Z
	$I = \frac{bh^3}{12}$ $Z = \frac{bh^2}{6}$
空心圆  实心圆 	空心圆 $I = \pi(d_2^4 - d_1^4)/64$ $Z = \pi(d_2^4 - d_1^4)/32d_2$ 实心圆 $I = \pi d^4/64$ $Z = \pi d^3/32$
	$I = \frac{b_1 h_1^3 - b_2 h_2^3}{12}$ $Z = \frac{b_1 h_1^3 - b_2 h_2^3}{6 h_2}$
	$I = \frac{b_2 h_2^3 + b_1 h_1^3}{12}$ $Z = \frac{b_2 h_2^3 + b_1 h_1^3}{6 h_2}$
	$I = (b_2 e_1^3 + b_3 e_2^3 - b_1 h_3^3)/3$ $Z_1 = I/e_1, Z_2 = I/e_2$ 式中: $e_2 = \frac{b_2 h_2^2 + b_1 h_1^2}{2(b_2 h_2 + b_1 h_1)}$ $e_1 = h_2 - e_2, h_3 = e_2 - h_1$

表 4 梁的图表及公式

序号	载荷, 弯矩图及剪力图	反力 R 及剪力 F	弯 矩 M	挠 度 δ
1		$R_2 = W$ $F = W$ $F_{\max} = W$	$M = Wx$ $M_{\max} = M_{x=l} = Wl$	$\delta = \frac{Wl^3}{3EI} \left(1 - \frac{3x}{2l} + \frac{x^2}{2l^2} \right)$ $\delta_{\max} = \delta_{x=0} = \frac{Wl^3}{3EI}$
2		$R_2 = wl$ $F = wx$ $F_{\max} = F_{x=l} = wl$	$M = \frac{wx^2}{2}$ $M_{\max} = M_{x=l} = \frac{wl^2}{2}$	$\delta = \frac{wl^4}{8EI} \left(1 - \frac{4x}{3l} + \frac{x^4}{3l^3} \right)$ $\delta_{\max} = \delta_{x=0} = \frac{wl^4}{8EI}$
3		$R_1 = \frac{Wl_2}{l}$ $R_2 = \frac{Wl_1}{l}$ $0 < x < l_1$: $F = -\frac{Wl_2}{l}$ $l_1 < x < l$: $F = \frac{Wl_1}{l}$	$0 \leq x \leq l_1$: $M = -\frac{Wl_2}{l}x$ $l_1 \leq x \leq l$: $M = -\frac{Wl_1}{l}(l-x)$ $M_{\max} = M_{x=l_1} = -\frac{Wl_1l_2}{l}$	$0 \leq x \leq l_1$ $\delta = \frac{Wl_1^2l_2^2}{6EI} \left(\frac{2x}{l_1} + \frac{x}{l_2} - \frac{x^3}{l_1^2l_2} \right)$ <p>$l_1 \leq l_2$ 时 $x = \sqrt{(l^2 - l_2^2)}/3$</p> $\delta_{\max} = \frac{Wl_2(l_2 - l_1^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}EI}$ $\delta_{x=l_1/2} = \frac{Wl_2(3l^2 - 4l_2^2)}{48EI}$ $\delta_{x=l_1} = \frac{Wl_1^2l_2^2}{3EI}$
4		$R_1 = R_2 = \frac{wl}{2}$ $F = w \left(x - \frac{l}{2} \right)$ $F_{\max} = \mp \frac{wl}{2}$	$M = \frac{wx}{2} \left(x - l \right)$ $M_{\max} = M_{x=l/2} = -\frac{wl^2}{8}$	$\delta = \frac{wl^4}{24EI} \left(\frac{x}{l} - \frac{2x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right)$ $\delta_{\max} = \delta_{x=l/2} = \frac{5wl^4}{384EI}$

(续)

序号	载荷, 弯矩图及剪力图	反力R及剪力F	弯矩M	挠度δ
5		$R_1 = \frac{Wl_2^2(3l_1+l_2)}{l^3}$ $R_2 = \frac{Wl_1^2(l_1+3l_2)}{l^3}$ $0 < x < l_1:$ $F = -\frac{Wl_2^2(3l_1+l_2)}{l^3}$ $l_1 < x < l:$ $F = \frac{Wl_1^2(l_1+3l_2)}{l^3}$	$0 \leq x \leq l_1:$ $M = \frac{Wl_2^2}{l^2} \left\{ l_1 - \frac{(3l_1+l_2)x}{l} \right\}$ $l_1 \leq x \leq l:$ $M = -\frac{Wl_1^2}{l^2} \left\{ l_1 + 2l_2 - \frac{(l_1+3l_2)x}{l} \right\}$ $M_1 = M_{x=0} = \frac{Wl_1l_2^2}{l^2}$ $M_2 = M_{x=l} = \frac{Wl_1^2l_2}{l^2}$ $M_3 = M_{x=l_1} = -\frac{2Wl_1^2l_2^2}{l^3}$ $l_1 \geq l_2 \text{ 时 } : M_{\max} = M_2$	$0 \leq x \leq l_1:$ $\delta = \frac{Wl_2^2x^2}{6EI} \left\{ \frac{3l_1}{l} - \frac{(3l_1+l_2)x}{l^2} \right\}$ $l_1 \leq x \leq l:$ $\delta = \frac{Wl_1^2x^2}{6EI} \left\{ \frac{3l_1}{l} - \frac{(3l_1+l_2)x}{l^2} + \frac{W(x-l_1)^3}{6EI} \right\}$ $l_1 \geq l_2 \text{ 时 } x = \frac{2l_1l_2}{3l_1+l_2}$ $\delta_{\max} = \frac{2Wl_1^3l_2^2}{3EI(3l_1+l_2)^2}$ $\delta_{x=l/2} = \frac{Wl_2^2(3l_1-l_2)}{48EI}$ $\delta_{x=l_1} = \frac{Wl_1^3l_2^2}{3EI l^3}$
6		$R_1 = R_2 = \frac{wl}{2}$ $F = w \left(x - \frac{l}{2} \right)$ $F_{\max} = \mp \frac{wl}{2}$	$M = \frac{wl^2}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right)$ $M_{\max} = M_{x=0} = M_{x=l} = \frac{wl^2}{12}$ $M_{x=l/2} = -\frac{wl^2}{24}$	$\delta = \frac{wl^4}{24EI} \left(\frac{x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right)$ $\delta_{\max} = \delta_{x=l/2} = \frac{wl^4}{384EI}$

轴就成为中性轴。横截面上构成剪力F的剪应力, 一般来说, 离中性轴最远的位置上最小, 中性轴附近最大。若横截面面积为A, 则这个最大值 τ_{\max} 可用

$$\tau_{\max} = \kappa \cdot F/A$$

表示。系数 κ 的值, 当F作用在矩形截面的对称轴方向上时, $\kappa = 1.5$; 圆形截面时, 则 $\kappa = 4/3$ 。

在弹性范围内, 由弯矩产生的梁的曲率与弯矩成正比。设E为纵弹性模数, 则曲率可用

$$1/\rho = M/EI$$

给出。EI称为梁的抗弯刚度。在梁的挠度 δ 很小时, 若取x为梁的纵轴方向的坐标, 则:

$$d^2\delta/dx^2 = 1/\rho = M/EI$$

由此, 可求得对于各种支承及载荷条件下所产生的梁的挠度。

表4所示是等截面直梁上, 作用着集中力W或单位长度上作用着均布载荷w时的图表及公式。

2.11 轴的扭转

在直圆轴上作用着矢量向着轴线方向的力偶载荷, 也就是扭矩时, 横截面保持平面而被扭转某一角度(弧度), 相距单位长度的两个横截面间的扭转角称为比扭角 Θ 。在弹性范围内, 轴的横截面上产

⊖ 此处比扭角即我们通常称的单位扭转角。——校者注

生与距圆心的距离成正比，指向着圆周方向的剪应力，并且，在通过中心轴的纵向截面上，也成对地产生轴线方向的同值的剪应力。若受扭矩 T 作用，直径为 d 的实心圆轴上产生的比扭角为 θ ，边缘上产生的最大剪应力为 τ_{max} ，剪切弹性模数为 G ，则有如下关系式：

$$\theta = \frac{32T}{\pi d^4 G}, \tau_{max} = \frac{16T}{\pi d^3} = G\theta \frac{d}{2}$$

在具有任意截面形状的直轴扭转时，一般可用

$$\theta = T/\phi, \tau_{max} = T/Z_p$$

表示， ϕ 称为轴的抗扭刚度， Z_p 称为抗扭截面模量，这些值示于表 5。当轴是圆轴（空心、实心）时，最大剪应力在外周边缘上，是相同的；但在其它场合，却是不相同的。在表中所示以外的例子中，最大剪应力产生在周界距中心最近的位置上。

表 5 各种截面形状的轴的抗扭刚度和抗扭截面模量

截面形状 (尺寸)	抗扭刚度 Φ	抗扭截面模量 Z_p
实心圆 (直径 d)	$\frac{\pi}{32} d^4 G$	$\frac{\pi}{16} d^3$
空心圆 (内径 d_1 , 外径 d_2)	$\frac{\pi}{32} (d_2^4 - d_1^4) G$	$\frac{\pi}{16} \frac{d_2^4 - d_1^4}{d_2}$
椭圆 (短轴 $2a$, 长轴 $2b$)	$\frac{\pi a^3 b^3}{a^2 + b^2} G$	$\frac{\pi}{2} a^2 b$
正方形 (边长 a)	$\frac{a^4}{7.114} G$	$0.2082 a^3$
长方形 (短边 a , 长边 b)	$\frac{a^3 b^3 G}{k(a^2 + b^2)}$ 式中： $k \approx \begin{cases} 3.5 (b/a < 3) \\ 3.3 (b/a \geq 3) \end{cases}$	$\frac{a^2 b}{3 + 1.8 a/b}$ (近似式)

2.12 长柱的纵弯曲

细长形状的柱子受到中心压缩载荷时，在某一载荷下开始急剧地向侧面挠曲，这种现象称为纵弯曲，其载荷称为临界载荷。产生这个现象的细长柱子称为长柱，柱子的强度实质上是由这个纵弯曲来

决定的。等截面长柱（长： l ；截面积： A ；截面惯性矩的最小值，即在最容易产生弯曲的方向上弯曲的情况下对于中性轴的惯性矩： I ；惯性半径： $k = \sqrt{I/A}$ ，纵弹性模数： E ），在其材料的弹性范围内产生的临界载荷 P_k 及临界应力 σ_k ，可以用下列欧拉(Euler)公式确定：

$$P_k = C\pi^2 EI/l^2,$$

$$\sigma_k \equiv P_k/A = C\pi^2 E(k/l)^2 = \pi^2 E/\lambda_k^2$$

式中， C ：由柱子两端的支承条件确定的系数，称为固定系数，其值如图 10 所示。 $\lambda = l/k$ ，称柱子的长细比。 $l_k = l/\sqrt{C}$ ：称等效柱长； $\lambda_k = l_k/k$ ：称等效长细比，其意义是，换算成固定系数 $C = 1$ 的两端铰支的柱子等效的柱长及长细比。

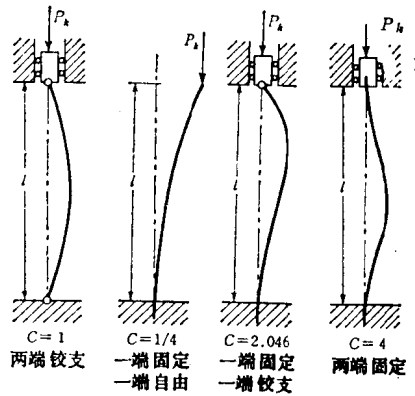


图10 纵弯曲的固定系数 C

当等效长细比小到某个程度以下，用上式计算的临界应力超过材料的压缩屈服点 σ_s 时，就产生塑性纵弯曲，临界载荷低于上式计算的值。作为在这个范围内的实验公式之一，有确定系数 K ，以便将 σ_k 作为 λ_k 的几次曲线而平滑地与上述公式相连接起来的公式，即：

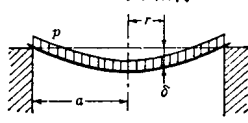
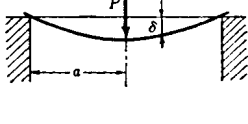
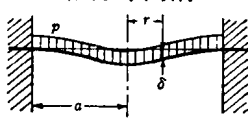
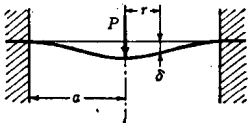
$$\sigma_k = \sigma_s \left\{ 1 - K \left(\frac{\sqrt{\sigma_s}}{\pi \sqrt{E}} \lambda_k \right)^n \right\}, (\sigma_k \geq \sigma_s)$$

式中， $n = 2$ ，适用于钢材； $n = 1.5$ ，适用于轻合金，此时 K 的值分别为 $K = 0.25$ 、 0.3027 。此外，还有其它各种理论和实验公式可作参考。

2.13 板的弯曲

2.13.1 圆板的应力与挠度 由纵弹性模数 E ，泊松比 ν 的材料作成的半径为 a ，板厚 h 的圆板受到由集中力 P 或者单位面积上的载荷为 p 的均

表6 圆板的应力及挠度

序号	载荷形式	应力 σ_t 、 σ_r	挠度 δ
1	<p>四周简支, 均布载荷</p> 	$\sigma_t = \mp \frac{3P}{8h^2} \{ (3 + \nu)a^2 - (1 + 3\nu)r^2 \}$ $\sigma_r = \mp \frac{3P}{8h^2} (3 + \nu)(a^2 - r^2)$ $r = 0:$ $\sigma_{t \max} = \sigma_{r \max} = \mp \frac{3(3 + \nu)pa^2}{8h^2}$ $= \mp 1.24 \frac{pa^{2*}}{h^2}$	$\delta = \frac{p}{64D} (a^2 - r^2) \left(\frac{5 + \nu}{1 + \nu} a^2 - r^2 \right)$ $r = 0:$ $\delta_{\max} = \frac{(5 + \nu)pa^4}{64(1 + \nu)D} = 0.696 \frac{pa^{4*}}{Eh^3}$
2	<p>四周简支, 中心集中载荷</p> 	$\sigma_t = \mp \frac{3P}{2\pi h^2} \left\{ (1 + \nu) \log \frac{a}{r} + 1 - \nu \right\}$ $\sigma_r = \mp \frac{3P}{2\pi h^2} (1 + \nu) \log \frac{a}{r}$ $r = 0: (\text{下表面})$ $\sigma_t = \sigma_r = \frac{P}{h^2} \left\{ \frac{3}{2\pi} + (1 + \nu) \right.$ $\left. \times \left(0.485 \log \frac{a}{h} + 0.52 \right) \right\}$	$\delta = \frac{P}{16\pi D} \left\{ \frac{3 + \nu}{1 + \nu} (a^2 - r^2) - 2r^2 \log \frac{a}{r} \right\}$ $r = 0:$ $\delta_{\max} = \frac{(3 + \nu)Pa^2}{16\pi(1 + \nu)D} = 0.552 \frac{Pa^{2*}}{Eh^3}$
3	<p>四周固定, 均布载荷</p> 	$\sigma_t = \mp \frac{3P}{8h^2} \{ (1 + \nu)a^2 - (1 + 3\nu)r^2 \}$ $\sigma_r = \mp \frac{3P}{8h^2} \{ (1 + \nu)a^2 - (3 + \nu)r^2 \}$ $r = a: \sigma_t = \pm \frac{3\nu}{4} \frac{pa^2}{h^2}, \sigma_r \max = \pm \frac{3pa^2}{4h^2}$ $r = 0: \sigma_t \max = \mp \frac{3(1 + \nu)pa^2}{8h^2}$	$\delta = \frac{p}{64D} (a^2 - r^2)^2$ $r = 0:$ $\delta_{\max} = \frac{pa^4}{64D} = 0.171 \frac{pa^{4*}}{Eh^3}$
4	<p>四周固定, 中心集中载荷</p> 	$\sigma_t = \mp \frac{3P}{2\pi h^2} \left\{ (1 + \nu) \log \frac{a}{r} - \nu \right\}$ $\sigma_r = \mp \frac{3P}{2\pi h^2} \left\{ (1 + \nu) \log \frac{a}{r} - 1 \right\}$ $r = a: \sigma_t = \mp \frac{3\nu P}{2\pi h^2}, \sigma_r = \pm \frac{3P}{2\pi h^2}$ $r = 0: (\text{下表面})$ $\sigma_t = \sigma_r = \frac{P}{h^2} (1 + \nu) \left(0.485 \log \frac{a}{h} + 0.52 \right)$	$\delta = \frac{P}{16\pi D} \left(a^2 - r^2 - 2r^2 \log \frac{a}{r} \right)$ $r = 0:$ $\delta_{\max} = \frac{Pa^2}{16\pi D} = 0.217 \frac{Pa^{2*}}{Eh^3}$

注: * 表示泊松比 $\nu = 0.3$ 时的值。

布载荷作用而弯曲时,在任意半径 r 位置上产生的挠度 δ ,圆周方向及半径方向上作用的正应力在板表面上产生的外边缘弯曲应力 σ_t 以及 σ_r (+为拉伸, -为压缩,双写符号中,上为板的上平面、下为板的下平面上的值)列于表6。其中, $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ 是板的抗弯刚度。

2.13.2 长方形板的应力与挠度 短边为 a , 长边为 b , 板厚为 h 的长方形板,整个平面上有均布载荷 p 垂直作用于板上时,最大挠度 δ_{max} 及最大应力 σ_{max} ,由下式确定:

$$\delta_{max} = \alpha \cdot pa^4/Eh^3, \quad \sigma_{max} = \beta \cdot pa^2h^2$$

在长方形板的四周边为简单支承及固定的情况下,其系数 α 及 β 的值如图 11 所示,设 $\nu = 0.3$ 。

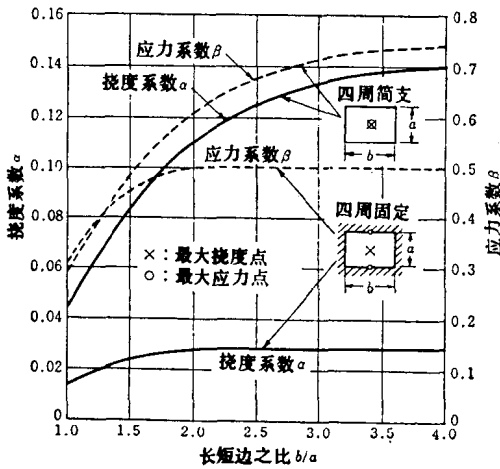


图11 长方形板的应力及挠度的系数

2.14 圆筒及球壳的应力

2.14.1 受内压力及外压力作用的厚壁圆筒 (图 12)内半径 r_1 , 外半径 r_2 的厚壁圆筒,在受内压力 p_1 及外压力 p_2 作用时,任意半径 r 上的周向应力 σ_t 及径向应力 σ_r 分别为

$$\sigma_t = \frac{p_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(\frac{r_2^2}{r^2} + 1 \right) - \frac{p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2} \right)$$

$$\sigma_r = -\frac{p_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(\frac{r_2^2}{r^2} - 1 \right) - \frac{p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right)$$

在只有内压力作用的情况下, $r = r_1$ 时,

$$\sigma_{tmax} = p_1(r_2^2 + r_1^2)/(r_2^2 - r_1^2)$$

在只有外压力作用的情况下, $r = r_1$ 时,

$$\sigma_{tmax} = -2p_2 r_2^2/(r_2^2 - r_1^2)$$

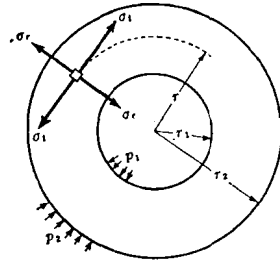


图12 厚壁圆筒

2.14.2 受内压力作用的薄壁圆筒 与内半径 r_1 相比,壁厚 $t = r_2 - r_1$ 非常小的薄壁圆筒,由内压力 p_1 作用而产生的周向应力与半径 r 的大小无关,其值大致相同: $\sigma_t = p_1 r_1 / t$, 并且,径向应力 σ_r 与此相比,可以忽略不计。当这种薄壁圆筒的两端用端板封闭时,则由于作用在端板上的内压力而在圆筒的横截面上产生轴向应力 $\sigma_z = p_1 r_1 / 2t$ 。

2.14.3 受内压力作用的薄壁球壳 内半径 r_1 , 壁厚 t 的薄壁球壳,在受内压力 p_1 作用时,其周向应力为 $\sigma_t = p_1 r_1 / 2t$ 。

2.15 旋转体的应力

设旋转体的内半径为 r_1 , 外半径为 r_2 , 角速度为 ω , 材料的泊松比为 ν , 密度为 γ , 任意半径 r 上的径向应力为 σ_r , 周向应力为 σ_t , 轴向应力为 σ_z 。

2.15.1 具有中心孔的等厚度旋转圆盘

$$\sigma_t = \gamma \omega^2 \frac{3 + \nu}{8} \left(r_1^2 + r_2^2 + \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} - \frac{1 + 3\nu}{3 + \nu} r^2 \right)$$

$$\sigma_r = \gamma \omega^2 \frac{3 + \nu}{8} \left(r_1^2 + r_2^2 - \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} - r^2 \right)$$

在 $r = r_1$ 时, 有

$$\sigma_{tmax} = \gamma \omega^2 \frac{3 + \nu}{4} \left(r_2^2 + \frac{1 - \nu}{3 + \nu} r_1^2 \right)$$

在 $r = \sqrt{r_1 r_2}$ 时, 有

$$\sigma_{rmax} = \gamma \omega^2 \frac{3 + \nu}{8} (r_2 - r_1)^2$$

应力全为拉伸应力,最大应力是内圆周上的 σ_{tmax} 。

2.15.2 无中心孔的等厚度旋转圆盘 σ_t, σ_r 的计算式, 可由 2.15.1 节中的公式代入 $r_1 = 0$ 所得的算式给出。最大应力发生在中心 $r = 0$ 处:

$$\sigma_{tmax} = \sigma_{rmax} = \gamma\omega^2 \frac{3 + \nu}{8} r_2^2$$

2.15.3 旋转圆筒

$$\sigma_t = \gamma\omega^2 \frac{3 - 2\nu}{8(1 - \nu)} \left(r_1^2 + r_2^2 + \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} - \frac{1 + 2\nu}{3 - 2\nu} r^2 \right)$$

$$\sigma_r = \gamma\omega^2 \frac{3 - 2\nu}{8(1 - \nu)} \left(r_1^2 + r_2^2 - \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} - r^2 \right)$$

$$\sigma_z = \begin{cases} \gamma\omega^2 \frac{\nu}{4(1 - \nu)} (r_1^2 + r_2^2 - 2r^2) \\ \quad \text{(在轴向力 } \int_{r_1}^{r_2} \sigma_z 2\pi r dr = 0 \text{ 时)} \\ \gamma\omega^2 \frac{\nu(3 - 2\nu)}{4(1 - \nu)} \left(r_1^2 + r_2^2 - \frac{2}{3 - 2\nu} r^2 \right) \\ \quad \text{(在轴向应变 } \epsilon_z = 0 \text{ 时)} \end{cases}$$

在 $r = r_1$ 时, 有

$$\sigma_{tmax} = \gamma\omega^2 \frac{3 - 2\nu}{4(1 - \nu)} \left(r_2^2 + \frac{1 - 2\nu}{3 - 2\nu} r_1^2 \right)$$

在 $r = \sqrt{r_1 r_2}$ 时, 有

$$\sigma_{rmax} = \gamma\omega^2 \frac{3 - 2\nu}{8(1 - \nu)} (r_2^2 - r_1^2)^2$$

其中, 最大应力是 σ_{tmax} 。

第3章 结构材料

3.1 钢铁材料

3.1.1 碳素钢 碳素钢的机械性能和物理性能随含碳量的多少而不同。一经淬火, 就形成内应变多的马氏体组织而显著变硬。但若进行退火, 则形成微粒碳化物分散的屈氏体及索氏体组织, 使碳素钢软化, 同时获得韧性。

表 7 和表 8 所示是碳素钢的机械性能及物理性能。

碳素钢的弹性模数与含碳量的多少没有太大关系, 杨氏模量为 20000~23000kgf/mm², 刚性模

量 \ominus 为 7700~8450kgf/mm², 泊松比为 0.28。温度升高, 弹性模数、屈服强度稍有减小, 但到温度为 200~300℃时, 抗拉强度略有增加的趋势。并且, 在常温以下, 从 -70℃左右开始, 延伸率减小, 冲击值几乎达到 0。

钢琴丝 含碳量 0.6~1.0%, 抗拉强度为 150~300kgf/mm²。作弹簧使用时, 在作成弹簧形状后, 进行 300℃、10 分钟左右的热处理。

3.1.2 特殊钢

低合金高张力钢 是含碳 C \leq 0.2%, 含锰 Mn \leq 1.5% 并含 Ni、Cr、Mo、V 等元素, 具有抗

表 7 碳素钢的机械性能

含碳量%	热处理(°C)		拉 伸 试 验				冲击试验	硬度试验
	淬 火	回 火	屈服点 (kgf/mm ²)	抗拉强度 (kgf/mm ²)	延伸率 (%)	截面收缩率 (%)	冲击值 (摆锤式) (kgf·m/cm ²)	硬 度 HB
0.25~0.35	850~900 水冷	550~650 急冷	34 以上	55 以上	23 以上	57 以上	11 以上	152~212
0.30~0.40	840~890 水冷	550~650 急冷	40 以上	58 以上	22 以上	55 以上	10 以上	167~235
0.35~0.45	830~880 水冷	550~650 急冷	45 以上	62 以上	20 以上	50 以上	9 以上	179~255
0.40~0.50	820~870 水冷	550~650 急冷	50 以上	70 以上	17 以上	45 以上	8 以上	201~269
0.45~0.55	810~860 水冷	550~650 急冷	55 以上	75 以上	15 以上	40 以上	7 以上	212~277
0.50~0.60	800~850 水冷	550~650 急冷	60 以上	80 以上	14 以上	35 以上	6 以上	229~285

\ominus 即剪切弹性模数或称第二弹性模数。——译者注