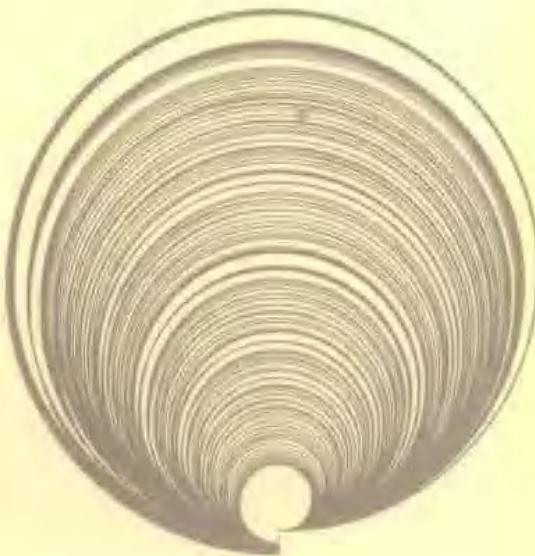


岩波講座 基礎工学 2

# 電磁気学 II

岡村 総吾著



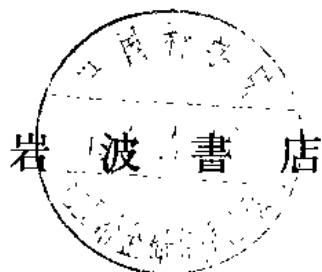
岩波書店

岩波講座 基礎工学 2

# 電 磁 氣 学

II

岡 村 総 吾



岩波講座 基礎工学 2 電磁気学 II

(全 19 卷／第 17 回配本)

1970 年 7 月 10 日 第 1 刷発行 ©

東京都千代田区一ツ橋 2-5-5 株式会社 岩波書店／精興社印刷・松岳社製本

## 目 次

### 第3章 電 流

3.1 定常電流	107
3.2 導体の性質、抵抗	109
3.3 電気回路、起電力	116
3.4 電気回路の法則	119
3.5 電 力	126
3.6 連続導体中の電流	127
3.7 電流に関する諸現象	129
演習問題	133

### 第4章 真空中の静磁界

4.1 磁気現象	135
4.2 磁界の強さと磁束密度	137
4.3 電流にもとづく磁界	139
4.4 アンペアの周回路の法則	143
4.5 磁化と磁気ベクトル・ポテンシャル	149
4.6 磁界にもとづく力	160
演習問題	168

### 第5章 磁 性 体

5.1 物質の磁気的性質	171
5.2 磁 化	174
5.3 磁性体の種類	179
5.4 磁性体の存在する場合の磁界	186
5.5 磁 気 回 路	202
5.6 磁界のエネルギー、磁性体に働く力	206
演習問題	207

### 付 錄 II

## 第3章

# 電流

電池や発電機などのような電源を用いて、導体に一定の電界が加わるようになると、持続した電荷の移動、すなわち電流を発生する。まずもっとも代表的な導体である金属について、電界により生ずる伝導電子の移動から、導電率および抵抗率を求め、次に均質な物質の導体について、コンダクタンスや抵抗を定義し、オームの法則を説明している。また電気回路の概念を述べ、キルヒホフの法則を用いて電気回路網の電流を求める方法を示し、さらに抵抗に電流が流れたときジュール熱を発生して、電力を消費することを述べている。

次に連続導体中の電流について考察し、その場合の電界と電流密度が静電界の電界と電束密度と同様の関係にあることを明らかにし、最後に電流に関する現象として、熱電効果等について簡単に説明を行なっている。

### 3.1 定常電流

真空中や完全な絶縁物(誘電体)の中では、電界が存在しても電荷が移動しないが、導体や半導体に電界を加えると電荷の移動を生じる。この電荷の移動を電流(electric current)という。

前章までに取り扱ってきた静電界においても、導体系の各導体の電位を変化したり、各導体の電位を一定にしておいて誘電体を挿入したりすれば、導体表面における電荷分布に変化を生じるから、瞬間的に電荷の移動を生じ、電流が流れる筈である。しかし持続して電荷の移動すなわち電流を発生しているためには適当な電源(electric source)により絶えず一定の電位差を保って電荷を供給する必要がある。

歴史的にみても、すでに 1729 年にグレイ (S. Gray) はいくつかの物質が電荷を一点から他の点に伝える作用のあることを発見している。すなわち彼は、ガ

ラス棒、木の棒、鉄線、真鍮線、麻紐等を用いて摩擦電気が一端から他端へ伝わることを実験している。またキャベンディッシュは1775年頃いろいろの物質について電荷の伝わり易さの程度を実験し、オームの法則に相当した法則を予測していた。しかし、電流の現象を本当に実験によって調べることができるようになったのは、ボルタ(A. Volta)が連続的に電流の供給できるボルタの電池を発明して、1800年に発表してからである。

さて次章で述べるように、電流が流れれば磁界を生じるので、磁界を考慮しないで変化する電流のことを取り扱うことはできない。したがって本章では主として時間的に変化しない定常電流(stationary current)または直流(direct current)について考えることにするが、電流の変化が極めて遅い場合には、近似的に定常電流として取り扱うことができる。

さていまある導体の中を電荷が移動していること、その導体の一つの断面をとって、この面を通って単位時間に移動する電荷の量を電流の大きさとし、その方向は正電荷の移動する向きにとる。

電流の単位はアンペア[A]でこれは1秒間[s]に1クーロン[C]<sup>t</sup>の電荷が流れるときの電流に相当する†。電流が流れているとき実際に移動する電荷をキャリア(carrier)というが、これは物質により異なっている。一般に金剛では伝導帯にある伝導電子が移動して電流を生じ、真空管の中では自由電子、放電管の中では自由電子と陽イオン、半導体では伝導電子と正孔(実際はいずれも電子の移動による)、電解液の中では陽イオンと陰イオンが移動して電流を生じている。しかし電磁気学ではすべて正電荷が移動するものと考えて取り扱うのが便利である。

次に導体の内部を考えて、電流の向きに垂直な微小断面を考え、この断面を通る単位断面積当たりの電流を電流密度(electric current density)といふ。これは[A/m<sup>2</sup>]の単位で表わされる。一般に電流密度は大きさと方向を持っているから、ベクトル量である。

<sup>t</sup> MKSA有理単位系では電気的量の基本量として電流の単位アンペア[A]を用いているから、電荷の単位クーロン[C]はアンペア[A]から導かれるものである。

アンペアの定義は“真空中に1 mの間隔で平行におかれた無限に小さい円形断面積を有する2本の無限に長い直線状導体のそれぞれを通して、その導体の長さ1 mごとに $2 \times 10^{-7}$  Nの力を及ぼしあう定常電流の大きさ”と定められている。この辺については4.6節および付録III.1を参照されたい。

### 3.2 导体の性質、抵抗

物質には電界を加えたとき、容易にたくさんの電荷が移動して電流の流れやすい導体(conductor)と、ほとんど電流の流れない絶縁物(insulator)と、その中間の半導体(semiconductor)とがある。一般に電流を取り扱う場合には、電流の流れやすい導体を取り扱うことが多い。静電気学では導体内に電界は存在しないと考えてきたが、これは電荷が静止している状態を考えたからであって、電流が流れ電荷が動いている場合には導体内にも電界が存在し、その電界により電荷に力が働いて、電荷を動かしているのである。さて、導体として最も広く用いられているのは金属である。金属は一般に原子が結晶構造をして、近接して配列しているが、その結果各原子において最大のエネルギーを持つ核外電子が隣の原子の影響をうけて、金属内を自由に移動できるようになっている。このような状態の電子を伝導電子(conduction electron)といっている。一般にこれらの伝導電子は非常に高速<sup>†</sup>で金属結晶内を不規則に動き回っているが、電界の作用をうけると、その方向に(電子であるから向きは反対に)加速されて移動する。しかし、自由電子は極めてひんぱんに結晶格子と衝突して散乱するため、電界から得た運動量を格子に与えてしまうから、電界の影響で、ある平均の流動速度(drift velocity)をもつと考えられる。いま導体内の電界を  $E$ 、自由電子の電荷を  $-e$ 、質量を  $m_e$ 、平均衝突周期を  $\tau^{\dagger\dagger}$ 、単位体積中の自由電子の数を  $n$ 、平均流動速度を  $u_d$  とすれば、電子が格子に衝突して時間  $\tau$  の間に電界から得た運動量を全部失うと仮定して

$$m_e u_d = -\tau e E \quad (3.1)$$

しかるに電流密度  $J$  は

$$J = -neu_d \quad (3.2)^{\ddagger\ddagger}$$

<sup>†</sup> 普通の金属では、この速度は  $10^8$  [m/s] の程度である。

<sup>‡</sup>  $\tau$  は導体内の電界を急に  $0$  にしたとき、流動速度が減少する時定数を表わすので緩和時間(relaxation time)と呼ばれる。

<sup>††</sup> たとえば銅を例にとってみると  $e=1.6 \times 10^{-19}$  [C]、 $n=8.5 \times 10^{28}$  [1/m<sup>3</sup>] であるから  
 $u_d \approx 7.4 \times 10^{-11} f$  [m/s]

となる。

したがってたとえば直径 1 mm 程度の絶縁銅線の許容電流密度は大体  $10$  [A/mm<sup>2</sup>] であるから、このような大きい電流密度の場合でも

$$u_d \approx 7.4 \times 10^{-11} \times 10 \times 10^6 [\text{m/s}] = 0.74 [\text{mm/s}]$$

の速い速度である。

したがって

$$J = \frac{ne^2\tau}{m_e} E = \sigma E \quad (3.3)$$

ただし

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_e} \quad (3.4)$$

すなわち、電流密度は電界に比例することがわかる。 $\sigma$ は物質によって大体一定の値をもつ定数で、導電率 (conductivity) といい、その単位は

$$\left[ \frac{\text{A/m}^2}{\text{V/m}} \right] = \left[ \frac{\text{A/V}}{\text{m}} \right]$$

であるが、「A/V」の単位をシーメンス [S] またはモー [V] となづけているので [S/m] または [V/m] で表わされる。

次に導電率  $\sigma$  の均一な物質で断面積  $S [\text{m}^2]$ 、長さ  $l [\text{m}]$  の導体を作り、この導体の長さの方向に一様な電界  $E$  を加えたとき導体に流れる電流  $I$  を求めてみよう。この場合両端間の電位差  $V$  と電界  $E$  の間には

$$E = \frac{V}{l} \quad [\text{V/m}]$$

の関係があるから、導体内に流れる電流密度は

$$J = \sigma E = \frac{\sigma}{l} V \quad [\text{A/m}^2]$$

したがって導体に流れる全電流  $I$  は

$$I = JS = \frac{S}{l} \sigma V = GV \quad [\text{A}] \quad (3.5)$$

ただし

$$G = \frac{S}{l} \sigma \quad [\text{S}] \quad (3.6)$$

となり、ある導体を流れる電流はその導体の端子間の電位差に比例することがわかる。この場合  $G$  をこの導体のコンダクタンス (conductance) といい、単位はシーメンス [S]、あるいはモー [V] で表わす。

また (3.5) は書きかえて

$$V = \frac{1}{G} I = RI \quad [\text{V}] \quad (3.7)$$

と表わすことができる。ここで  $R$  はコンダクタンス  $G$  の逆数でこの導体の抵抗(resistance)といい、その単位をオーム [ $\Omega$ ] で表わす。 $(3.7)$  からわかるように

$$[\Omega] = \frac{1}{[S]} = [\text{V/A}]$$

である。

また導電率の逆数を抵抗率(resistivity)といい、その単位はオーム×メートル [ $\Omega \cdot \text{m}$ ] になるが、いまこの導体の抵抗率を  $\rho$  [ $\Omega \cdot \text{m}$ ] とすれば

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad [\Omega \cdot \text{m}] \quad (3.8)$$

$$R = \frac{l}{S} \rho \quad [\Omega] \quad (3.9)$$

の関係が得られる。

$(3.5)$  あるいは  $(3.7)$  の関係にオームの法則(Ohm's law)と呼ばれ、オームがいろいろの長さの銅線について実験して、この事実を発見し、1826年に報告している。

さて金属の導電率は  $(3.4)$  に示すように、自由電子密度  $n$  が多く、緩和時間  $\tau$  が大きいほど大きいが、 $n$  は金属の種類によって定まり、 $\tau$  は金属の微視的な結晶構造や温度によって左右される。表 3.1 に金属導体の抵抗率の例を示す。銀や銅は抵抗率が小さく  $1 \sim 2 \times 10^{-8}$  [ $\Omega \cdot \text{m}$ ] の程度である。通常、金属は純粋であるほど抵抗率が小さく、不純物が入ると結晶構造にひずみを生じて緩和時間  $\tau$  が小さくなるので抵抗率が増大する。したがって一般に合金の抵抗率は組成金属の抵抗率よりも大きい。また純粋の金属でも機械加工その他によって内部にひずみが入ると、結晶構造にひずみを生じて、緩和時間  $\tau$  が小さくなるから、抵抗率が増加する。

次に金属の抵抗率あるいは導電率はその金属の種類によって定まるが、同じ金属でも温度が変化すると、その値が変化する。すなわち温度が上昇すると、結晶の格子振動を生じ、その結果自由電子の衝突する確率が増加する。 $(3.4)$

表 3.1 金属導体の抵抗率(20°C, 単位:  $10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ )

リチウム	9.4	タリウム	19	イリジウム	6.5
ナトリウム	4.6	トリウム	18	白金	10.6
カリウム	6.9	スズ	11.4		
ルビジウム	12.5	鉛	21	黄銅	5~7
センウム	21	タンタル	15	青銅	13~18
銅	1.72	ヒ素	35	ニン吉銅	2~6
銀	1.62	ビスマス	120	洋銀	17~41
金	2.4	クロム	17	鋼	10~20
ベリリウム	6.4	モリブデン	5.6	ニクロム	95~104
マグネシウム	4.5	タンクステン	5.5	マンガニン	42~48
カルシウム	4.6	鉄	9.8	コンスタタン	50
亜鉛	5.9	ニッケル	7.24	クロメル	70~110
カドミウム	7.4	ロジウム	5.1	アルメル	33
水銀	95.8	パラジウム	10.8	白金ロジウム	22
アルミニウム	275	オスミウム	9.5	インバー	75

より金属の抵抗率  $\rho$  は

$$\rho = \frac{m_e}{ne^2} \frac{1}{\tau} \quad (3.10)$$

で表わされる。

いまこの金属が絶対温度 0 で格子振動の影響のないときに、結晶構造の不完全により生じる緩和時間を  $\tau_i$  とすれば、この場合自由電子が単位時間に格子と衝突する確率は  $1/\tau_i$  で、このときの抵抗率は

$$\rho_0 = \frac{m_e}{ne^2} \frac{1}{\tau_i}$$

である。次に  $1/\tau_i \rightarrow 0$  であるような理想的な金属が、絶対温度  $T [^\circ\text{K}]$  のとき、格子振動による緩和時間を  $\tau_T$  とすれば、格子振動にもとづく自由電子の衝突の確率は  $1/\tau_T$  で、しかもこの値はほぼ  $T$  に比例するから、温度  $T$  における金属の抵抗率  $\rho$  は

$$\rho = \frac{m_e}{ne^2} \left( \frac{1}{\tau_i} + \frac{1}{\tau_T} \right) = \rho_0 + aT \quad (3.11)$$

で表わされる。

いま温度  $t_1 [^\circ\text{C}]$  の抵抗率を  $\rho_1$ ,  $t_2 [^\circ\text{C}]$  の抵抗率を  $\rho_2$  とすれば (3.11) より

$$\rho_2 = \rho_0 + \alpha(273 + t_2) = \rho_1 \left\{ 1 + \frac{1}{273 + t_1 + \rho_0 / \alpha} (t_2 - t_1) \right\} \quad (3.12)$$

一般的の金属では  $\rho_0/\alpha \ll 1$  であるから、

$$\rho_2 = \rho_1 \{ 1 + \alpha_{t_1} (t_2 - t_1) \} \quad (3.13)$$

の関係が得られる。ここで

$$\alpha_t \approx \frac{1}{273 + t_1} \quad (3.14)$$

を  $t_1^{\circ}\text{C}$  における金属の抵抗率の温度係数 (temperature coefficient) という。

表 3.2 に代表的な金属の抵抗率の温度係数を示した。(3.14) とかなり相違するものもあるが、大体においてよく一致している。ただし温度範囲が広くなると上述の関係は成立しなくなり、

$$\rho_2 = \rho_1 \{ 1 + \alpha(t_2 - t_1) + \beta(t_2 - t_1)^2 + \gamma(t_2 - t_1)^3 + \dots \} \quad (3.15)$$

のような関係式で示される。また合金の抵抗率の温度特性は組成金属とはかなり異なり、組成を適当にすることにより、ある温度の付近で温度係数をほとんど 0 に近くすることもできる。コンスタンタン、マングニン等はその例で、抵抗器として使用される。

表 3.2 抵抗率の温度係数 (0~100°C 間の平均値,  $\times 10^{-4}$ )

1/273	3.7	ス	ス	15	日	金	3.9
リチウム	4.6	銅		4.2	黄	銅	1.4~2
ルビジウム	5.5	タンタル		3.5	青	銅	0.5
セシウム	4.8	ヒ素		3.9	洋	銀	0.4~0.38
銅	4.3	ビスマス		4.5		銅	1.5~5
銀	4.1	モリブデン		4.4	ニクロム		0.3~0.5
金	4.0	タンクステン		5.3	マンガニン		-0.03~+0.02
マグネシウム	4.0	鉄		6.6	コンスタンタン		-0.04~+0.01
カルシウム	3.3	ニッケル		6.7	クロメル		0.11~0.54
カドミウム	4.2	ロジウム		4.4	アルメル		1.2
アルミニウム	4.2	パラジウム		3.7	白金ロジウム		1.4
タリウム	5	オスミウム		4.2	インバ		2
トリウム	2.4	イリジウム		3.9			

さてこのように金属においてオームの法則が成立するのは、キャリアである伝導電子が絶えず結晶格子に衝突し、かつ熱運動速度が平均流動速度よりも遙かに大きいので、緩和時間  $\tau$  が印加電界によって変化しないからである。しか

し一般には電界と電流との間に比例関係のなりたたない場合が多い。たとえば真空中の電子は衝突することなく、電界によって加速されるので、真空管のように真空中の電子の運動を利用した導体は、オームの法則に従わない。たとえば空間電荷制限域にある二極真空管の電流  $I$  と電極間の電位差  $V_b$  との間の関係は(1.69)を用いて

$$I = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m_e}} \frac{S}{d_0^2} V_b^{3/2} = G_a V_b^{3/2} \quad (3.16)$$

ただし  $d_0$ : 電極間の距離

$S$ : 電極の面積

となるから、電極間の電位差と電流との関係は図3.1のようになる。また低圧のガスに電流を通すと、図3.2に示すような複雑な特性を示すことが知られて

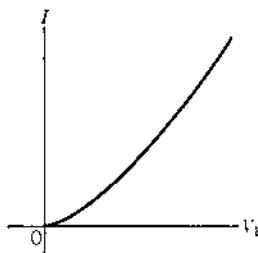


図3.1 空間電荷制限  
領域の二極真空管の  
電極間の電位差と電  
流の特性

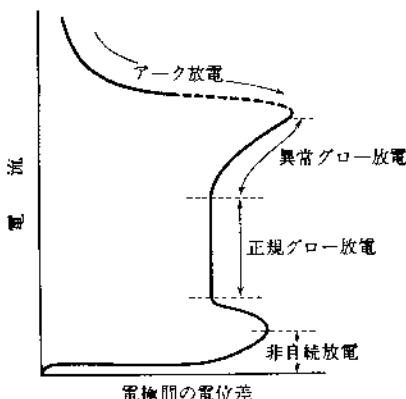


図3.2 放電管の電極間の電位差と  
電流の特性

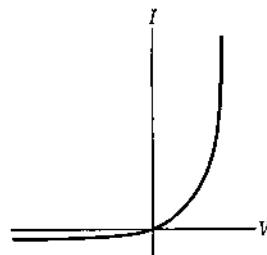


図3.3 半導体のp-n接合  
の特性

いるし、半導体の p-n 接合では図 3.3 のような特性となる。

このような場合にも、ある電位差  $V$  のときにある電流  $I$  が流れたとすると

$$R = \frac{V}{I}, \quad G = \frac{I}{V}$$

をその導体の抵抗、あるいはコンダクタンスと呼んでいる。しかしこの場合の抵抗やコンダクタンスは一定でなく、電位差あるいは電流の値やその極性によって変化する。またある電位差  $V$  のときある電流  $I$  が流れ、電位差を  $V + \Delta V$  にしたとき電流が  $I + \Delta I$  になったとすれば

$$R' = \left( \frac{\Delta V}{\Delta I} \right)_{\Delta V=0} = \frac{dV}{dI}, \quad G' = \left( \frac{\Delta I}{\Delta V} \right)_{\Delta V=0} = \frac{dI}{dV} \quad (3.17)$$

を電位差  $V$ 、電流  $I$  のときの微分抵抗および微分コンダクタンスと呼ぶこともある。

さて各種の物質の導電率または抵抗率について考えてみよう。絶縁物では、物質内の電子は核のまわりに束縛されていて、電界を加えても自由に移動することができないから、導電率は 0 の等である。ただし実際の絶縁物では前章に述べたように完全に電荷を移動させないものは存在しないから、ある程度の導電率をもっている。すなわち抵抗率は非常に大きい。表 3.3 に絶縁物の抵抗率の例を示した。表 3.1 の金属の抵抗率と比較して如何に相違が大きいかがわかる。

次に半導体と呼ばれているものがある。半導体の場合も絶縁物と同様に元来伝導帯にある自由電子は存在しないが、価電子帯と伝導帯との間の禁止帯のエネルギー間隙が狭いので、常温でも熱エネルギーによって価電子帯の電子が伝導帯に励起され(これは一つの核の束縛から脱して、媒質内を自由に動き回れるようになることである)、その結果自由電子と、正孔(価電子が励起されて自由電子になったあと、不安定になって、その部分に容易に電子を受けいれて安定になろうとする状態で、あたかも自由に運動できる正電荷が存在するかのよ

表 3.3 絶縁物の  
抵抗率 ( $\Omega \cdot m$ )

パラフィン	$10^4 \sim 10^{12}$
ポリエチレン	$10^4$ 以上
ポリスチレン	$10^5$
フェノール樹脂	$10^{10} \sim 10^{12}$
エボキシ樹脂	$10^4 \sim 10^{14}$
天然ゴム	$10^{15} \sim 10^{16}$
白雲母	$10^{12} \sim 10^{15}$
磁ガラス	$10^{11} \sim 10^{18}$
	$10^2 \sim 10^{13}$

うに見える)が生じ、これらが電界によって移動して電流を生ずる(これを真性半導体という)。また半導体の中には、不純物等の影響で、結晶構造に不安定な部分ができ、その結果伝導電子を生じて導電性を生じるもの(n形半導体)や、正孔を生じて導電性を生じるもの(p形半導体)がある。いずれにしても半導体では温度が上がると、伝導電子や正孔が増加するので、著しく導電率が増加する。半導体は一般に不純物の量や温度によって導電率は広い範囲に変化し、絶縁物と考えられる状態から導体と考えてもよい状態のものまで存在する。

その他電解液ではイオンの濃度により  $10^{-4}$  [S/m] 程度の導電率をもった絶縁物の純水から  $10^3$  [S/m] の導電率をもった導体といえるものまである。

また、ガス放電によって生じたプラズマや、真空管内の電子流や、電離層内部の媒質も一種の導電性媒質である。

### 3.3 電気回路、起電力

導体中を電流が流れているとき、その電流の通路を電気回路(electric circuit)または単に回路(circuit)という。電流の流れている導体はある大きさの断面をもっているから、導体内的電流の流れ方をくわしく調べるには、導体の導電率あるいは抵抗率がわかっているとして、導体内各部の電界を求めて、(3.3)から、導体内各点の電流密度を求める必要がある。しかし一般にはある導体を流れる全電流とその導体の二点間の電位差の関係を取り扱うことが多いので、電気回路を論ずる場合には、導体内的電界や電流の分布は問題にしない。したがって電気回路としては導体の大きさを考えないで、単に電流の通路に着目し、図3.4に示すように、電流の通路を構成する電源や抵抗器や導線などを示す等価的な回路要素(circuit element)の結合したものと考える。

電気回路に定常電流が流れているためには、電池や発電機のような電源

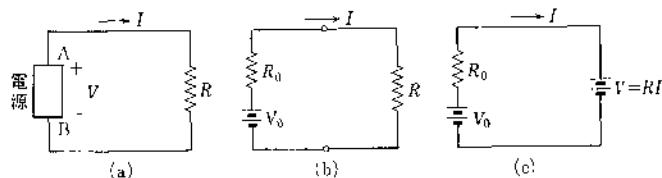


図3.4 起電力をもった電気回路

(electric source) があって、回路に絶えず電荷を供給すると共に、回路内を移動している電荷を常に吸収しなければならない。このように回路が一つの閉じた路になっている場合を閉路(closed circuit)といい、回路の途中が切れて、つながっていない場合を開路(open circuit)という。もちろん開路には電流が流れない。

閉路で電荷を移動させる原動力を起電力(electromotive force)という。たとえば出力端子に常に一定の電位差  $V$  を生じている電池はこの電位差によって電荷を移動させて電流を発生しているので、起電力  $V$  を持っているという。すなわち起電力というのは電荷を移動させる働きをするものであるから、力学的な力とは違ってその大きさは電位差で示されられ、ボルト[V]を単位とする。また起電力も電位差も同じ単位で表わされるのでその大きさを電圧(voltage)という。すなわち、電池や発電機などの電源の起電力を電源の電圧というし、導体に電流が流れて二点間に生じる電位差も二点間の電圧という。電源の起電力は電荷を移動させる原動力であるから、電源の内部では負の端子 B から正の端子 A に向かって電荷の移動を生じ、このようにして電源端子に発生した電荷が電界を発生するのである。この場合、起電力の原因となっているところの、電源内で電荷に働く力は、電気化学的な電気力(electric force)(電池の場合)や電磁誘導<sup>†</sup>にもとづく電気力(発電機の場合)等であって、電位から導かれる静電界強度のような保存力ではない。

いまある一つの電気回路を考え、この回路に含まれる電源の内部に存在する起電力の原因となる電気力を  $\mathbf{E}_0$ 、回路内の静電界を  $\mathbf{E}_s$  とすれば、この両者の和が電荷に作用して電荷の移動、すなわち電流を発生する。したがって、回路中の一点における電流密度  $\mathbf{J}$  は

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_s) \quad (3.18)$$

いま回路が閉じている場合を考え、この回路にそって  $\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_s$  を積分すると

$$\oint (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_s) \cdot d\mathbf{l} = \oint \frac{\mathbf{J} \cdot d\mathbf{l}}{\sigma}$$

ところが、 $\mathbf{E}_s$  は静電界であるから

---

<sup>†</sup> 第6章に後述。

$$\oint \mathbf{E}_s \cdot d\mathbf{l} = 0$$

で、また

$$V_0 = \oint \mathbf{E}_0 \cdot d\mathbf{l} \quad (3.19)$$

はこの回路の起電力を表わすから

$$V_0 = \oint (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_s) \cdot d\mathbf{l} = \oint \frac{\mathbf{J} \cdot d\mathbf{l}}{\sigma} \quad (3.20)$$

となることがわかる。

この回路の断面積を  $S$ 、回路を流れする電流を  $I$  とすれば

$$I = JS$$

であるから

$$V_0 = I \oint \frac{d\mathbf{l}}{\sigma S} = R_T I \quad (3.21)$$

となる。ここで  $R_T$  は電源も含めてこの回路全体の抵抗である。さてこの場合、電源の外部に接続した回路の抵抗を  $R$ 、電源の内部の抵抗を  $R_0$  とすれば

$$V_0 = R_T I = (R_0 + R) I \quad (3.22)$$

となるから、電源の端子に現われる電位差  $V$  は起電力  $V_0$  よりも小さくなり

$$V = V_0 - R_0 I = RI \quad (3.23)$$

となる。したがって電源は等価的に起電力  $V_0$  と抵抗  $R_0$  (これを電源の内部抵抗といふ)とを直列に接続したものと考えることができる(図 3.4(b) 参照)。

一般に  $R_0$  は電源の性質によってきまるもので、一定ではなく、回路に流す電流により変化するが、ある電流の範囲で一定と考えうことが多い。また外部に接続した抵抗  $R$  を変化して電源端子に現われる電位差を測定することにより、各電流値における内部抵抗  $R_0$  の値を求めることができる。

次に回路が開いていると、 $I=0$  であるから電源端子の電位差は起電力  $V_0$  に等しくなることがわかる。この際電源の内部では  $\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_s = 0$  となって、起電力のもとになる電気力によって生じた電荷の分布により発生する静電界が、ちょうど起電力を打ち消していることを示している。

さて図 3.4(b) で抵抗  $R$  の代りに同図(c) のように  $V=RI$  の起電力をもち内

部抵抗 0 の電源を接続すると、(3.23)から

$$V_0 - V = R_0 I \quad (3.24)$$

となって、図 3.4(b)の場合と同じ電流が流れることがわかる。このように電流の流れるのを妨げる方向の起電力を逆起電力(counter electromotive force)という。電気回路に含まれている抵抗に電流が流れ、ある電位差を生じているとき、その抵抗の代りに、その抵抗に生じている電位差に等しい起電力をもった内部抵抗 0 の電源を置きかえても、この回路の電流は変化しない。したがって電気回路において、電流と逆向きの起電力をもった電源および電流の流れている抵抗をすべて逆起電力と考え、電気回路では起電力と逆起電力とが平衡していると考えることができる。

### 3.4 電気回路の法則

前節では一つの閉路を考えたが、一般に電気回路はいくつもの抵抗と、いくつかの起電力が複雑につなぎ合わされていることが多い。この場合このような回路を電気回路網(network of electric circuits)または単に回路網(network)という。

#### a) キルヒホッフの法則

回路網内の電流の分布状態を求めるにはキルヒホッフの法則(Kirchhoff's law)を用いるのが有効である。この法則は次の二つから成り立っている。

**キルヒホッフの第1法則** 回路網中の任意の結合点(これを節点(node)という)

において、そこに流れ込む電流の代数和は 0 である。

すなわち、図 3.5において、たとえば節点 A に流れ込む電流は  $I_1, -I_2, I_3, -I_8$  であるから

$$\sum I = I_1 - I_2 + I_3 - I_8 = 0 \quad (3.25)$$

この法則の成立することは、電荷の保存を考えれば当然である。すなわち電気回路網中の任意の節点に流れこむ電流の代数和は、単位時間にその点に貯えられる電荷に等しい。したがって定常状態では蓄積する電荷が 0、すなわち、流れ込む電流の代数和が 0 になる等である。

**キルヒホッフの第2法則** 回路網中の任意の閉路において、起電力の総和と、閉路に沿う各枝路(branch)を流れる電流とその抵抗との積の総和とは相