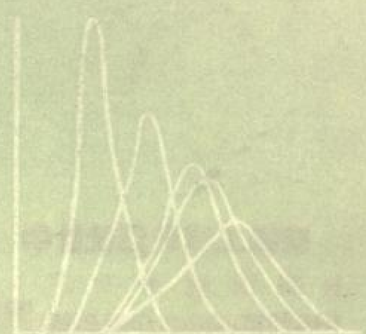
纺织工程数理統计学

上海国棉十七厂
上海师范学院数学教研組
編著



紡織工业出版社

紡織工程数理統計学

上 海 国 棉 十 七 厂
上海师范学院数学教研組　編著

紡 織 工 业 出 版 社

紡織工程数理統計学

上海国棉十七厂
上海师范学院数学教研組 編著

紡織工业出版社出版

（北京东安街紡織工业部內）

北京市书刊出版业营业許可証出字第16号

人大印刷厂印刷·新华書店科技发行所发行

各地新华書店經售

787×1092 1/32开本·4 14/32印张·5插頁·84千字

1960年12月初版

1960年12月北京第1次印刷·印数1～3600

定价(9)0.42元

目　　録

紡織工程数理統計学

上 海 国 棉 十 七 厂
上海师范学院数学教研組 編著

紡 織 工 业 出 版 社

出版者的話

数理統計在紡織工业中的应用正在愈益广泛，用数理統計方法来分析紡織生产实践和科学研究工作中所积累的資料，可以得出生产方面許多有价值的結論，对提高生产技术，提高劳动生产率和产品質量以及节約原材料、降低成本等都能起着重大的作用。

本書系上海国棉十七厂业余学校試教后，根据教学的实践整理編写而成；在編写中曾获得上海师范学院数学系师生的大力帮助。因此，本書內容比較全面和完整，同时注意力求避免使用高深的数学原理和繁复的公式推导，而采用紡織厂中实际問題作为說明概念的例子，并着重介紹了統計方法的具体应用以及使用中应注意的問題。

本書可供作紡織职工业余中专以上学校参考教材，亦可供技术人員业余自修之用。

目 錄

引 言

在紡織厂中，經常会遇到"偶然現象"。例如在正常生产情況下，細紗的强力有时大、有时小，車間的温度有时高、有时低。这些受着很多因素的影响而不时地发生变化的現象，叫做偶然現象。对于个别的偶然現象，我們不能推測它的发生和变化，但是观察大量的偶然現象时，可以发現其中有一定的規律存在。数理統計学的方法就是用来对大量偶然現象的規律进行归納的研究。这門科学的发展是和現代化大生产以及科学研究工作的发展密切相連的，它在近几十年来得到了很快的发展。我国在解放后，随着生产的飞速发展，特别是近几年来的持續大跃进，对于数理統計学的研究也得到了飞跃的发展，并且正在日益广泛地应用于生产和科学研究工作的各个方面。

数理統計在紡織厂中的应用是很广泛的。紡織厂的生产是連續的大規模生产，对产品的質量要求很高。为了对人民負責，不能讓不合格的产品出厂，所以对原棉、各工序的半制品、成紗、成布的各項品質指标要不断地进行检驗。但是我們不可能对这些原料或成品的全体进行检驗，而只能检驗一些样本，并据以推断整批产品的質量，这里就提出了"抽样检驗"的問題。

根据不断地对生产过程中的在制品进行抽样检驗所取得的資料，还可以及时反映生产情況，帮助发現生产中的問題，做到对生产过程进行控制。这就是"質量控制"所研究的

問題。

在技术革新过程中，要求科学地鑑定新技术的使用效果，就必須采用"假設检驗"的統計方法。

在科学研究工作中，要分析两个或几个現象間的发生和变化的关系和規律，就要用到"相关分析"的知識。

正确地运用数理統計的方法，对于提高生产技术和全面发展科学研究工作能起很大的作用。所以紡織职工应該普遍掌握这一工具，了解它的基本内容和方法，并用以解决生产实际問題。

第一章　准备知識

§1　事件的概念

我們先举几个例子：

(1)“在一束棉纖維中任意抽出一根，其长度等于 30 毫米。”在这句話中包含着二个部分，第一部分是試驗，就是在一束棉纖維中任意抽出一根；第二部分是結果，长度等于 30 毫米。我們进行这項試驗时，所得到的結果可能是 30 毫米，但是也可能不是 30 毫米。

(2)“在自然数中，任取一数，为偶数。”显然，任取一数的結果可能是偶数，但也可能是奇数。

(3)“在标准大气压下，水加热到 100°C 以上，則化为蒸汽。”在标准大气压下，水加热到 100°C 以上，总要化为蒸汽，因此，在这种情况下，試驗的預期結果是必然会发生的。

(4)“在标准大气压下，水温在 0°C 以下时凝結成冰。”显然，試驗的預期結果也是必然发生的，

(5)“在大于标准大气压的情况下，水加热到 100°C 就沸騰。”在大于标准大气压的情况下，水加热到 100°C 还不会沸騰，因此，这里試驗的預期結果是不可能发生的。

上述例子中的預期結果，有的不能予以肯定，有的可以肯定，而有的可以否定。在生活、生产实践中，还存在着大量与上述类似的現象，归結起来，可以这样来描述它：如果某

一事件在試驗时可能发生，也可能不发生，則称为“随机事件”，如例 1，例2；如果这一事件在試驗时必然发生，則称为“必然事件”，如例 3，例 4；在試驗时，永远也不会发生的事件，則称为“不可能事件”，如例 5。

为了简便起見，我們今后把随机事件简称事件，并以字母 A、B、C……来表示它；必然事件用 U 来代表；不可能事件用 V 来代表。

由于我們的討論經常牵涉到二个或者更多的事件以及这些事件間的关系，如果用文字来說明很繁长；因此我們引进一些符号来說明事件的关系。

(1) 事件 A 与 B 中至少有一件发生，这一事件我們称为事件 A 与事件 B 的和，以“$A+B$”表示。

例 1：某織布車間有 n 台織布机，有一位織布工人进車間劳动，用 A_i 表示这个工人掌握第 $i(i=1、2\cdots n)$ 号布机，則 A_1+A_5 表示这个工人掌握第 1 号或 5 第号織布机。

(2) 两事件 A 与 B 同时发生，这一事件我們称为事件 A 与事件 B 的积，以“$A \cdot B$”表示。

例 2：从 1、2、3…10 中任意取一个数是奇数，用 A 表示；任意取一个数能被 3 整除，用 B 表示。那么，$A \cdot B$ 就表示所取的数是能被 3 整除的奇数。

两个事件的和与积可以推广到有限个事件的情形，就是 $A+B+C+\cdots+N$ 表示的 A、B、$C\cdots N$ 这些事件中至少有一件要发生；而 $A \cdot B \cdot C \cdots N$ 表示所有 A、B、$C\cdots N$ 这些事件同时发生。

(3) 两个事件 A 与 B 如不可能同时发生，即如果 $A \cdot B=$

V，那么称A和B为"互斥(互不相容)事件"。

例 3：有两纖維束，甲束中纖維的长度在20～40毫米之間；乙束中纖維的长度在10～19毫米之間。現在抽一根，用A表示抽到甲束纖維的事件，B表示抽到乙束纖維的事件，那么事件$A \cdot B$显然是一个不可能事件 因此着件A与B是互斥的，

如果事件A_1、$A_2 \cdots A_n$中任意两个都是互斥的，那么我們就称A_1、$A_2 \cdots A_n$彼此互斥。

(4) 如果事件"$A+B$"是必然事件，卽$A+B=U$，而且A、B互斥，那么称B是A的"对立事件"。用$\overline{A}$表示A的对立事件(同样A也可看作$\overline{A}$的对立事件)。

事件"A"、"$\overline{A}$"、"$A+B$"、"$A \cdot B$"可以分别看作图1-1中的阴影部分。

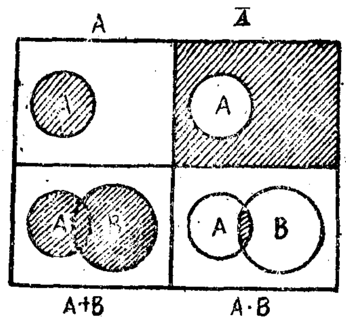


图 1-1

§2 概率的統計定義

随机事件在試驗中是可能出现，也可能不出现的。在生活和生产实践中，常常要求我們能够确切地断定某事件A出

现的可能性究竟有多大。例如，要知道零件尺寸的誤差超过某一范围的可能性；从一束棉纖維中抽取一根，其长度超过30毫米的可能性；筑水壩时要了解洪水超过某高度的可能性等。我們要用一个数来表示事件A出現的可能性的大小，这一个数就叫做事件A的概率，以$P(A)$表示。下面我們要講事件A的概率的統計定义。

假如重复进行同一試驗n次，在这n次中事件A出現了ν次，那么$\frac{\nu}{n}$称为在n次試驗中事件A出現的頻率。概率統計定义的根据是在大量試驗的条件下，事件A出現的頻率总是稳定的。例如对某地区的洪水水位，連續观测n年，得到水位超过某一高度的頻率为$\frac{\nu}{n}$（就是在n年的观测中，有ν年水位超过某一高度），当n很大时，$\frac{\nu}{n}$将只在某一数值左右作微小的摆动。

由此，我們得出概率的統計定义：如果在某一組条件下（即作試驗），当試驗的次数越来越多时，事件A的頻率始終在某一个数值P附近作稳定的微小摆动，那么，我們就定义事件A的概率是P，以$P(A)=P$来表示。在試驗次数很多（即n很大）时，事件A的頻率与概率相差很小，所以这时我們用頻率来代替概率。

从概率的定义出发，很容易推出概率的一些性質：

(1) $0\leqslant P(A)\leqslant 1$。

(2) $P(U)=1$。

(3) $P(V)=0$。

(4) 設A、B是两个互斥的事件，則有$P(A+B)=P(A)+P(B)$，叫做概率的加法定理。

証：設 $P(A)$、$P(B)$ 是事件 A、B 的概率，在 n 次試驗中事件 A 和 B 分別出現 ν_1 次和 ν_2 次。因为 A、B 是互斥的，所以这 n 次試驗中 $A+B$ 出現了 $\nu_1+\nu_2$ 次，故知事件 $A+B$ 的頻率是 $\frac{\nu_1+\nu_2}{n}=\frac{\nu_1}{n}+\frac{\nu_2}{n}$。由概率的統計定义知 $\frac{\nu_1}{n}+\frac{\nu_2}{n}$、$\frac{\nu_1}{n}$ 和 $\frac{\nu_2}{n}$ 在 n 很大时，分别接近于 $P(A)+P(B)$、$P(A)$ 和 $P(B)$，故有 $P(A+B)=P(A)+P(B)$。

(5) 設 A、B 是互相独立的事件（事件 A 出現的概率和 B 出現的概率无关），則有 $P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$，叫做概率的乘法定理。

(6) 設 $\bar{A}$ 是事件 A 的对立事件，則有：$P(\bar{A})=1-P(A)$。

証：因为 $A+\bar{A}=U$，所以 $P(A+\bar{A})=1$，而事件 A 与 $\bar{A}$ 互斥，因此由性質（4）得到 $P(A+\bar{A})=P(A)+P(\bar{A})$，因此得到 $P(\bar{A})=1-P(A)$。

例1：某工厂在一定条件下，二級品出現的概率是3%，三級品出現的概率是1%，其余都是一級品。求出現二級品或三級品的概率。

解：設出現二級品的事件为 A，出現三級品的事件为 B，产品是二級品或三級品这二个事件是互斥的。

$$\therefore P(A+B)=P(A)+P(B)=\frac{3}{100}+\frac{1}{100}=\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$$

答：二級品或三級品出現的概率是 $\frac{1}{25}$。

例2：从一束棉纖維中任抽一根，其长度短于45毫米的概率是 0.75，問連續任取两根纖維都短于 45 毫米的概率。

解：設第一次抽出的纖維长度短于 45 毫米这事件为 A，第二次抽出的纖維长度短于 45 毫米这事件为 B，而这两个事件是相互独立的。

$$\therefore P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = 0.75 \times 0.75 = 0.5625$$

答：連續任抽两根纖維，长度都短于45毫米的概率是0.5625。

§3 随机变数与分布函数

随机变数是概率論中的基本概念之一。为了更好地說明这个概念，先举几个例子：

在一堆棉纖維中任抽一根，其长度随着取法不同而不同，而取法是随意的。

某台布机在一定时間內的斷头次数，随着各种影响而不同。

在同品种的同样长度的布上的疵点数，随着許多偶然的因素，如生产設备、操作技术、生产时間、細紗質量等的不同而不同。

电話用戶在某一段时間內对电話站的呼喚次数，随着偶然的情况而不同。

上面所举的这些例子，尽管具体內容是各式各样的，而从数学观点看来，它們都表現同一种情况。在每个例子里，都有一个变数，这个变数的数値都是由于偶然因素的影响而不同。我們把这种变数称为随机变数。要掌握随机变数的变化，首先要知道它可能取什么值。例如某时刻公共汽車內乘客的人数 ξ 可以取 0～50 之間的某一个整数(假定这一公共汽車可乘 50 人)，但仅仅知道随机变数的变化范围是不够的，还应該知道那些数値出現的可能較大，而那一些較小。以概率的語言来說，就是以什么概率来取这些值。