·普通物理学标准化考试丛书·

力学

宣桂鑫 张治国 编

上海科学技术文献出版社

普通物理学标准化考试丛书

力　　学

宣桂鑫　张治国　编

上海科学技术文献出版社

普通物理学标准化考试丛书
力　　学
宣桂鑫　张治国　编
*
上海科学技术文献出版社出版发行
(上海市武康路2号)
新华书店经销　昆山亭林印刷厂印刷
*
开本 787×1092 1/32　印张 5.5　字数 133,000
1988年5月第1版　1988年5月第1次印刷
印数：1—5,200
ISBN 7-80513-154-6/G·36
定价：1.75元
《科技新书目》165-216

序　言

考试是检测教学质量的主要手段之一。考试方法的探讨和改革是教学科研的重要内容。传统的命题考试的方法固然有其长处，不应一笔抹煞，但实践中暴露出来的各种弊端也不容忽视。近年来，国内不少同志在科学化、标准化考试方法的研究方面下了不少功夫，取得了可喜的成绩。所谓科学化、标准化的考试方法，大致上指的是以下三个方面：一，按照布卢姆的教育目标分类学，将该学科的各知识点按照“知识、理解、应用、分析、综合和评价”六个层次制定知识-能力双向细目表，依照各知识点在教学中的地位和要求，确定各项权重。这样，也就确定了考试的目标，规定了考试内容的合理分配。二，按照上述考试目标，建立各类标准化试题库。考试时从标准化试题库中按双向细目表的规定随机地提取一套试题，构成一份试卷，对考生进行考试，按照预先制定的标准答案和评分标准进行评分，得出考试成绩。三，不断健全和充实标准化试题库。从效度(表示考试结果符合测定目的的有效程度，用以量度试题的准确性和有效性的参量)；信度(表示考试结果符合被测试者实际水平的可靠程度，用以量度试题的稳定性和可靠性的参量)；区分度(表示考试结果能否区分被测者优劣的鉴别程度，用以量度试题对被测者能力鉴别的参量)；难度(表示试题的难易程度，用以量度试题对被测者知识水平的适合程度的参量)；选择题的迷惑度(错误答案具有一定的迷惑性)等几方面对试题进行分析，剔除或修改劣质试题，调整难易试题的搭配，补充新的试题，逐步健全和充实试题库。

科学化、标准化考试将使教师从传统的凭经验命题的单一模式中摆脱出来，同时也为评估教师的教学质量、学生的学习质量提供了一种比较客观的方法，这对于促进教学改革、提高教学积极性、提高教学质量以至提高考试行政效率等都有着积极的意义。

近年来我们在这方面做了一些工作，曾在学生中进行质量评估的模拟考试。测试结果表明，这套试题无论从效度、信度、区分度、难度来看都具有一定的科学性。

本书选编了近年来国内外入学试题中具有代表性的题目，加以编排、整理和分析，从中不难获取当今国内外普通物理考试内容的信息。在此基础上，根据现行我国普通物理学教学大纲，

目　录

一、标准化考试试题示范

§.1 质点运动学和质点动力学

1-1 高为 h 的平台上，有一质量为 m 的小车，用绳子跨过滑轮，由地面上的人以匀速度 v_0 向右拉动，当人从平台脚向右走了 s 距离时，问：(1) 小车的速度 $v_m=?$ (2) 小车的加速度 $a_m=?$(3) 小车移动的距离 $\Delta x_m=?$(4)人对小车所做的功 $A=?$ (见图 1-1)。

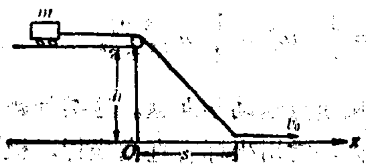


图 1-1

解 (1) 选坐标系 O-x，设绳长 l，当人在平台脚下时，人的坐标 $x_0=0$，车的坐标：$x_{m0}=-(l-h)$。任意时刻人的坐标为 x，车的坐标：

$$x_m=-[l-(h^2+x^2)^{1/2}]$$

任意时刻人的速度为 $v=\dot{x}=v_0$，车速：

$$v_m=\dot{x}_m=\frac{1}{2}(h^2+x^2)^{-1/2}\cdot 2x\cdot\dot{x}$$

当 $x=s$ 时，

$$v_m = \frac{sv_0}{(h^2+s^2)^{1/2}}$$

(2) 小车的加速度：

$$\ddot{x}_m = \frac{v_0^2}{(h^2+x^2)^{1/2}} - \frac{x^2 v_0^2}{(h^2+x^2)^{3/2}}$$

当 $x=s$ 时：

$$a_m = \frac{v_0^2}{(h^2+s^2)^{1/2}} - \frac{s^2 v_0^2}{(h^2+s^2)^{3/2}} = \frac{v_0^2 h^2}{(h^2+s^2)^{3/2}}$$

(3) 小车移动距离：

$t=0$ 时，$x_{m0} = -(l-h)$

当人走了距离 s 时：

$$x_{ms} = -[l - \sqrt{h^2+s^2}]$$

$$\Delta x_m = x_{ms} - x_{m0} = \sqrt{h^2+s^2} - h$$

(4) 人对小车所做的功用以增加小车动能：

$$A = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} m \frac{s^2 v_0^2}{h^2+s^2}$$

讨论 (1) 本题属质点运动学问题。这类问题的解法要点是：一，选择合适的坐标。常用坐标有直角坐标，极坐标和自然坐标三种。二，建立坐标系，即确定坐标原点及坐标轴正向等。三，写出运动规律，求导，代入有关公式即可求得瞬时速度和瞬时加速度。反之，如已知加速度，结合初始条件求瞬时速度和运动规律，那就要用到积分了。

(2) 本题是直角坐标系中的一维问题。基本型是要写出运动规律 $x=x(t)$，再求导。本题略有变化，其中利用几何关系写出 x_m 的表达式是关键一步。注意本题的加速度不是常数。

1-2 当一艘轮船在雨中航行时，它的雨篷遮着篷的垂直投影后 2m 处的甲板，篷高 4m。但当轮船停航时，甲板上干湿两部分的分界线却在篷前 3 m。如果雨点的速率为 8 m·s^{-1}，求轮船

的速率。图 1-2。

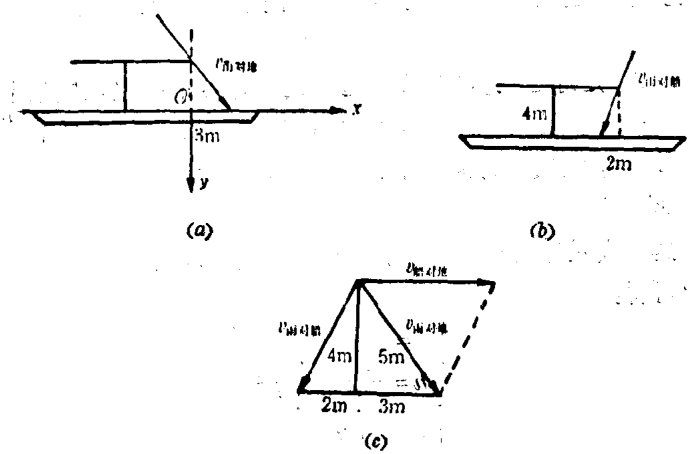


图 1-2

解 $\boldsymbol{v}_{船对地}=\boldsymbol{v}_{船对雨}+\boldsymbol{v}_{雨对地}=\boldsymbol{v}_{雨对地}-\boldsymbol{v}_{雨对船}$

$$\boldsymbol{v}_{雨对地}=\frac{8}{5}(3\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})$$

令

$$\boldsymbol{v}_{雨对船}=k(-2\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})$$

则

$$v_{船对地}\boldsymbol{i}=\left(\frac{24}{5}+2k\right)\boldsymbol{i}+\left(\frac{32}{5}-4k\right)\boldsymbol{j}$$

$$\therefore\quad \frac{32}{5}-4k=0,\quad k=\frac{8}{5}$$

$$v_{船对地}\boldsymbol{i}=8\boldsymbol{i}$$

$$v_{船对地}=8(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

从(*c*)图的矢量关系也可很方便地得到这一结果。由勾股定理得 $AC=5\mathrm{m}$，因而 $v_{船对地}=v_{雨对地}=8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$。

于不同的参照系，往往取不同的数值；如果是矢量，方向也往往不同。掌握这些物理量在不同参照系下的变换关系，是很重要的。

1-3 足球运动员在 11 m 远处的罚球点准确地从横梁下边缘踢进一球。横梁下边缘的离地高度为 $h=2.5\,\mathrm{m}$，足球的质量 $m=0.5\mathrm{kg}$，空气阻力忽略不计，试求必须传递给该足球的最小能量 $E_{\min}$ 为多少？

解 设足球的初速为 v_0，到达横梁的时间为 t，由斜抛运动规律可得：

$$\begin{cases} l=v_{0x}t \\ h=v_{0y}t-\dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} v_{0x}=l/t \\ v_{0y}=\left(h+\dfrac{1}{2}gt^2\right)/t \end{cases}$$

故

$$\begin{aligned} E_0&=\frac{1}{2}mv_0^2 \\ &=\frac{1}{2}m(v_{0x}^2+v_{0y}^2) \\ &=\frac{1}{2}m\left[\frac{(l^2+h^2)}{t^2}+\frac{g^2t^2}{4}+gh\right] \end{aligned} \tag{1}$$

求极值，令 $\dfrac{dE_0}{dt}=0$，得

$$\frac{1}{2}m\left[-(l^2+h^2)\frac{2t}{t^4}+\frac{g^2}{4}2t\right]=0 \tag{2}$$

将(2)代入(1)得传给足球的最小能量为

$$\begin{aligned} E_{\min}&=\frac{mg}{2}\left(h+\sqrt{l^2+h^2}\right) \\ &=34\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

1-4 如图所示，质量为 m，长为 l，截面积为 S 的均质铁

棒，用细线悬挂在支架上，下端刚好与水面接触，把细线剪断，铁棒由静止下落水中，求铁棒上端刚好没入水面时棒的速度。水的粘滞阻力不计。

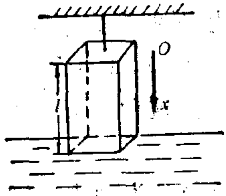


图 1-3

解 建立如图 1-3 所示的坐标，当铁棒下落 y 时所受力为：

$$F=mg-Sy\rho g$$

其中 ρ 为水的密度。

根据牛顿第二定律，得

$$mg-Sy\rho g=ma=m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt}=g-\frac{S\rho}{m}gy$$

$$\frac{dv}{dy}\cdot\frac{dy}{dt}=g-\frac{S\rho}{m}gy$$

$$vdv=\left(g-\frac{S\rho}{m}gy\right)dy$$

$$\int_0^v vdv=\int_0^l\left(g-\frac{S\rho}{m}gy\right)dy$$

$$\frac{1}{2}v^2=gl-\frac{S\rho}{2m}gl^2$$

$$\therefore\quad v=\left(2gl-\frac{S\rho}{m}gl^2\right)^{1/2}$$

讨论 (1) 解质点动力学题目的一般步骤是：进行受力分析，建立坐标系，力的分解，依牛顿第二定律列出运动微分方程，

列方程时特别注意正负号，结合初始条件解出方程，即可得运动规律。由于选取坐标种类不同（直角坐标，极坐标，自然坐标等），运动微分方程有种种不同的形式。即使在直角坐标系中，微分方程也因为已知力 $\boldsymbol{F}$ 的形式不同而不同，解法也不一样。常见的力的形式有 $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}(t)$，$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}(x)$，$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}(v)$ 等。本题属 $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}(x)$ 型。容易看出，这种类型的动力学题目也可以很方便地用功能关系求解。

(2) 本题中的物体虽实为刚体，但由于作平动，无转动，可视作质点，按质点动力学规律求解。

1-5 一桶水以角速度 ω 绕桶的轴线转动，求桶内水表面的形状。见图 1-4。

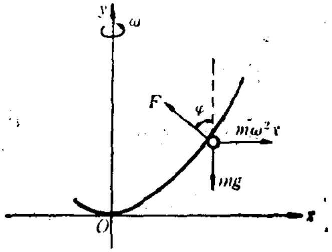


图 1-4

解 考虑在液体表面上质量为 m 的一小块体积的水所受的力。在转动参照系中，在平衡时质量 m 上的合力必定为零。这力是接触力 F（必沿法向），重力 mg 和惯性离心力 f。

竖直方向 $F\cos\varphi-mg=0$

水平方向 $-F\sin\varphi+f=0$

其中 $f=m\omega^2x$。由上面两式，得

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{\omega^2 x}{g}$$

又

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{dy}{dx}$$

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx}=\frac{\omega^2 x}{g}$$

$$\int dy=\frac{\omega^2}{g}\int x dx+C$$

$$y=\frac{\omega^2}{2g}x^2+C$$

取当 $x=0$ 时，$y=0$，则 $C=0$。因而

$$y=\frac{\omega^2}{2g}x^2$$

这时桶内水表面为一个旋转抛物面。

讨论 各种转动参照系中最简单的例子是匀角速转动参照系。本题属于这种类型。当质点相对于转动参照系静止时，科里奥利力为零，此时只需引进惯性离心力即可。这样就把惯性系中的动力学问题转化为非惯性系（转动参照系）中的静力学问题，这种方法称为"动静法"。

1-6 用细线把质量为 M 的圆环挂起来，环上套有两个质量为 m 的小环，它们可以在大环上无摩擦地滑动，若两小环同时从大环顶部由静止开始向两边滑下，试证明：如果 $m>3M/2$，则大环会升起，并求大环开始上升时的角度 θ。见图 1-5。

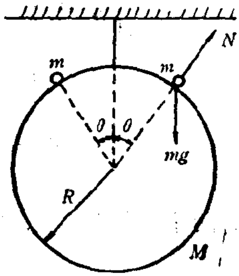


图 1-5

解 因为小环在大环上无摩擦地滑动，所以由大环、小环、地球组成的物体系机械能守恒。以圆心处为势能零点：

$$2mgR=2\times\frac{1}{2}mv^2+2mgR\cos\theta \tag{1}$$

考虑其中一个小环，在开始阶段，大环对小环的正压力 N 的方向沿径向向外。以指向圆心的方向为正，则沿法向有：

$$-N + mg\cos\theta = m\frac{v^2}{R} \qquad (2)$$

由(1)得：　　$v^2 = 2gR(1-\cos\theta)$

代入(2)：　　$-N + mg\cos\theta = 2mg(1-\cos\theta)$

$$N = mg(3\cos\theta - 2)$$

由上式可知，从开始下滑($\theta = 0$)到$\theta = \arccos 2/3$(约为$48°11'$)，大环对小环的作用力沿径向向外；当$\theta = \arccos 2/3$时，大环与小环间的作用力为零；当$\theta > \arccos 2/3$时，大环对小环的作用

$$2mg(2-3\cos\theta)\cdot\cos\theta=Mg$$

解得

$$\cos\theta=\frac{1}{3}\left(1\pm\sqrt{1-\frac{3M}{2m}}\right)$$

应当取较小角度，因而取

$$\cos\theta=\frac{1}{3}\left(1+\sqrt{1-\frac{3M}{2m}}\right)$$

$$\theta=\arccos\left[\frac{1}{3}\left(1+\sqrt{1-\frac{3M}{2m}}\right)\right]$$

讨论 本题属竖直面上的圆周运动。在一般情况下，质点作变速圆周运动，所用的坐标是自然坐标(因为是圆周运动，理解为极坐标也无不可)，合力充当向心力，向心力总是指向圆心。解题时注意各力的正负号。

1-7 质量为 m 的质点在重力场中以初速 v_0 竖直上抛，设空气阻力为 R。试求在下列两种情况下质点上升的最大高度。

(1) 空气阻力 R 与速度成正比，即 $R=k_1mv$；

(2) 空气阻力 R 与速度平方成正比，即 $R=k_2mv^2$。

解 (1) 取 y 轴竖直向上为正，则质点运动方程为

$$m\ddot{y}=-mg-k_1m\dot{y}$$

即

$$\ddot{y}=-(g+k_1\dot{y})$$

积分，得：

$$\dot{y}=\frac{C_1}{k_1}e^{-k_1t}-\frac{g}{k_1} \tag{1}$$

又积分，则

$$y=-\frac{C_1}{k_1^2}e^{-k_1t}-\frac{g}{k_1}t+C_2 \tag{2}$$

以初条件 $y_0=0$，$\dot{y}|_{t=0}=v_0$ 代入(1)、(2)，得：

$$C_1 = k_1 v_0 + g \tag{3}$$

$$C_2 = (k_1 v_0 + g)/k_1^2 \tag{4}$$

当 $\dot{y}=0$ 时，质点上升到最大高度，令此时 $t=t_1$，则由式 (1) 得：

$$\frac{C_1}{k_1} e^{-k_1 t_1} = \frac{g}{k_1}$$

即

$$t_1 = \frac{1}{k_1} \ln \frac{g + k_1 v_0}{g} \tag{5}$$

以(3)、(4)和(5)式代入式(2)，则最大高度为

$$h = \frac{v_0}{k_1} - \frac{g}{k_1^2} \ln \frac{g + k_1 v_0}{g}$$

(2) 质点运动方程为

$$m\ddot{y} = -mg - k_2 m\dot{y}^2$$

又

$$\ddot{y} = \frac{d\dot{y}}{dt} = \dot{y}\frac{d\dot{y}}{dy} = \frac{1}{2}\frac{d}{dy}(\dot{y}^2)$$

故

$$\frac{d(\dot{y}^2)}{g + k_2 \dot{y}^2} = -2dy$$

积分

$$\int_{v_0}^{0} \frac{d(\dot{y}^2)}{g + k_2 \dot{y}^2} = -2\int_0^h dy$$

式中 h 为最大高度，积分后，得：

$$h = \frac{1}{2k_2} \ln \frac{g + k_2 v_0^2}{g}$$

1-8 如图 1-6(a) 所示。一个半径为 $R=0.5\,\text{m}$ 的空心球

绕本身的竖直直径旋转，角速度 $\omega=5s^{-1}$。在空心球内高度 $R/2$ 处有一木块 m 与球一起旋转。（已知 $g=10m\cdot s^{-2}$）。试求：

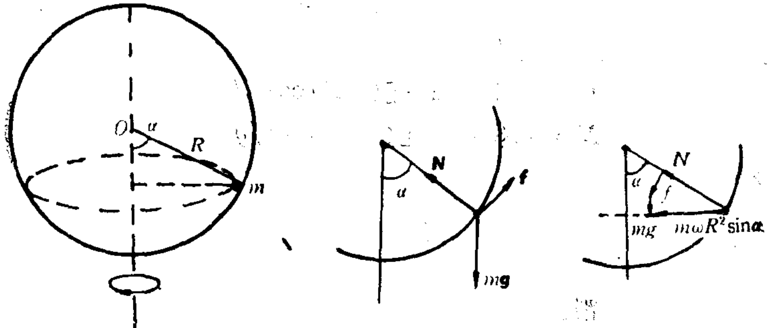
（1）摩擦系数至少为多少才能实现这一情况？

（2）当 $\omega=8s^{-1}$ 时实现这一情况的条件。

（3）在以下两种情况下，研究运动的稳定性：

a）木块位置有微小变动；

b）球的角速度有微小变动。



(*a*)　　(*b*)　　(*c*)