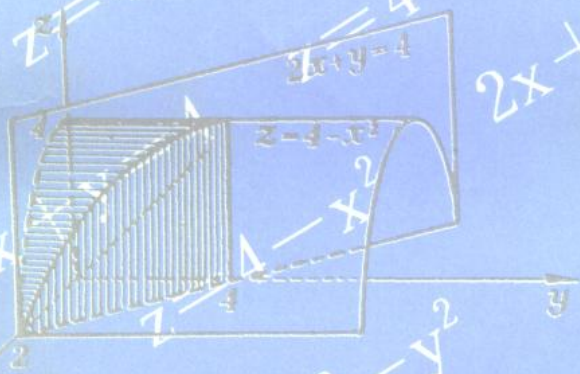


高等数学



白银凤 杨德彰 主编

学苑出版社

469512

高等数学

主 编： 白银凤 杨德彰

学苑出版社

409512

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学/白银凤等主编.-北京:学苑出版社,1996.

5

高等学校教材

ISBN 7-5077-1086-6

I. 高… I. 白… III. 高等数学-高等学校-教材 IV.

013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (95) 第 23702 号

学苑出版社出版 发行

社址:北京万寿路西街 11 号 邮政编码:100036

北京商学院 印刷厂印刷 新华书店经销

850×1168 1/32 14.375 印张 375 千字

1996 年 6 月北京第 1 版 1997 年 12 月北京第 2 次印刷

印数:1—12000 册

定价:14.00 元

DV50/67

内 容 提 要

本书由九所高等院校有关教师共同编写而成。

本书内容包括函数与极限、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、空间解析几何与向量代数、多元函数微分学、二重积分、微分方程、无穷级数、书末附有积分表和习题解答。

本书结构严谨、说理清楚、例题类型多样、便于教学，也便于自学，可作为高等院校农医、经济、理工(少学时)类各专业本科及职业高等教育、各类成人高等教育的教科书，也可供科技工作者参考。

《高等数学》编写人员

主 编：白银凤 杨德彰
副 主 编：刘泽田 袁 星
 刘春风 李镇清
 苏金梅 宋占杰
参加编写：程兰芳 王爱茹
 杨 可 李沐春

前 言

我国改革开放和现代化建设已进入了新的历史时期,科学技术的飞速发展,又为现代化建设增添了活力。为了培养适应 21 世纪我国社会主义现代化建设需要的高质量的专业人才,必须加强基础课的教学,而数学是各专业的主要基础课之一,不断改进、更新高等院校数学课程的教材势在必行。为此,我们九所高等院校的教师在多年教学实践的基础上,经过集体讨论,编写了《高等数学》、《概率论与数理统计》、《线性代数》一套三本书以及与《高等数学》配套使用的《高等数学学习指导书》一书。

考虑到各专业的不同需要,这套教材的编写努力体现以下特点:引进概念力求自然;叙述概念力求深入浅出、清晰准确;定理的证明力求严谨而又简明易懂;选择例题力求典型、充实;通篇论述力求通俗细致而又重点突出,便于自学;语言力求简练流畅;各章节后都配有足够数量的习题,力求通过较为丰富的例题和习题,使读者更好地掌握解题的基本方法和技巧,培养他们应用数学工具解决实际问题的能力。

书中带“*”号的章节,供不同专业选用。

河北农业大学、四川农业大学、华北电力大学、河北理工大学、甘肃农业大学、新疆农业大学、内蒙林学院、邯郸高等农业专科学校及河北职业技术师范学院的部分教师参加了本书编写工作。本书参编人员认真完成了初稿的撰写,在此基础上,又进行了广泛的讨论、提出了修改意见,最后由白银凤副教授修改统一定稿。

本书在编写过程中参考了同类教材和其他有关书籍,并经俞

良甫教授审阅,在此对有关书籍的编者及俞良甫教授表示感谢。

本书可作为高等院校农医、经济、理工(少学时)类各专业本科及职业高等教育、各类成人高等教育的教科书,也可供科技工作者参考。

由于水平所限,书中难免存在不足之处甚至谬误之处,恳请读者和使用本书的教师批评指正。

编 者

1995.9

目 录

第一章 函数与极限	(1)
§ 1.1 函数	(1)
一、函数概念及函数的几种特性	(1)
二、反函数、基本初等函数	(9)
三、复合函数与初等函数	(13)
习题 1.1	(14)
§ 1.2 函数的极限	(17)
一、数列的极限	(17)
二、函数的极限	(21)
三、函数极限的性质	(25)
习题 1.2	(26)
§ 1.3 无穷小与无穷大	(27)
一、无穷小	(27)
二、无穷大	(28)
三、无穷小与无穷大的关系	(29)
习题 1.3	(29)
§ 1.4 极限的运算	(30)
一、无穷小的运算法则	(30)
二、极限运算法则	(31)
三、极限存在准则与两个重要极限	(34)
四、无穷小的比较	(39)
习题 1.4	(41)
§ 1.5 函数的连续性	(42)

一、函数连续性概念	(42)
二、函数的间断点	(45)
三、初等函数的连续性	(47)
习题 1.5	(50)
§ 1.6 闭区间上连续函数的性质	(51)
习题 1.6	(53)
第二章 导数与微分	(54)
§ 2.1 导数的概念	(54)
一、引例	(54)
二、导数的定义	(56)
三、导数的几何意义	(59)
四、可导性与连续性的关系	(60)
习题 2.1	(61)
§ 2.2 几个基本初等函数的导数	(62)
一、常数的导数	(62)
二、幂函数的导数	(62)
三、正弦、余弦函数的导数	(63)
四、指数函数的导数	(63)
五、对数函数的导数	(64)
习题 2.2	(65)
§ 2.3 导数的运算法则与基本导数公式	(65)
一、函数和、差、积、商的导数	(65)
二、反函数的导数	(68)
三、复合函数的导数	(70)
四、基本导数公式与函数的求导法则	(73)
习题 2.3	(73)
§ 2.4 隐函数的导数、由参数方程所确定的函数的导数	(75)
一、隐函数的导数	(75)

二、对数求导法·····	(76)
三、由参数方程所确定的函数的导数·····	(77)
习题 2.4 ·····	(79)
§ 2.5 高阶导数·····	(79)
习题 2.5 ·····	(82)
§ 2.6 函数的微分·····	(83)
一、微分的概念·····	(83)
二、微分的几何意义·····	(86)
三、微分的运算与微分形式的不变性·····	(86)
四、微分在近似计算中的应用·····	(88)
习题 2.6 ·····	(90)
第三章 微分中值定理与导数的应用 ·····	(91)
§ 3.1 微分中值定理·····	(91)
一、罗尔定理·····	(91)
二、拉格朗日中值定理·····	(93)
三、柯西中值定理·····	(95)
习题 3.1 ·····	(95)
§ 3.2 罗必达法则·····	(96)
一、 $\frac{0}{0}$ 型未定式的极限·····	(96)
二、 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式的极限 ·····	(99)
三、其他类型的未定式 ·····	(100)
习题 3.2 ·····	(102)
§ 3.3 函数的单调增减性及其判别法 ·····	(103)
习题 3.3 ·····	(105)
§ 3.4 函数的极值及其求法 ·····	(106)
一、极值的定义 ·····	(106)
二、极值存在的必要条件 ·····	(107)
三、极值存在的第一充分条件 ·····	(108)

四、极值存在的第二充分条件	(109)
习题 3.4	(111)
§ 3.5 最大值、最小值及其应用	(111)
习题 3.5	(115)
§ 3.6 曲线的凹凸与拐点	(116)
习题 3.6	(119)
§ 3.7 函数作图	(119)
习题 3.7	(123)
§ 3.8 泰勒公式与泰勒级数	(123)
一、泰勒公式	(123)
二、泰勒级数	(127)
习题 3.8	(130)
第四章 不定积分	(132)
§ 4.1 不定积分的概念与性质	(132)
一、原函数与不定积分的概念	(132)
二、基本积分表	(135)
三、不定积分的性质	(136)
习题 4.1	(138)
§ 4.2 换元积分法	(140)
一、第一换元积分法	(140)
二、第二换元积分法	(145)
习题 4.2	(150)
§ 4.3 分部积分法	(151)
习题 4.3	(155)
§ 4.4 几种特殊类型函数的积分	(156)
一、有理函数的积分	(156)
二、三角函数有理式的积分	(159)
三、简单无理函数的积分	(161)
习题 4.4	(162)

§ 4.5 积分表的使用	(163)
第五章 定积分	(165)
§ 5.1 定积分的概念	(165)
一、定积分概念的引入——两个实例	(165)
二、定积分的定义	(168)
三、定积分的几何意义	(170)
习题 5.1	(171)
§ 5.2 定积分的性质	(171)
习题 5.2	(175)
§ 5.3 微积分基本定理	(175)
习题 5.3	(179)
§ 5.4 定积分的基本积分法	(180)
一、定积分的换元积分法	(180)
二、定积分的分部积分法	(183)
习题 5.4	(185)
§ 5.5 定积分的应用	(186)
一、定积分的微元法	(186)
二、定积分的几何应用	(187)
* 三、定积分的物理应用	(194)
习题 5.5	(196)
§ 5.6 广义积分	(197)
一、无穷区间上的广义积分	(197)
二、有无穷间断点的广义积分	(199)
三、 Γ —函数与 B —函数	(200)
1. Γ —函数	(200)
* 2. B —函数	(202)
习题 5.6	(204)
第六章 空间解析几何与向量代数	(205)
§ 6.1 空间直角坐标系	(205)

一、空间直角坐标系	(205)
二、空间两点间的距离	(206)
习题 6.1	(207)
§ 6.2 向量及其线性运算	(208)
一、向量的概念	(208)
二、向量的线性运算	(209)
三、向量的坐标表示	(212)
习题 6.2	(216)
§ 6.3 向量的数量积与向量积	(217)
一、两个向量的数量积	(217)
二、两个向量的向量积	(219)
习题 6.3	(221)
§ 6.4 平面与空间直线	(222)
一、平面方程	(222)
二、空间直线	(227)
习题 6.4	(231)
§ 6.5 曲面与空间曲线	(232)
一、曲面	(232)
二、空间曲线	(237)
习题 6.5	(240)
§ 6.6 二次曲面	(241)
一、椭球面	(241)
二、抛物面	(243)
三、双曲面	(244)
习题 6.6	(245)
第七章 多元函数微分学	(247)
§ 7.1 多元函数的基本概念	(247)
一、区域	(247)
二、多元函数的定义	(248)

习题 7.1	(251)
§ 7.2 二元函数的极限与连续	(251)
一、二元函数的极限	(251)
二、二元函数的连续性	(253)
习题 7.2	(256)
§ 7.3 偏导数与全微分	(256)
一、偏导数概念	(256)
二、全微分概念	(262)
习题 7.3	(267)
§ 7.4 多元复合函数微分法	(268)
一、复合函数的求导法则	(268)
二、隐函数微分法	(274)
习题 7.4	(277)
* § 7.5 偏导数的几何应用	(279)
一、空间曲线的切线与法平面	(279)
二、曲面的切平面与法线	(281)
习题 7.5	(284)
§ 7.6 多元函数的极值	(284)
一、极值的定义	(284)
二、极值的求法	(285)
三、最大值与最小值	(287)
* 四、条件极值、拉格朗日乘数法	(289)
* 五、最小二乘法	(292)
习题 7.6	(296)
第八章 二重积分	(298)
§ 8.1 二重积分的概念与性质	(298)
一、二重积分的概念	(298)
二、二重积分的性质	(301)
习题 8.1	(303)

§ 8.2 二重积分的计算	(304)
一、直角坐标系下二重积分的计算	(304)
二、极坐标系下二重积分的计算	(312)
习题 8.2	(317)
§ 8.3 二重积分的应用	(320)
一、立体的体积	(320)
* 二、曲面面积	(322)
习题 8.3	(325)
第九章 微分方程	(327)
§ 9.1 微分方程的基本概念	(327)
一、引例	(327)
二、微分方程的一般概念	(328)
习题 9.1	(329)
§ 9.2 可分离变量的一阶微分方程	(330)
习题 9.2	(333)
§ 9.3 一阶线性微分方程	(333)
一、线性齐次方程与线性非齐次方程	(333)
二、贝努里方程	(339)
习题 9.3	(341)
§ 9.4 可降阶的高阶微分方程	(341)
一、 $y^{(n)}=f(x)$ 型的高阶微分方程	(342)
二、 $y''=f(x, y')$ 型的微分方程	(342)
三、 $y''=f(y, y')$ 型的微分方程	(344)
习题 9.4	(345)
§ 9.5 二阶常系数线性微分方程	(346)
一、通解的结构	(346)
二、二阶常系数线性齐次微分方程通解的求法	(348)
* 三、二阶常系数线性非齐次微分方程	(352)
习题 9.5	(356)

第十章 无穷级数	(358)
§ 10.1 常数项级数的概念与性质	(358)
一、常数项级数的概念	(358)
二、无穷级数的基本性质	(361)
习题 10.1	(364)
§ 10.2 数项级数敛散性的判别法	(365)
一、正项级数及其敛散性的判别法	(365)
二、交错级数及其敛散性的判别法	(372)
三、绝对收敛与条件收敛	(373)
习题 10.2	(376)
§ 10.3 幂级数	(378)
一、函数项级数的一般概念	(378)
二、幂级数及其收敛区间	(379)
三、幂级数的运算	(383)
习题 10.3	(385)
§ 10.4 函数展开成幂级数	(386)
一、函数的幂级数展开式	(386)
二、函数展开成幂级数	(387)
习题 10.4	(391)
§ 10.5 幂级数在近似计算中的应用	(391)
习题 10.5	(395)
附录 积分表	(396)
习题答案	(409)

第一章 函数与极限

函数是高等数学的主要研究对象,极限方法则是高等数学中研究变量的一种基本方法.本章将在中学学过函数概念与性质的基础上,对函数的有关内容进行复习和提高,并将介绍函数的极限、函数的连续性等基本概念及其性质.

§ 1.1 函 数

一、函数概念及函数的几种特性

1. 常量与变量、区间与邻域

在生产实践或科学实验中,常常会遇到各种各样的量,这些量一般可分为两种:一种是在过程进行中保持不变,即取某一固定的数值的量,这种量称为**常量**;另一种是在过程进行中会起变化,即可取各种不同数值的量,这种量称为**变量**.例如一列火车在从甲站开往乙站的过程中,车上的乘客数是不变的,是常量,而车的速度是变化的,是变量.一个量是常量还是变量要根据具体问题具体条件来分析,可以说常量是变量的特殊情形.

一般地,用字母 a, b, c 等表示常量,用字母 x, y, z, u, v, s, t 等表示变量.在几何上,用数轴上的定点表示一个常量,用数轴上的动点表示一个变量.

变量所取的一切数值的全体称为变量的取值范围,通常用大写字母 X, Y, D 等表示.

变量的取值范围常用区间表示,区间是指介于两个实数之间的全体实数,其中这两个实数称为区间的端点.

设 a, b 是两个实数,且 $a < b$,则称满足不等式 $a < x < b$ 的实数