

高等学校教学用书

电 学 原 理

下 册

伊·耶·塔姆著

人民教育出版社

电 学 原 理

（第二版）

人民邮电出版社

53.61
713
=2

高等学校教学用书



电 学 原 理

下 册

伊·耶·塔姆著
钱尚武 赵祖森译

3610257

人民教育出版社

本书原系根据苏联技术理论书籍出版社 (Гостехиздат) 出版的伊·耶·塔姆 (И. Е. Тамм) 著“电学原理” (Основы теории электричества) 1949 年版译出。中译本分订为上下两册, 于 1953 年起出过几版, 译者是钱尚武、赵祖森两同志。在修订本出书前, 曾经赵祖森同志根据 1957 年版作全面的修订。原书曾经苏联高教部审定为综合大学教学参考书, 可供我国高等学校参考。

电 学 原 理

下 册

伊·耶·塔姆 著

钱尚武 赵祖森 译

人民教育出版社出版 高等教育教材编辑组
北京宣武门内承恩寺 7 号
(北京市书刊出版业营业登记证出字第 2 号)

上海大东集成联合印刷厂印刷
新华书店上海发行所发行
各地新华书店经售

统一书号 13010·496 开本 850×1168 1/32 印张 99/16
字数 252,000 印数 5,001—35,000 定价 (4) 羊 0.90

1958 年 8 月第 1 版

1960 年 5 月第 2 版 (修订本) 1960 年 6 月上海第 3 次印刷

下 册 目 录

第五章 磁质(可以磁化的媒质)	275
§ 60. 磁质的磁化。分子电流和传导电流	275
§ 61. 有磁质时磁场的矢势。体分子电流和面分子电流的平均密度	279
§ 62. 磁质中宏观磁场的微分方程式。磁质中的磁场强度和磁感应矢量	284
§ 63. 磁化强度和磁场强度的关系。顺磁质。反磁质和铁磁质	287
§ 64. 恒定电流场的完整方程式组。均匀磁媒质	290
§ 65. 电流在磁场中受到的机械力。电流的相互作用	292
§ 66. 磁质在磁场中受到的有质动力	296
§ 67. 磁质中磁场宏观方程式推导的补充	298
§ 68. 磁质磁化的机构。拉摩定理	302
§ 69. 反磁性	307
§ 70. 顺磁性	309
§ 71. 磁化理论的精确表述和补遗。自旋的作用。回转磁现象	314
§ 72. 铁磁性。斐依斯分子场	319
§ 73. 理想铁磁质中场的方程式(通常的方案)。永久磁体	323
§ 74. 理想铁磁质中磁场方程式的另一种方案。电流和永久磁体的等效性	334
§ 75. 永久磁体在外磁场中受到的有质动力	342
第六章 似稳电磁场	347
§ 76. 运动导体中的电流感应	347
§ 77. 电磁感应定律。可变电流的欧姆定律	352
§ 78. 似稳电流。可变电流的微分方程式	356
§ 79. 可变电流场中的能量转换。电流的磁相互作用能。楞次定则	359
§ 80. 可变电流理论最简单的应用。变压器	364
§ 81. 磁场的能量。感应系数的能量意义	372
§ 82. 顺磁质和反磁质磁化时能的转换。磁场的自由能	379
§ 83. 从能量表示式决定磁场的有质动力	383
§ 84. 磁场的张力张量	383
§ 85. 电场的旋度	391
§ 86. 电压和积分路程的关系。可变电流的电压	394
§ 87. 连续性方程式	399
§ 88. 位移电流	403

§ 89. 似稳电流线路中的电容器。电振荡	407
§ 90. 趋肤效应	413
第七章 静止媒质中的可变电磁场和它的传播。电磁波	421
§ 91. 宏观电磁场的麦克斯韦方程组	421
§ 92. 坡印亭定理。能流	427
§ 93. 麦克斯韦方程式解答的唯一性	433
§ 94. 电磁场势的微分方程式	436
§ 95. 波动方程式和达朗贝尔方程式的解	440
§ 96. 推迟势与超前势。规范不变性	447
§ 97. 电磁扰动的传播速度。似稳条件	455
§ 98. 振动物子。振动物子场的推迟势	459
§ 99. 振动物子的场。它的辐射	463
§ 100. 光的电磁本性。电介质中的平面波	478
§ 101. 平面波在电介质中的反射和折射	484
§ 102. 波在导电媒质中的传播。光从金属表面上的反射	493
§ 103. 光压力。电磁场的动量	498
§ 104. 电磁动量矩。静场的特殊情形	505
§ 105. 电磁场的张力张量和有质动力	510
§ 106. 非似稳电流的实例。沿电缆的波	515
§ 107. 迅变电流的近似理论。“电报员方程式”	524
§ 108. 铁磁质的自由能。磁滞	529
§ 109. 近作用理论和远作用理论概述	535
第八章 缓慢运动媒质中的电磁现象	540
§ 110. 运动媒质中场的微分方程式	540
§ 111. 对流电流。运动媒质的电极化强度和磁化强度	545
§ 112. 运动导体中的欧姆定律和电磁感应。单极感应	552
§ 113. 在电磁场中运动的电介质	558
§ 114. 运动电介质中光的传播。费涅耳曳引系数。从运动镜上的反射	561
§ 115. 计算系统的变换。电场和磁场之间差别的相对性质	565
习题解答	1

第五章 磁質(可以磁化的媒質)

§ 60. 磁質的磁化。分子電流和傳導電流

1. 正象把電介質放入自由電荷(見 § 21 這一術語的定義)的場中時由於其極化而引起此場的改變一樣,把磁質(例如鐵)放入電流的磁場中時,由於本身的磁化也要引起這一磁場的改變。這裡磁質是指一切能夠磁化的物體^①,換句話說,所有的物體,只要它的存在能使磁場的形狀發生變化或激起磁場,都叫做磁質。一切電介質隨着外電場的消失而退極化^②,然而,只有大多數磁質在外磁場的作用下磁化,並且在外磁場消失時完全退磁(順磁質和反磁質的暫時磁化或感應磁化)。此外,和電介質不同,有一類磁質(所謂鐵磁質)即使在外磁場消失之後也仍然保持它的磁化(所謂永久磁化或剩磁化),也就是它的存在不僅能使電流的磁場變形,而且能獨立激發磁場,而不管有沒有電流存在(所謂永磁體)^③。

① 實質上所有的物體都具有或多或少的磁性(固然在多數情形下表現得很弱)。

② 見 § 22 上冊 101 頁,在某些電介質中,特別是在介質混有外來雜質的情形下,發生的所謂剩餘電極化現象,按其物理本性來說與鐵磁質的剩餘磁性沒有絲毫共同的地方。剩餘電極化是由於漏電流和極化電流的出現(不良絕緣體)使自由電荷重新分布引起的。熱電現象和鐵電現象(見 § 29 上冊 129 頁)是例外,它們的電介質的性質在許多方面的確和鐵磁質的磁性相似。

③ 鐵磁質保持剩餘磁化的能力主要是因為它們的微观不均勻性(剩餘彈性應變,多晶結構,化學不純),例如在沒有內應變的鐵磁單晶體中幾乎就完全缺乏這種性能。因而,嚴格說來,鐵磁質的基本特性不是剩餘磁性(磁滯),而是磁化強度和磁場強度關係的非線性(關於這一點詳見 §§ 72 和 108),這種性質甚至在很弱的場中也顯現出來;而在鐵磁質微观不均勻性增加時表現得愈發顯著。

2. 磁化了的磁質的場, 和任何的磁場一樣, 是由磁質內環流着的電流造成的^①。

我們首先來研究不導電的、由中性分子(氣體、液體)或者由緊縛于一定位置的離子(離子晶體點陣或非晶固體電介質)構成的磁質。雖然在這種媒質中平均電流密度等于零, 電荷不能在其中移動一宏觀距離, 然而在各個分子或離子內部有和某種電流分布相當的電子運動。這些電流稱為分子電流; 在未磁化的磁質中它們完全雜亂無章地分布着, 因而它們的磁場平均說來彼此抵消。但磁化了的磁質中分子電流的分布是有規則的, 因而這些電流的合磁場不等于零。

在能傳導電流的磁質(金屬、電解溶液之類)中顯然必須區分傳導電流 $j_{傳導}$ 及分子電流 $j_{分子}$, 前者 and 運送宏觀電流的電荷(金屬中的自由電子, 電解溶液中的離子和離子化氣體中的離子)之運動相當, 后者存在于電解溶液的中性分子、構成金屬堅固結晶架子的緊縛着的離子等等內:

$$j_{總和} = j_{傳導} + j_{分子}, \quad (60.1)$$

式中指標“微觀”表示媒質中真正的電流微觀密度, 以別于平均宏觀密度 j 。

雖然並不一定可以確切地將電流分成兩類^②, 但是因為這種區分使得從電子論的概念來推導場的宏觀方程式的方法大為簡化, 我們將保留這一分類^③。為了做到這一點, 只要假定, 分子電流和傳導電流有所不同, 它是封閉在微觀的微小空間容積內的。

3. 要建立磁質的理論, 首先就必須用適當的方法定量地表征出媒質中分子電流的分布。分子電流密度 $j_{分子}$ 在物理無限小範圍內的平均

① 電子的自旋磁矩也可以歸結為相應電流的作用(見本節末)。

② 例如自由電子在金屬中造成的電流一般說來不能整個歸入傳導電流內, 因為, 例如, 反磁金屬的磁化主要是由自由電子的序化運動引起的, 而和宏觀電流的轉移無關。

③ 當然, 論証場的宏觀方程式的正確性也可以不需要這種特殊假定(見 § 91 末)。

值不能作为这样的表征。因为，那怕闭合电流组的磁矩和磁场决不是一定等于零，但电流在这一电流组的整个范围内的平均值却是等于零的^①。特别是在任一分子中流着的诸电流的矢量和恒等于零。

在 §§ 56 和 57 中我們見到，闭合电流组在大小充分小的条件下，可以单用它的磁矩表征出来：

$$\mathbf{M} = \frac{1}{2c} \int [\mathbf{R}\mathbf{j}] dV.$$

显然，分子电流的分布也应该用它们的磁矩表征出来。正如等于单位体积电介质电极化的电极化强度矢量 $\mathbf{P}$ 作为电介质电极化的量度一样，等于单位体积磁质分子电流磁矩的磁化强度矢量 $\mathbf{I}$ 就作为磁质磁化的量度：

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2c} \int [\mathbf{R}\mathbf{j}_{\text{分子}}] dV, \quad (60.2)$$

式中积分遍及单位体积磁质。在 § 57 中已经指出过，如果电流组是闭合的，这一积分的值就和矢径 $\mathbf{R}$ 起点的选择无关。

如果磁质由单个分子所组成（例如，气态的磁质），那么它的磁化强度 $\mathbf{I}$ 也可以定义为单位体积磁质内分子的磁矩的矢量和：

$$\mathbf{I} = \sum \mathbf{M}, \quad (60.3)$$

式中 $\mathbf{M}$ 表示磁质单个分子的磁矩。不难理解，在由单个分子构成的磁质中，方程式 (60.3) 和方程式 (60.2) 等效。

最后，如果磁质的磁化在磁质各部分并不是一样的，那么磁化强度矢量 $\mathbf{I}$ 可以定义成分子电流磁矩的（对物理无限小体积 ΔV 的）平均密度：

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2c} [\mathbf{R}\mathbf{j}_{\text{分子}}] = \frac{1}{2c \Delta V} \int_{\Delta V} [\mathbf{R}\mathbf{j}_{\text{分子}}] dV. \quad (60.4)$$

仿照电极化强度 $\mathbf{P}$ ，磁化强度 $\mathbf{I}$ 也可以称为磁极化强度。

^① 因为根据 § 57 中的证明，从 (57.7) 可得到 (57.6)。

4. 以研究恒定閉合分子电流为基础去建立磁質理論可能引起两种怀疑。

首先,从关于原子构造的初步概念这种观点来看,原子内部和分子内部电子的运动并不完全和恒定电流相当,因为电子的場不是恒定不变的,而是和电子繞其軌道(環繞原子核或者沿着分子內复杂的軌道等等)轉动的周期相应,在周期性地变化着的。

从波尔原子理論的观点看来,这一困难是可以消除的,这是因为电子沿軌道轉动的周期非常小,可以和光振动周期(10^{-14} — 10^{-15} 秒)相比拟,因而在作宏觀的观察时,我們觉察的只是此場的时间平均值。因此,在建立宏觀理論时,我們可以用恒定閉合电流(“分子电流”)来代替原子內运动的电子,假如这种分子电流的恒定場和电子場在一周期時間內的平均值相同的話。

然而近代的量子力学完全消除了这一困难,它表明,电子在原子內沿一定軌道运动这种直观的概念只是实际情形的十分粗略的第一次近似,并表明处在稳定态的原子的磁場是恒定的,且可以归結为(以一定密度 j 分布在原子或分子中的)恒定閉合电流的場。

其次,还可以引起怀疑的是,原子和分子的磁性不仅决定于其中电子的运动,并且还决定于电子的自旋。的确,电子的自旋磁矩常常比拟成磁偶极子。然而,在 § 58 中已經指出过,按照量子力学,由电子自旋磁矩激起的磁場也可以归結为以一定方式分布在空間中的电流的場。

無論如何,和任一电流場一样,自旋激发起的磁場是渦旋場,它应用矢势 $\mathbf{A}$ 来表示,而不用标势 ψ 来表示(見 § 71)。

因此,磁質的磁性是由分子电流所引起的这一断言获得确証。然而,为了某些目的,最好将磁化强度 $\mathbf{I}$ 看成由两部分合成的,一部分是和电子的平动(軌道运动)相当的电流的磁矩,另一部分是电子的偶极自旋磁矩。这样的区分絲毫不改变以下几节中的討論(用来推导磁質內磁場的普遍方程式),但对研究回轉磁效应 (§ 71)和鉄磁質磁化的机

构 (§72) 很有用。

§ 61. 有磁质时磁场的矢势。体分子电流和面分子电流的平均密度

1. 按照 (60.1), 将任意媒质中的总密度 $\mathbf{j}_{\text{总}}$ 分成传导电流密度 $\mathbf{j}_{\text{传导}}$ 和分子电流密度 $\mathbf{j}_{\text{分子}}$, 我们就得到磁场矢势的下列表示式:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}_{\text{总}} dV}{R} = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}_{\text{传导}} dV}{R} + \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}_{\text{分子}} dV}{R}.$$

用 $\mathbf{A}_0$ 和 $\mathbf{A}'$ 表示传导电流和分子电流的矢势

$$\mathbf{A}_0 = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}_{\text{传导}} dV}{R}, \quad \mathbf{A}' = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}_{\text{分子}} dV}{R}, \quad (61.1)$$

就可以写出:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}'. \quad (61.2)$$

在这些表示式中包含有电流的真实微观密度, 而在宏观的理论中我们应当运用微观量的平均值, 因而应该将表示式 (61.1) 作相应的变换。

$\mathbf{j}_{\text{传导}}$ 在物理无限小体积内的平均值显然是电流密度 $\mathbf{j}$:

$$\bar{\mathbf{j}} = \mathbf{j}_{\text{传导}}, \quad (61.3)$$

只有不是公开地考虑到分子电流的宏观理论才运用它。因此, 在宏观理论中, 我们可以在 $\mathbf{A}_0$ 的表示式中直接以 $\mathbf{j}$ 代替 $\mathbf{j}_{\text{传导}}$:

$$\mathbf{A}_0 = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j} dV}{R}. \quad (61.4)$$

据此, 要决定分子电流矢势 $\mathbf{A}'$ 的平均值, 就应该以宏观理论所运用的量, 亦即磁化强度, 来表示分子电流密度的平均值 $\bar{\mathbf{j}}_{\text{分子}}$ 。然而以下面的方法直接算出矢量 $\mathbf{A}'$ 的平均值比较简单。

闭合电流组的矢势在它的空间大小充分小的条件下, 按照 (57.8), 等于 $[\mathbf{MR}]/R^3$, 式中 $\mathbf{M}$ 是电流组的磁矩。另一方面, 按照 (60.2) 和

(60.4), 表征磁质内分子电流的、磁质体积元 dV 的磁矩等于 $I dV$ ①。

因此, 磁质体积元 dV 所激发的场的矢势等于

$$\frac{[I\mathbf{R}]}{R^3} dV,$$

式中 $\mathbf{R}$ 是从体积元 dV 作到决定矢势值的那一“观察点”的矢径。

最后, 在所有磁质元中环流着的全体分子电流的矢势 $\mathbf{A}'$ 由下列积分来决定:

$$\mathbf{A}' = \int \frac{[I\mathbf{R}]}{R^3} dV, \quad (61.5)$$

这一积分显然可以遍及整个的无限空间(因为在磁质的外部 $\mathbf{I}=0$)。因此, 分子电流场的矢势 $\mathbf{A}'$ 完全决定于媒质的磁化强度 $\mathbf{I}$ 。

2. 我们将上一表示式适当地稍加改写。按照方程式 (43*) 和 (10*),

$$\text{rot}_q \left(\frac{1}{R} \mathbf{I} \right) = \left[\nabla_q \frac{1}{R} \cdot \mathbf{I} \right] + \frac{1}{R} \text{rot } \mathbf{I} = \frac{[\mathbf{R}\mathbf{I}]}{R^3} + \frac{1}{R} \text{rot } \mathbf{I} \text{ ②},$$

因此, 上一方程式可以写成:

$$\mathbf{A}' = \int \frac{\text{rot } \mathbf{I}}{R} dV - \int \text{rot}_q \left(\frac{1}{R} \mathbf{I} \right) dV。$$

借助于矢量分析中的关系式 (56*), 后一积分可以变换成沿着包含积分体积 V 的表面 S 的积分 ③:

$$\int_V \text{rot}_q \left(\frac{1}{R} \mathbf{I} \right) dV = \oint_S \frac{[\mathbf{n}\mathbf{I}]}{R} dS。$$

如果在场中没有磁化强度矢量 $\mathbf{I}$ 的突变面, 那么后一积分可以沿着包含整个场的无限远的表面去积, 这时它就变为零(如果磁化强度在

① 我们要指出, 磁化强度矢量 $\mathbf{I}$ 是宏观的量, 因为, 按照 (60.4), 它等于物理无限小体积内磁矩的平均密度。

② 在表示式 $\text{rot}_q \mathbf{I}$ 中的指标 q 可以略去而不用担心, 因为矢量 $\mathbf{I}$ 只是矢径 $\mathbf{R}$ 源点的函数。

③ 这一变换可以直接应用到我们的积分上, 因为在求空间微商时, 我们将 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{I}$ 按矢量 $\mathbf{R}$ 源点(和积分体积元 dV 重合)的坐标去求微商(见 § 21 上册 96 页的注)。

无限远处消失得比 $\frac{1}{R}$ 为快的話)。

不然的話,面积分还應該象平常那样还要扩展在 S'_1 面上, S'_1 是把矢量 $\mathbf{I}$ 的突变面 S_1 从积分体积 V 中划分出来的曲面。

紧縮 S'_1 面直到它和突变面 S_1 重合, 重复 (只有很少的改变) 我們在 § 12 中所作的討論, 就得到

$$\lim \oint_{S_1} \frac{[\mathbf{nI}]}{R} dS = \int_{S_1} \frac{[\mathbf{n}_1 \mathbf{I}_1] + [\mathbf{n}_2 \mathbf{I}_2]}{R} dS = - \int_{S_1} \frac{[\mathbf{N} \cdot \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1]}{R} dS,$$

式中 $\mathbf{I}_1$ 和 $\mathbf{I}_2$ 是 $\mathbf{I}$ 在突变面两侧的值, 而 $\mathbf{N}$ 是此面上的法綫, 从 1 指向 2。以 $\mathbf{n}$ 表示这一法綫, 就得到:

$$\mathbf{A}' = \int \frac{\text{rot } \mathbf{I}}{R} dV + \int \frac{[\mathbf{n} \cdot \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1]}{R} dS. \quad (61.6)$$

因此, 任意媒质中磁场的全矢势 $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}'$ 在宏观理論中以宏观电流密度 $\mathbf{j}$ 及表征媒质磁化的矢量 $\mathbf{I}$ 来表示:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}}{R} dV + \int \frac{\text{rot } \mathbf{I}}{R} dV + \int \frac{[\mathbf{n} \cdot \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1]}{R} dS. \quad (61.7)$$

3. 这一表示式是从 $\mathbf{A}'$ 的微观表示式 (61.1) 用直接取它的平均值的方法, 亦即在 (61.1) 中以微观电流密度 $\mathbf{j}_{\text{分子}}$ 在物理无限小体积内的平均值 $\bar{\mathbf{j}}_{\text{分子}}$ 来代替 $\mathbf{j}_{\text{分子}}$ 时可得到, 表示式:

$$\mathbf{A}' = \frac{1}{c} \int \frac{\bar{\mathbf{j}}_{\text{分子}}}{R} dV. \quad (61.8)$$

把这个式子和分子电流矢势 $\mathbf{A}'$ 的宏观表示式 (61.6) 相比較, 这一比較首先就指明, 体分子电流的平均密度 $\bar{\mathbf{j}}_{\text{分子}}$ 和媒质的磁化强度有如下的联系:

$$\bar{\mathbf{j}}_{\text{分子}} = c \text{rot } \mathbf{I}; \quad (61.9)$$

其次, 从这一比較中得到結論, 磁化强度矢量突变面的存在这一假定相当于假定除了体分子电流外还有面分子电流, 面分子电流的平均密度和 $\mathbf{I}$ 的面旋度成正比:

$$\bar{\mathbf{i}}_{\text{分子}} = c \text{Rot } \mathbf{I} = c[\mathbf{n} \cdot \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1]. \quad (61.10)$$

的确,在这一假定下,表示式(61.8)必須补充以考虑到面电流的这项:

$$\mathbf{A}' = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}_{\text{分子}}}{R} dV + \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{i}_{\text{分子}}}{R} dS,$$

因而,根据(61.9)和(61.10)这一表示式和(61.6)等效。

当然,物理量突变面和面电流存在的可能性这一假定是場的宏观解釋的特征,而和微觀理論完全是背道而馳的。

正如我們所預料的,表示分子电流平均密度的公式(61.9)满足电流閉合的条件,因为,按照(42.2*)

$$\operatorname{div} \bar{\mathbf{j}}_{\text{分子}} = c \operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{I} = 0。$$

其次,分子电流平均面密度的表示式和从体密度表示式用(49.7)类型的极限过渡法所能得到的公式相同。

我們要指出,按照方程式(61.9),在均匀磁化的媒質中($\mathbf{I} = \text{恒量}$),分子电流的平均密度等于零^①。这是因为,如果媒質的相邻体积元的磁化是完全相同的,那么在媒質中决不会发生电流在某一确定方向占优势的情形。而在磁化后的磁質和真空的接界处,按照方程式(61.10),具有密度为 $\mathbf{i} = \pm c[\mathbf{nI}]$ 的面电流,这是因为在真空中 $\mathbf{I} = 0$ 。

将分子电流的分布和磁化强度矢量的空間微商(以及它的切向分量在突变面上的突变)联系起来的方程式(61.9)和(61.10),我們是用很迂回的方法得到的。希望直接从基本方程式(60.2)(这个方程式定出磁化强度矢量 $\mathbf{I}$ 并以 $\mathbf{j}_{\text{分子}}$ 表示 $\mathbf{I}$ 的值)得到它們。在 § 67 中,我們在某些使問題簡化的假定下去进行这一計算。

4. 我們来研究在整个体积中平行于軸綫发生均匀磁化的圓柱形磁体作为例子。体分子电流的平均密度到处等于零,因为在 $\mathbf{I} = \text{恒量}$ 时, $\operatorname{rot} \mathbf{I} = 0$ 。在圓柱的两底上也沒有面分子电流,因为在这两底面上法綫平行于 $\mathbf{I}$ 。在圓柱側面上法綫垂直于 $\mathbf{I}$, 因此在圓柱側面上面

① 和均匀极化电介质中束縛电荷的平均密度等于零相似。

分子电流将不为零,分子电流之值等于

$$i_{\text{分子}} = cI \quad (61.11)$$

[在公式(61.10)中,我們令 $I_1 = I$, $I_2 = 0$, 因为在磁体外部 $I = 0$]

这些圆形闭合面电流和磁化强度 I 的方向組成右螺旋系統。

因此,从电子論的观点看来,磁体相当于圓柱形无散电流(見§ 49)。同时从方程式(61.11)和方程式(49.14)的比較中得到結論,和該磁体相当的螺綫管中的电流强度 J 可以用下列等式来决定:

$$i = nJ = cI, \quad (61.12)$$

式中 n 是螺綫管单位长度的綫綫数。在磁质和真空的交界处面电流的产生可以用很簡單的討論來說明。图 63 十分概略地表示磁体的橫截面。磁体内部全体分子电流可以概略地表示成在同一方向(例如逆时針方向)周流磁体每一細胞(分子)的、强度相同的电流的总合。磁体内部相邻分子的电流相互抵消,但在磁体的表面上它們組成沿磁体边界环繞着的圓形电流^①。

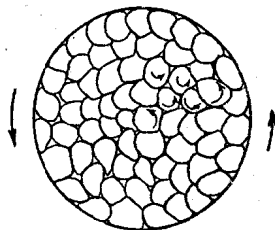


图 63.

为要使这一討論在量的方面更加精确,我們来研究包含在垂直于圓柱軸的两平面間的磁体薄层。如果这一薄层的高度等于 l , 截面等于 S , 体积 $V = lS$, 而薄层内各分子的磁矩之和等于 $\sum \mathbf{M}$, 那么

$$\mathbf{I} = \frac{1}{V} \sum \mathbf{M}.$$

利用方程式(56.2), 以各該分子电流的强度和面积来表示每一分子的磁矩,就得到:

$$\mathbf{I} = \frac{1}{cV} J \sum S,$$

① 关于磁体内部的場和等效螺綫管内部的場之区别这一問題将在 § 74 中加以研究。

为简便计,我们假定式中所有分子电流都是线电流,而且它们的强度都相同。如果我们改变分子电流的强度 J 和面积而使它们的乘积保持不变,分子的磁矩就不会改变。按照图 63 选择这些量,使得相邻的分子电流彼此紧贴。这时 $\sum S$ 数值上等于磁体的截面积 S , 而

$$I = \frac{JS}{cV} = \frac{JS}{cSl} = \frac{1}{c} \frac{J}{l}.$$

按定义在所研究薄层表面上流动的电流的强度 J 和此层高度 l 之比,等于电流的面密度 i 。因此,上一方程式和方程式(62.11)及(61.12)相同。

§ 62. 磁质中宏观磁场的微分方程式。磁质中的磁场强度和磁感应矢量

1. 在这一节中我们提出这样一个问题,即用将真实微观场方程式平均的方法去推出表征场的量 $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{j}$ 这些平均的宏观值的方程式。同时我们以一个假定为出发点,即假定对于真实的微观场来说如果将 $\mathbf{j}_{\text{微观}}$ 了解成场中该点电流密度的真实“微观”值,则恒定电流磁场的基本方程式(47.1)和(47.3):

$$\operatorname{div} \mathbf{H}_{\text{微观}} = 0 \text{ 和 } \operatorname{rot} \mathbf{H}_{\text{微观}} = \frac{4\pi \mathbf{j}_{\text{微观}}}{c},$$

是严格正确的。但我们的问题是要找出一个用来确定矢量 $\mathbf{H}_{\text{微观}}$ 在物理无限小体积内的平均宏观值(这一平均值我们用 $\bar{\mathbf{H}}_{\text{微观}}$ 来表示)的方程式(见 § 25)。因为,按照方程式(25.2),对坐标的微商的平均值等于被微商量的平均值的微商,所以从场的微观方程式得到下列结论:

$$\operatorname{div} \bar{\mathbf{H}}_{\text{微观}} = 0, \quad (62.1)$$

$$\operatorname{rot} \bar{\mathbf{H}}_{\text{微观}} = \frac{4\pi \bar{\mathbf{j}}_{\text{微观}}}{c}. \quad (62.2)$$

按照(60.1),任意媒质中的电流密度由传导电流及分子电流所组成。按照(61.3), $\mathbf{j}_{\text{分子}}$ 的平均值是导体中通常的宏观电流密度 $\mathbf{j}$, 而平均值

$\vec{j}_{\text{分子}}$, 按照 (61.9), 可以用磁化強度的旋度來表示。因此,

$$\vec{j}_{\text{觀測}} = \vec{j}_{\text{傳導}} + \vec{j}_{\text{分子}} = \vec{j} + c \operatorname{rot} \mathbf{I}. \quad (62.3)$$

將此式代入 (62.2) 中, 就得到:

$$\operatorname{rot} \vec{\mathbf{H}}_{\text{觀測}} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + 4\pi \operatorname{rot} \mathbf{I}. \quad (62.4)$$

方程式 (62.1) 和 (62.4) 是任意磁媒質中磁場的基本微分方程式。

2. 按定義, 宏觀電場的強度等於微觀電場強度 $\vec{\mathbf{E}}_{\text{觀測}}$ 的平均值。用相似的方法去定義宏觀磁場強度是完全自然的。

然而在歷史上根深蒂固的倒是另一種規定方法, 這種規定從分子中存在着磁荷這一概念的观点看來是十分自然的 (見 § 73); 即, 磁質中宏觀場的強度 (這一強度我們今後就以字母 $\mathbf{H}$ 來表示) 由下列關係來決定:

$$\mathbf{H} = \vec{\mathbf{H}}_{\text{觀測}} - 4\pi \mathbf{I}. \quad (62.5)$$

而微觀場強度的平均值稱為磁感應強度矢量而以字母 $\mathbf{B}$ 來表示:

$$\mathbf{B} = \vec{\mathbf{H}}_{\text{觀測}}. \quad (62.6)$$

方程式 (62.4) 可以寫成如下:

$$\operatorname{rot} (\vec{\mathbf{H}}_{\text{觀測}} - 4\pi \mathbf{I}) = \frac{4\pi}{c} \vec{j},$$

因此用新的符號來寫它具有下列形式:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \quad (62.7)$$

而方程式 (62.1) 和 (62.5) 具有下列形式:

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (62.8)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{I}. \quad (62.9)$$

方程式 (62.7), (62.8) 和 (62.9) 是一組場的基本微分方程式, 只要以聯系磁化強度 $\mathbf{I}$ 和磁場強度 $\mathbf{H}$ 的方程式補充進去就可以了。這些量之間的聯系我們將在下一節中加以研究。在沒有磁化媒質的情形下 $\mathbf{I} = 0$; $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{B}$ 就沒有區別, 而方程式 (62.7) 和 (62.8) 與早先推出的真