

高等学校教学用书

# 理論力学教程

下册

A. I. 涅克拉索夫著

高等教育出版社

高等学校教学用書



理 論 力 学 教 程  
下 册

A. И. 涅克拉索夫著  
朱 广 才 譯

高 等 教 育 出 版 社

本書系根据苏联技术理論書籍出版社(Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的涅克拉索夫(A. И. Некрасов)著“理論力学教程”(Курс теоретической механики) 1953年第二版譯出。原書經苏联高等教育部审定为高等工業学校教科書。

本書共兩册，中譯本亦分兩册出版。

本書原著的 1950 年版曾經朱廣才同志譯出，由商务印書館於 1953 年 9 月出版。

## 理 論 力 学 教 程

下 册

A. И. 涅克拉索夫著

朱 广 才 譯

高 等 教 育 出 版 社 出 版

北京琉璃廠一、七〇號

(北京市書刊出版業營業登記證出字第〇五四號)

上海勞動印製廠印刷 新華書店總經售

統一書號 13010·283 開本 850×1168 1/32 印張 15 1/2/16 字數 480,000

一九五三年九月商務初版 (共印 11,500)

一九五七年四月新一版

一九五七年四月上海第一次印刷

印數 1—7,000 定價(9) ￥1.80

# 下册 目录

|            |   |
|------------|---|
| 第二版序 ..... | 8 |
|------------|---|

## 虚位移原理

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 第二十四章 功与功率 .....             | 9  |
| § 106. 历史略述 .....            | 9  |
| § 107. 力的微分功与其经历有限路程的功 ..... | 9  |
| § 108. 力系的功 .....            | 13 |
| § 109. 功率 .....              | 18 |
| § 110. 理想约束反作用的微分功 .....     | 19 |
| § 111. 例题 .....              | 23 |

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| 第二十五章 虚位移原理 .....               | 25 |
| § 112. 虚位移的定义 .....             | 25 |
| § 113. 虚位移原理举例说明 .....          | 28 |
| § 114. 拉格朗日原定理与逆定理 .....        | 32 |
| § 115. 拉格朗日因数 .....             | 38 |
| § 116. 拉格朗日的自由参数，确定反作用的方法 ..... | 44 |
| § 117. 例题 .....                 | 53 |

## 点的动力学

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| 第二十六章 牛顿定律与动力学的基本问题 .....      | 60 |
| § 118. 历史概略 .....              | 60 |
| § 119. 牛顿第一定律，惯性定律 .....       | 61 |
| § 120. 牛顿第二定律，质量，力 .....       | 64 |
| § 121. 牛顿第三定律 .....            | 73 |
| § 122. 依据给出之力确定质点的运动 .....     | 75 |
| § 123. 依据给出质点的运动确定加于质点之力 ..... | 80 |
| § 124. 例题 .....                | 81 |

|                           |    |
|---------------------------|----|
| 第二十七章 质点运动的微分方程式的积分 ..... | 85 |
| § 125. 动量积分 .....         | 85 |
| § 126. 动量矩积分，面积积分 .....   | 88 |

|  |            |
|--|------------|
| § 127. 能量积分.....                             | 92         |
| § 128. 力函数与势函数.....                          | 95         |
| § 129. 一些力的力函数之确定.....                       | 98         |
| § 130. 例题 .....                              | 101        |
| <b>第二十八章 质点的自由直线运动 .....</b>                 | <b>108</b> |
| § 131. 不变之力 .....                            | 108        |
| § 132. 依时间而变之力 .....                         | 109        |
| § 133. 依质点的坐标而变之力 .....                      | 113        |
| § 134. 依质点的速度而变之力 .....                      | 115        |
| § 135. 例题 .....                              | 116        |
| <b>第二十九章 受重力作用的质点之自由直线运动 .....</b>           | <b>122</b> |
| § 136. 真空中的运动 .....                          | 122        |
| § 137. 阻力与速度的一次幂成正比的运动 .....                 | 124        |
| § 138. 阻力与速度的平方成正比的运动 .....                  | 130        |
| § 139. 质点在正常大气中受到与速度的平方成正比的阻力时之降落 .....      | 138        |
| § 140. 谢亚基的阻力定律 .....                        | 147        |
| § 141. 例题 .....                              | 150        |
| <b>第三十章 质点的直线振动 .....</b>                    | <b>156</b> |
| § 142. 简谐运动 .....                            | 156        |
| § 143. 摆扰的质点振动 .....                         | 160        |
| § 144. 质点的衰减振动 .....                         | 166        |
| § 145. 质点的衰减及撆扰振动 .....                      | 172        |
| § 146. 例题 .....                              | 176        |
| <b>第三十一章 质点在一平面内和在空间的自由运动 .....</b>          | <b>182</b> |
| § 147. 质点在正交坐标系和极坐标系内的运动微分方程式;运动的自然方程式 ..... | 182        |
| § 148. 质点在真空中的运动 .....                       | 185        |
| § 149. 质点受到与速度的一次幂成正比之阻力时的运动 .....           | 189        |
| § 150. 质点受到依平方定律的阻力时的运动 .....                | 192        |
| § 151. 质点在水里有富余的浮力而且受到依平方定律的阻力时的运动 .....     | 198        |
| § 152. 谢亚基定律之应用 .....                        | 201        |
| § 153. 例题 .....                              | 202        |
| <b>第三十二章 受约束的质点的运动 .....</b>                 | <b>211</b> |
| § 154. 质点在一面上和一線上的运动 .....                   | 211        |
| § 155. 非自由运动的动能定理 .....                      | 217        |
| § 156. 数学圆周摆 .....                           | 219        |

|                                     |            |
|-------------------------------------|------------|
| § 157. 例題 .....                     | 226        |
| <b>第三十三章 相对平衡与相对运动 .....</b>        | <b>232</b> |
| § 158. 相对平衡的方程式 .....               | 232        |
| § 159. 相对运动的方程式 .....               | 240        |
| § 160. 在注意到地球的自轉时質点在地面上的平衡和运动 ..... | 244        |
| § 161. 例題 .....                     | 251        |
| <b>第三十四章 拉格朗日方程式 .....</b>          | <b>258</b> |
| § 162. 达郎柏尔原理 .....                 | 258        |
| § 163. 惯性力 .....                    | 259        |
| § 164. 达郎柏尔原理与虛位移原理之結合 .....        | 260        |
| § 165. 含自由参数的拉格朗日动力学方程式 .....       | 262        |
| § 166. 質点的微小振动 .....                | 269        |
| § 167. 例題 .....                     | 273        |
| <b>体系的动力学</b>                       |            |
| <b>第三十五章 体系运动的微分方程式和它們的积分 .....</b> | <b>279</b> |
| § 168. 历史概略 .....                   | 279        |
| § 169. 外力与內力 .....                  | 280        |
| § 170. 体系的动量, 体系的惯性心的运动 .....       | 281        |
| § 171. 質量变化着的質点之运动 .....            | 287        |
| § 172. 体系的动量矩 .....                 | 291        |
| § 173. 动能定理 .....                   | 299        |
| § 174. 体系在其惯性心的相对运动中的动量矩和动能 .....   | 301        |
| § 175. 例題 .....                     | 306        |
| <b>第三十六章 惯性矩 .....</b>              | <b>313</b> |
| § 176. 引入慣性矩的物理緣由, 惯性矩之确定法 .....    | 313        |
| § 177. 對於二平行軸的慣性矩 .....             | 316        |
| § 178. 對於任意方向的軸的慣性矩, 惯性椭球 .....     | 317        |
| § 179. 例題 .....                     | 325        |
| <b>第三十七章 剛体繞定軸的轉動 .....</b>         | <b>333</b> |
| § 180. 运动方程式 .....                  | 333        |
| § 181. 刚体繞定軸轉動的方程式的积分 .....         | 336        |
| § 182. 反作用之确定法, 自由旋轉軸 .....         | 339        |
| § 183. 循直線的平行移动与繞定軸的轉動之相似 .....     | 344        |
| § 184. 物理摆 .....                    | 345        |

---

|                                       |            |
|---------------------------------------|------------|
| § 185. 物理摆的应用 .....                   | 350        |
| § 186. 例題 .....                       | 352        |
| <b>第三十八章 実質平面形在其平面里的运动 .....</b>      | <b>354</b> |
| § 187. 运动的方程式 .....                   | 354        |
| § 188. 动能定理 .....                     | 356        |
| § 189. 反作用之确定 .....                   | 358        |
| § 190. 例題 .....                       | 359        |
| <b>第三十九章 剛体繞定点运动的方程式 .....</b>        | <b>368</b> |
| § 191. 欧拉角度及剛体的角速度投影与欧拉角度的关系 .....    | 368        |
| § 192. 統定点运动之剛体的动能和动量矩 .....          | 373        |
| § 193. 欧拉的动力学方程式 .....                | 377        |
| § 194. 欧拉方程式的应用 .....                 | 379        |
| § 195. 例題 .....                       | 382        |
| <b>第四十章 欧拉情況 .....</b>                | <b>387</b> |
| § 196. 剛体在欧拉情况下的运动方程式和它們的初积分 .....    | 387        |
| § 197. 剌体在欧拉情况下的运动方程式的积分法. 波安索法 ..... | 389        |
| § 198. 例題 .....                       | 399        |
| <b>第四十一章 拉格朗日情況 .....</b>             | <b>405</b> |
| § 199. 剌体在拉格朗日情况下的运动方程式和它們的初积分 .....  | 405        |
| § 200. 剌体在拉格朗日情况下的运动方程式的积分 .....      | 408        |
| § 201. 週轉仪的压力 .....                   | 411        |
| § 202. 拉格朗日情況的正規进动 .....              | 417        |
| § 203. 似正規进动 .....                    | 418        |
| § 204. 週轉仪的实际应用 .....                 | 418        |
| § 205. 例題 .....                       | 419        |
| <b>第四十二章 达郎柏尔原理与拉格朗日方程式 .....</b>     | <b>422</b> |
| § 206. 达郎柏尔原理 .....                   | 422        |
| § 207. 体系的拉格朗日普遍动力学方程式 .....          | 425        |
| § 208. 拉格朗日的自由参数方程式或拉格朗日的二级方程式 .....  | 428        |
| § 209. 能量积分 .....                     | 436        |
| § 210. 關於平衡的稳定性的勒若諾-笛利克雷定理 .....      | 438        |
| § 211. 典型方程式 .....                    | 440        |
| § 212. 典型方程式的雅葛比积分法 .....             | 444        |
| § 213. 例題 .....                       | 450        |

---

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 第四十三章 体系在平衡位置附近的微小振动 .....   | 458 |
| § 214. 运动的方程式 .....          | 458 |
| § 215. 运动方程式的积分 .....        | 463 |
| § 216. 奥斯定理 .....            | 469 |
| § 217. 例題 .....              | 472 |
| 第四十四章 碰撞的理論 .....            | 477 |
| § 218. 概論 .....              | 477 |
| § 219. 碰撞的动力学方程式 .....       | 481 |
| § 220. 噶尔諾定理 .....           | 484 |
| § 221. 碰撞對於有一个定軸的物体的作用 ..... | 486 |
| § 222. 兩个彈性球的正碰 .....        | 490 |
| § 223. 例題 .....              | 494 |
| 名詞索引 .....                   | 499 |

高等学校教学用書



理 論 力 学 教 程  
下 册

A. И. 涅克拉索夫著  
朱 广 才 譯

高 等 教 育 出 版 社

本書系根据苏联技术理論書籍出版社(Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的涅克拉索夫(A. И. Некрасов)著“理論力学教程”(Курс теоретической механики) 1953年第二版譯出。原書經苏联高等教育部审定为高等工業学校教科書。

本書共兩册，中譯本亦分兩册出版。

本書原著的 1950 年版曾經朱廣才同志譯出，由商务印書館於 1953 年 9 月出版。

## 理 論 力 学 教 程

下 册

A. И. 涅克拉索夫著

朱 广 才 譯

高 等 教 育 出 版 社 出 版

北京琉璃廠一、七〇號

(北京市書刊出版業營業登記證字第〇五四號)

上 海 勞 動 印 制 廠 印 刷 新 奉 書 店 總 經 售

統一書號 13010·283 開本 850×1168 1/32 印張 15 1/2/16 字數 480,000

一九五三年九月商務初版 (共印 11,500)

一九五七年四月新一版

一九五七年四月上海第一次印刷

印數 1—7,000 定價(9) 1.80

# 下册 目录

第二版序 ..... 8

## 虛位移原理

第二十四章 功与功率 ..... 9

|                              |    |
|------------------------------|----|
| § 106. 历史略述 .....            | 9  |
| § 107. 力的微分功与其经历有限路程的功 ..... | 9  |
| § 108. 力系的功 .....            | 13 |
| § 109. 功率 .....              | 18 |
| § 110. 理想约束反作用的微分功 .....     | 19 |
| § 111. 例題 .....              | 23 |

第二十五章 虛位移原理 ..... 25

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| § 112. 虛位移的定义 .....             | 25 |
| § 113. 虛位移原理举例說明 .....          | 28 |
| § 114. 拉格朗日原定理与逆定理 .....        | 32 |
| § 115. 拉格朗日因数 .....             | 38 |
| § 116. 拉格朗日的自由参数，确定反作用的方法 ..... | 44 |
| § 117. 例題 .....                 | 53 |

## 点的动力学

第二十六章 牛頓定律与动力学的基本問題 ..... 60

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| § 118. 历史概略 .....              | 60 |
| § 119. 牛頓第一定律，慣性定律 .....       | 61 |
| § 120. 牛頓第二定律，質量，力 .....       | 64 |
| § 121. 牛頓第三定律 .....            | 73 |
| § 122. 依据給出之力确定質点的运动 .....     | 75 |
| § 123. 依据給出質点的运动确定加於質点之力 ..... | 80 |
| § 124. 例題 .....                | 81 |

第二十七章 質点运动的微分方程式的积分 ..... 85

|                         |    |
|-------------------------|----|
| § 125. 动量积分 .....       | 85 |
| § 126. 动量矩积分，面积积分 ..... | 88 |

|   |            |
|---|------------|
| § 127. 能量积分.....                            | 92         |
| § 128. 力函数与势函数.....                         | 95         |
| § 129. 一些力的力函数之确定.....                      | 98         |
| § 130. 例题 .....                             | 101        |
| <b>第二十八章 质点的自由直线运动 .....</b>                | <b>108</b> |
| § 131. 不变之力 .....                           | 108        |
| § 132. 依时间而变之力 .....                        | 109        |
| § 133. 依质点的坐标而变之力 .....                     | 113        |
| § 134. 依质点的速度而变之力 .....                     | 115        |
| § 135. 例题 .....                             | 116        |
| <b>第二十九章 受重力作用的质点之自由直线运动 .....</b>          | <b>122</b> |
| § 136. 真空中的运动 .....                         | 122        |
| § 137. 阻力与速度的一次幂成正比的运动 .....                | 124        |
| § 138. 阻力与速度的平方成正比的运动 .....                 | 130        |
| § 139. 质点在正常大气中受到与速度的平方成正比的阻力时之降落 .....     | 138        |
| § 140. 谢亚基的阻力定律 .....                       | 147        |
| § 141. 例题 .....                             | 150        |
| <b>第三十章 质点的直线振动 .....</b>                   | <b>156</b> |
| § 142. 简谐运动 .....                           | 156        |
| § 143. 摆扰的质点振动 .....                        | 160        |
| § 144. 质点的衰减振动 .....                        | 166        |
| § 145. 质点的衰减及撆扰振动 .....                     | 172        |
| § 146. 例题 .....                             | 176        |
| <b>第三十一章 质点在一平面内和在空间的自由运动 .....</b>         | <b>182</b> |
| § 147. 质点在正交坐标系和极坐标系内的运动微分方程式;运动的自然方程式..... | 182        |
| § 148. 质点在真空中的运动 .....                      | 185        |
| § 149. 质点受到与速度的一次幂成正比之阻力时的运动 .....          | 189        |
| § 150. 质点受到依平方定律的阻力时的运动 .....               | 192        |
| § 151. 质点在水里有富余的浮力而且受到依平方定律的阻力时的运动 .....    | 198        |
| § 152. 谢亚基定律之应用 .....                       | 201        |
| § 153. 例题 .....                             | 202        |
| <b>第三十二章 受约束的质点的运动 .....</b>                | <b>211</b> |
| § 154. 质点在一面上和一線上的运动 .....                  | 211        |
| § 155. 非自由运动的动能定理 .....                     | 217        |
| § 156. 数学圆周摆 .....                          | 219        |

|                                     |            |
|-------------------------------------|------------|
| § 157. 例題 .....                     | 226        |
| <b>第三十三章 相对平衡与相对运动 .....</b>        | <b>232</b> |
| § 158. 相对平衡的方程式 .....               | 232        |
| § 159. 相对运动的方程式 .....               | 240        |
| § 160. 在注意到地球的自轉时質点在地面上的平衡和运动 ..... | 244        |
| § 161. 例題 .....                     | 251        |
| <b>第三十四章 拉格朗日方程式 .....</b>          | <b>258</b> |
| § 162. 达郎柏尔原理 .....                 | 258        |
| § 163. 惯性力 .....                    | 259        |
| § 164. 达郎柏尔原理与虛位移原理之結合 .....        | 260        |
| § 165. 含自由参数的拉格朗日动力学方程式 .....       | 262        |
| § 166. 質点的微小振动 .....                | 269        |
| § 167. 例題 .....                     | 273        |
| <b>体系的动力学</b>                       |            |
| <b>第三十五章 体系运动的微分方程式和它們的积分 .....</b> | <b>279</b> |
| § 168. 历史概略 .....                   | 279        |
| § 169. 外力与內力 .....                  | 280        |
| § 170. 体系的动量, 体系的惯性心的运动 .....       | 281        |
| § 171. 質量变化着的質点之运动 .....            | 287        |
| § 172. 体系的动量矩 .....                 | 291        |
| § 173. 动能定理 .....                   | 299        |
| § 174. 体系在其惯性心的相对运动中的动量矩和动能 .....   | 301        |
| § 175. 例題 .....                     | 306        |
| <b>第三十六章 惯性矩 .....</b>              | <b>313</b> |
| § 176. 引入慣性矩的物理緣由, 惯性矩之确定法 .....    | 313        |
| § 177. 對於二平行軸的慣性矩 .....             | 316        |
| § 178. 對於任意方向的軸的慣性矩, 惯性椭球 .....     | 317        |
| § 179. 例題 .....                     | 325        |
| <b>第三十七章 剛体繞定軸的轉動 .....</b>         | <b>333</b> |
| § 180. 运动方程式 .....                  | 333        |
| § 181. 刚体繞定軸轉動的方程式的积分 .....         | 336        |
| § 182. 反作用之确定法, 自由旋轉軸 .....         | 339        |
| § 183. 循直線的平行移动与繞定軸的轉動之相似 .....     | 344        |
| § 184. 物理摆 .....                    | 345        |

---

|                                       |            |
|---------------------------------------|------------|
| § 185. 物理摆的应用 .....                   | 350        |
| § 186. 例題 .....                       | 352        |
| <b>第三十八章 実質平面形在其平面里的运动 .....</b>      | <b>354</b> |
| § 187. 运动的方程式 .....                   | 354        |
| § 188. 动能定理 .....                     | 356        |
| § 189. 反作用之确定 .....                   | 358        |
| § 190. 例題 .....                       | 359        |
| <b>第三十九章 剛体繞定点运动的方程式 .....</b>        | <b>368</b> |
| § 191. 欧拉角度及剛体的角速度投影与欧拉角度的关系 .....    | 368        |
| § 192. 統定点运动之剛体的动能和动量矩 .....          | 373        |
| § 193. 欧拉的动力学方程式 .....                | 377        |
| § 194. 欧拉方程式的应用 .....                 | 379        |
| § 195. 例題 .....                       | 382        |
| <b>第四十章 欧拉情況 .....</b>                | <b>387</b> |
| § 196. 剛体在欧拉情况下的运动方程式和它們的初积分 .....    | 387        |
| § 197. 剌体在欧拉情况下的运动方程式的积分法. 波安索法 ..... | 389        |
| § 198. 例題 .....                       | 399        |
| <b>第四十一章 拉格朗日情況 .....</b>             | <b>405</b> |
| § 199. 剌体在拉格朗日情况下的运动方程式和它們的初积分 .....  | 405        |
| § 200. 剌体在拉格朗日情况下的运动方程式的积分 .....      | 408        |
| § 201. 週轉仪的压力 .....                   | 411        |
| § 202. 拉格朗日情況的正規进动 .....              | 417        |
| § 203. 似正規进动 .....                    | 418        |
| § 204. 週轉仪的实际应用 .....                 | 418        |
| § 205. 例題 .....                       | 419        |
| <b>第四十二章 达郎柏尔原理与拉格朗日方程式 .....</b>     | <b>422</b> |
| § 206. 达郎柏尔原理 .....                   | 422        |
| § 207. 体系的拉格朗日普遍动力学方程式 .....          | 425        |
| § 208. 拉格朗日的自由参数方程式或拉格朗日的二级方程式 .....  | 428        |
| § 209. 能量积分 .....                     | 436        |
| § 210. 關於平衡的稳定性的勒若諾-笛利克雷定理 .....      | 438        |
| § 211. 典型方程式 .....                    | 440        |
| § 212. 典型方程式的雅葛比积分法 .....             | 444        |
| § 213. 例題 .....                       | 450        |

---

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 第四十三章 体系在平衡位置附近的微小振动 .....   | 458 |
| § 214. 运动的方程式 .....          | 458 |
| § 215. 运动方程式的积分 .....        | 463 |
| § 216. 奥斯定理 .....            | 469 |
| § 217. 例題 .....              | 472 |
| 第四十四章 碰撞的理論 .....            | 477 |
| § 218. 概論 .....              | 477 |
| § 219. 碰撞的动力学方程式 .....       | 481 |
| § 220. 噶尔諾定理 .....           | 484 |
| § 221. 碰撞對於有一个定軸的物体的作用 ..... | 486 |
| § 222. 兩个彈性球的正碰 .....        | 490 |
| § 223. 例題 .....              | 494 |
| 名詞索引 .....                   | 499 |

## 第二版序

“理論力学教程”下册的本版是照旧版加以如下的修改重印的。旧版里的錯誤在新版里均有更正；牛頓定律的敍述重新編過；動力學在基本上与物理学的联系更加密切；点的反动运动研究也予以較开展的方式；所有的例題一律編號，与上册里例題的号数相連；並在正文里給予了一些說明和补充，为了使本教程易於了解。本書不單包括高等工業學校一般的教程所应具有的教材，而且还夾入了一系列的补充資料，这些資料在借理論力学來解决种种实际問題时都是有用的。典型方程式虽然現在已有許多的应用，特别是在物理学方面，但在本教程里只給出它們在最簡單的情況下的証明；如欲深入學習，仍須參考較詳的理論力学教程。

在動力學的实际应用中，不單須用积分，还須求解微分方程式；大家知道，此种运算用解析法未必准能达到完成的形式；所以動力學的应用范围，不像靜力学和运动学那样，其中几乎遇不到积分运算，似乎应当很受数学的限制，因为有許多問題不可能用解析法推究到底。如在前版的序言中已經說过，这种看法是錯誤的。为了要把此种問題研究到底，惟有放棄用解析法求解微分方程式，而把課題化为求积，再用“數字法”來計算。这种作法在理論力学的实际应用上已經普遍地採用了。为了避免在运算时，数字在本教程里佔篇幅过多，我們不要求达到很高的精确程度；譬如，求积分时一律用梯形近似法；解微分方程式时，用近似积分法，將微小範圍內的差数从二級起皆行略去不計。讀者如对於近似运算法欲得其詳，仍須参考有关这个問題的專門書籍。

# 虛位移原理

## 第二十四章 功与功率

### § 106. 历史略述

虛位移原理為靜力学的最廣泛的原理；以此原理為基礎的靜力学，為了要與本力學教程上冊所論的普通靜力学有所區別，就稱為解析靜力学。因為在虛位移原理中，就其一般情形而言，只注意到無限小位移，而每一無限小位移又等於其速度與微分時間之乘積，所以虛位移原理可給予另一名稱，叫作虛速度原理；這也就是法國人所習用的名稱<sup>⊖</sup>。虛位移原理，就其全面一般性而言，是由拉格朗日首次建立的。它對於槓桿的應用，是由吳巴爾笛(Гвідо Убальді 1545—1607)首次提出的。伽利略發現了此原理對於斜面之應用。伽利略的弟子托里拆利發表了以其名為名的原理(靜力学，§ 53)，那是虛位移原理的一種特殊情形。柏爾奴里(1667—1748)才是了解虛位移原理的異常普遍性和它對於解答靜力學問題的意義的第一人，這是由柏爾奴里於 1717 年致華利農的信中可以看出來的。拉格朗日在他的 1788 年出版的“解析力學”第一冊里敘述了虛位移原理。

### § 107. 力的微分功與其經歷有限路程的功

以下理論力學的各部分皆將引用力的功概念：以虛位移原理為基礎的解析靜力學、點的動力學、體系的動力學、位能理論以及理論力學

<sup>⊖</sup> 現在一般地改稱虛功原理。——譯註