现代随机信号与系统分析

沈民奋　孙丽莎　著

科学出版社

现代随机信号与系统分析

沈民奋　孙丽莎　著

科学出版社

1998

内 容 简 介

随机信号与系统分析，是当今高新技术的基础。本书运用现代信号处理技术，系统地介绍了随机信号与系统分析的理论与方法。书中内容包括：随机变量与特征函数；随机过程；随机信号通过线性系统；时间序列及其模型；随机信号通过非线性系统；随机信号的高阶谱分析；双谱估计及其应用；信号的时频表示；高阶非线性时频表示。

本书选材新颖，结构严密，系统性强。可供信号处理、图像处理、系统分析及通信与电子系统等学科有关专业人员、科技工作者及大专院校教师、学生阅读、参考。

图书在版编目（CIP）数据

现代随机信号与系统分析/沈民奋，孙丽莎著. -北京：科学出版社，1998. 6

ISBN 7-03-006523-9

Ⅰ. 现… Ⅱ. ①沈… ②孙… Ⅲ. 随机信号-信号分析：系统分析 Ⅳ. TN911. 6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（98）第 01166 号

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

新 世 纪 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1998 年 6 月第 一 版　　开本：850×1168 1/32

1998 年 10 月第二次印刷　　印张：10 1/4

印数：1 501—3 500　　字数：265 000

定 价：39.00 元

序　言

众所周知，随机信号处理是推动众多学科发展的一个重要基石，这些学科诸如：雷达、声纳、通信、图像处理、语音处理、地震信号处理、地质信息处理、生物医学工程以及经济学等等。它们之间呈相互促进、相辅相成的关系。以上提到的众多学科分支在其自身的发展中在理论上与技术上为随机信号与系统分析提出了一系列课题，而理论上的每一种重要的新进展又极大地推动了这些学科的发展。有这样一个事实，在我国以及世界各发达国家的高层人才培养中，在信息科学类和电子类的学士、硕士与博士的培养计划中都开设了各种不同类型、不同特色的随机信号分析课程。在我国，许多重点高校及科研单位已充分认识到这类课程的设置与建设的重要性。

另一个非常值得注意的动向是：随机信号处理这一学科的发展异常活跃与迅速。如果说在六七十年代及其以前随机信号处理是基于随机信号的平稳性、系统的线性性以及最小相位性，而整个处理（包括自适应处理）都是基于随机信号的二阶矩；那么，进入80年代以来至今，可以毫不夸大地说，一个崭新的随机信号与系统分析的框架正在形成，而且仍在以令人瞩目的速度发展。这个理论框架的特点是：随机信号非平稳性及非高斯性。由此在理论上促进了从时域上的非平稳性到时频域上的映射理论的发展；由于基于二阶矩的随机信号处理仅对高斯随机过程在信息利用上是完整的，由此在理论上推动了高阶累积量与多谱分析的发展；时变性与非高斯性又促进了非平稳条件下随机信号的高阶特征理论的发展及应用。显然，在二阶矩前提下各种随机信号处理的工作都有必要重新加以研究与发展，藉以取得一些新的结果，这些工作涉及信号检测、高分辨处理、测向、信号恢复与重建、随机信号偏离高斯的程

度等等。当然，也应包括对于自适应信号处理方面的新发展。可以这样说，高阶累积量与多谱理论的发展和应用是随机信号非线性处理的重要进展。在这样迅速发展面前，高等院校及科技战线上有关学科的从业人员需要迅速地更新知识并作出相应的反应。在这方面，科技界与出版界显然担负着重要的使命并应及时作出反应。

本人非常高兴地注意到，近年来除了一些发达国家出现了一批反映现代随机信号与系统分析理论的新的重要学术专著外，我国也陆续出版了一些有关专著，以满足我国有关学科专业人员及年轻人才培养的需要。本人认为，对于一个新的理论的介绍，要特别注意其基本概念的严谨、物理概念的清晰与基本推导的完整，并适当地了解其适用范围及那些亟待进一步解决的理论与技术问题。本书作者具有多年从事随机信号处理的教学与科研经验，他们在本书的取材上比较完整地反映了随机信号与系统分析的重要理论发展与应用；在本书的编写上又具有前面提到的“严谨、清晰、完整与启发”等若干特点。因此，本书是一本介绍随机信号处理最新理论成就的好书。希望读者能在阅读本书之后提出意见，以便今后有机会再版时改进。

沈凤麟

于中国科学技术大学

1997年秋

前　言

计算机技术的迅速发展，使得随机信号与系统分析的定量计算及其实时处理成为可能，极大地激发人们探索和研究现代随机信号与系统分析的理论和方法，并使之广泛应用于雷达、声纳、物理学、生物医学工程、图像处理、语音处理、随机振动、地震数据处理、参数估计、自适应滤波、系统辨识和机械故障诊断等众多领域，充分显示了随机信号与系统分析方法的巨大潜力。因此，系统总结和深入研究随机信号与系统分析的理论、方法及其最新发展，使广大科技工作者尽快掌握和使用有关理论和方法，这是非常必要的。本书正是为此而写。

本书是作者多年从事随机信号与系统分析的教学与科研工作的系统总结。全书共分为四部分：第一部分包括第一章、第二章和第四章，主要论述随机信号的基本理论与性质。包括随机变量及其特征函数、平稳过程谱分析以及时间序列模型等。

第二部分包括第三章和第五章，主要讨论随机信号通过线性与非线性系统的功率谱分析方法，并利用有关理论和方法，阐述了随机信号非线性变换的带宽关系、典型非线性系统在信号处理中的应用等。此外，还讨论了具有指定功率谱形状的非高斯随机序列的产生，读者可方便地通过编程手段产生各种需要的平稳非高斯随机序列。

第三部分包括第六章和第七章，系统讨论了非高斯平稳过程的累积量及高阶谱的定义和性质、双谱估计及其应用。重点介绍采用三阶累积量和双谱技术对随机信号与系统进行分析的理论和方法，对于初涉这一领域的读者或希望进一步利用高阶谱技术解决有关问题的读者，这些内容是非常有帮助的。为了方便读者作更深入的研究，书中列出大量有关高阶统计量分析方法与应用的参考

文献。

第四部分包括第八章和第九章，针对非平稳信号和时变系统，讨论信号的时频表示和高阶非线性时频表示。主要介绍时变信号的线性与非线性时频表示，并对二次型时频分布的统一理论框架予以总结。此外，对维格纳-威利（Wigner-Ville）分布加以推广，讨论信号的维格纳高阶矩谱的基本理论与实现方法，并介绍一些高阶非线性时频表示的应用实例。

随机信号与系统分析有着严密的数学基础和鲜明的物理意义，读者在阅读本书的过程中，要注意掌握有关的数学关系，这对于准确理解有关概念和正确掌握分析方法都是至关重要的。只有真正掌握这些理论体系，才能充分应用随机信号与系统的理论和方法解决实际问题。本书要求读者已基本掌握线性代数、信号与线性系统理论、概率论等内容。

在本书的写作过程中，中国科学技术大学沈凤麟教授一直给予鼓励并提出许多宝贵意见，并为本书撰写了序言。中国科学院院士王梓坤教授在百忙之中审阅了部分书稿，并提出改进意见。作者在此特别向他们表示衷心的感谢。最后，作者特别感谢汕头大学对本书的顺利出版给予的大力支持。

本书第一、二章由孙丽莎执笔，其余由沈民奋执笔。由于作者水平有限，加之成稿时间仓促，书中难免存在缺点和错误，祈请专家和读者予以批评和指正。

沈民奋

1996年9月

目　录

第一章　随机变量与特征函数

第二章　随机过程

第三章 随机信号通过线性系统

第四章　时间序列及其模型

第五章　随机过程通过非线性系统

第六章 随机信号的高阶谱分析

第七章　双谱估计及其应用

第八章　信号的时频表示

第九章 高阶非线性时频表示

第一章　随机变量与特征函数

概率论是研究随机现象规律性的学科。本章对概率论中随机变量这一重要概念的主要内容进行讨论。包括离散与连续随机变量及其分布，随机变量的数学期望，随机变量的变换以及与概率密度函数密切相关的特征函数等内容。

§1.1　随机变量

随机变量是概率论中的一个重要概念。我们知道，随机事件是样本点的一个集合，而样本空间总是联系着某一随机试验。一般而言，随机变量就是在试验结果中能取得不同数值的量，它是样本空间的一个实值函数，即为试验结果的实值函数。例如，电话用户在某一段时间内电话呼唤的次数。从数学观点来看，就是每个变量都可以随机地取得不同的数值，但在进行试验以前对这个变量将会取得什么数值是无法预言的。另外，必须注意，随机变量并不是自变量，其取值结果完全依赖于随机试验的结果而定。这样，可以给出随机变量的定义：

设 E 为一随机试验，其样本空间为 $S=(\Omega)$，若对于每一个 $\Omega\in S$ 都有一个实数 $X(\Omega)$与之对应，而且对于任何实数 x，“$X(\Omega)\leqslant x$”有确定的概率，则称 $X(\Omega)$为随机变量。

引入随机变量的概念之后，随机事件便可通过随机变量加以表示。此外，随机变量的数值取实数，非常有利于各种数学运算，对于随机试验的结果进行描述和进行理论分析带来极大的方便。

根据随机变量的取值，可分为离散随机变量和连续随机变量。

§1.1.1 离散随机变量及其分布

离散随机变量可取有限个或可数无穷多个数值。它是这样的数的集合，其中所有数可按一定顺序排列，其可能取值为 $x_1, x_2, \cdots, x_i, \cdots$。即 $X(\Omega) = x_i (i=1,2,\cdots)$ 为一随机事件。根据概率论的知识，显然，随机变量 $X(\Omega)$ 有它确定的概率，用 p_k 表示

$$P[X(\Omega)=x_i]=p_i, \qquad (i=1,2,\cdots) \tag{1-1}$$

离散随机变量还满足

$$p_i \geqslant 0, \qquad (i=1,2,\cdots)$$

和

$$\sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1$$

为了表示离散随机变量的概率分布，一般常用横轴上的点表示随机变量的各可能值 $x_1, x_2, \cdots, x_i, \cdots$，而用纵轴表示随机变量取得各值的概率 $p_1, p_2, \cdots, p_i, \cdots$，得到离散随机变量的概率分布图，如图 1.1 所示。

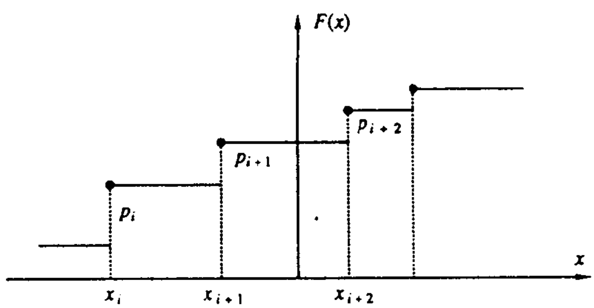

图 1.1 离散随机变量的概率分布

对于随机变量，分布函数是一个重要概念。设 $X(\Omega)$ 为一随机变量，对于某一实数，事件 $X(\Omega) \leqslant x$ 发生的概率是 x 的函数，定

义

$$F(x) = P[X(\Omega) \leqslant x] = \sum_{x_k \leqslant x} p_k \tag{1-2}$$

为 $X(\Omega)$ 的分布函数。

由分布函数的定义，不难推得，分布函数具有以下性质：

$$F(\infty) = 1$$

$$F(0) = 0$$

$$F(b) - F(a) = P[\, a < X(\Omega) \leqslant b \,]$$

显然，$F(x)$ 的图形呈一阶梯状，曲线各阶跃间断点出现在 x_k 值处。分布函数的大小介于 0 和 1 之间，而且是非降的。

在离散随机变量中，常见的概率分布有以下几种。

1. 二项式分布

设随机变量 $X(\Omega)$ 取值为零和各正整数：$m = 0,1,2,\cdots,n$，其概率分别为：

$$P(X=m) = C_n^m p^m q^{n-m} \tag{1-3}$$

式中 $0<p<1$，$p+q=1$。这种分布称为二项式分布。

显然，$P(X=m)$ 为非负并且满足以下条件：

$$\sum_{m=0}^{n} P(X=m) = \sum_{m=0}^{n} C_n^m p^m q^{n-m} = (p+q)^n = 1$$

2. 泊松分布

设随机变量 X 取值为零和一切正整数：$m = 0, 1, 2, \cdots$；而概率 $P(X=m)$ 分别为

$$P(X=m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \qquad m = 0, 1, 2, \cdots \tag{1-4}$$

式中 $\lambda>0$ 为常数。这种分布称为泊松分布。

不难看出，以上级数是收敛的，且满足以下关系：

$$\sum_{m=0}^{\infty} P(X=m) = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}=e^{-\lambda}e^{\lambda}=1$$

§1.1.2　连续随机变量及其分布

根据前面的分析，可知离散型随机变量的取值可能只是有限个或可列个，可以逐一列出其分布。但是，对于连续随机变量，其试验的结果可在某一区间内取得任何数值。在描述连续随机变量 X 的分布时，不可能像描述离散随机变量那样，可以把 X 的一切可能值排列起来。下面分析如何通过分布函数描述连续随机变量。

由式(1-2)可知，离散随机变量 X 的分布函数曲线呈阶跃状，在每个可能取值的随机变量 X 处产生跳跃，跳跃的大小等于该处的概率。现在考虑如果随机变量 X 的可能取值数目增大，那么，分布函数 $F(x)$ 将产生更多阶跃点，但每一个阶跃量却变小了。

当随机变量 X 在某一区间里处处可能取值时，容易推得，阶跃曲线将成为连续曲线。因此，可以给出连续随机变量分布函数的定义：

设 x 为任一实数，随机变量 X 取得小于 x 值的概率，即事件 $X<x$ 的概率，是 x 的函数，记作：

$$F(x) = P[X\leqslant x] = \int_{-\infty}^{x} p(x)\,dx \tag{1-5}$$

称这个函数为连续随机变量 X 的概率分布函数或分布函数。

其中 $p(x)$ 称为连续随机变量 X 的概率密度函数或分布密度函数。关于概率密度函数有如下性质：

(1) 概率密度函数是非负函数，即对于一切 x，存在 $p(x)\geqslant 0$。

(2)
$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\,dx = F(+\infty) = 1 \tag{1-6}$$