电网络分析

程少庚　崔杜武　刘小河　编著

机械工业出版社

电网络分析

程少庚　崔杜武　刘小河　编著

机械工业出版社

（京）新登字054号

本书是根据陕西机械学院由电类专业研究生“网络理论”课的讲稿，并结合编者科研成果的相关内容而编著的。该书较全面系统地讲述了网络分析的基本概念、基本理论和计算方法。

全书共分八章、其中包含网络元件和网络的基本特性，网络的图论基础，网络的代数方程，网络的状态变量分析法，网络的计算机辅助分析，有源网络分析，符号网络函数分析和非线性网络分析等问题。内容丰富而新颖，阐述严谨而通俗易懂，便于自学，体系连贯而有特色。书中多处引入了现代网络理论中提出的新概念、新问题、某种程度上反映了近代网络理论的发展方向。

本书可作为高等院校电类专业研究生用教材，也可供高等学校教师、高年级大学生、科研人员、工程技术人员参考。

电网络分析

程少庚　崔杜武　刘小河　编著

责任编辑：贡克勤　版式设计：冉晓华

封面设计：方　芬　责任校对：张　金

责任印制：查继宗

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

邮政编码：100037

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

西安电子科技大学印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本787×1092 1/16·印张21 3/4·字数532千字

1993年12月西安第1版·1993年12月西安第1次印刷

印数　00 001—1500　定价：15.00元

*

ISBN 7-111-04035-X/TM·507(X)

前　言

电网络理论是电气工程及电子工程的主要理论基础。近年来，随着电工技术，特别是电子科学与计算机科学的飞速发展，给电网络理论提出了一系列新的课题，使得电网络理论这一古老的工程学科充满了勃勃生机。

本书主要介绍电网络分析的基础知识。作者试图从近年来网络理论所取得的成果出发，将经典内容与现代内容、线性网络与非线性网络、有源网络与无源网络、理论分析的方法与计算机辅助分析的算法等有机地结合起来，以求全面体现电网络理论的丰富体系和内在规律。

全书共分八章，第一章为网络元件及网络的基本性质；第二章为网络图论基础；第三章为网络的代数方程；第四章为网络的状态变量分析法；第五章为网络的计算机辅助分析；第六章为有源网络分析；第七章为符号网络函数分析；第八章为非线性网络。

本书是在作者多年给研究生所开设"网络理论"课的基础上，结合作者的教学实践及一些研究成果而写成的。书中力求作到说理清楚，阐述问题深入浅出，重视物理概念的论述，注重理论的系统性和严谨性。在取材方面作到范围合宜，起点适当，难度适中。凡具有大学数学分析、线性代数和电路分析基础的读者就可顺利地阅读本书。为节省篇幅，有些部分的展开及定理的证明没有进行讨论，而是指出参考文献，以供读者参考。

本书可作为电类专业研究生"网络理论"课程的教材，也可作为高等学校本科生高年级相关课程的教材或参考书。对高校教师，工程技术人员也具有参考价值。

本书由北京机械工业学院程少庚同志主编。第一、二章由程少庚同志编写，第三、五、六章由陕西机械学院崔杜武同志编写，第四、七、八章由陕西机械学院刘小河同志编写。

在本书的准备和编写过程中，得到了有关专家的关心和机械工业出版社的大力支持。西安交通大学的范丽娟教授审阅了本书的编写大纲，并提出了宝贵意见，作者在此表示衷心的感谢。

限于作者的水平和能力，书中谬误之处在所难免，恳请读者给予批评指教。

编著者

1992.11

目　录

第一章　网络元件及网络的基本性质

本章介绍网络元件及网络的基本性质，重点介绍二端代数元件及几种重要的多端代数元件，并对网络的基本性质，作简洁而严格的讨论。

第一节　二端网络元件

电网络是电气、电子器件按某种特定目的而相互连接所形成的系统总体的统称。电网络理论并不是对实际的器件逐一地进行研究，而是利用一系列的理想的网络元件，构造出实际器件的合适模型，并对模型电路进行研究。

因在器件（Device）和元件（Element）这两个概念的使用上常存在着某种混乱，故我们有必要说明一下本书给予的确切含义及它们的区别。器件是指具有两个或多个可对外进行电气联接的端子的物理实体，如干电池、铁心线圈、二极管、三极管等。元件是指具有两个或多个端子的理想化的电路模型，其端子上的物理量（如电压、电流等）服从严格的数学规律，如电阻元件、电容元件、受控源、回转器等。

在研究电网络时，首先遇到的是实际网络的造型问题，即建立一种合适的数学模型，来近似地描述电网络中所发生的客观现象。而实际网络总是由器件按一定关系相互连接而成。因此，实际网络的造型问题实际可归结为器件造型的问题。所谓器件造型，是指用电路元件及其组合在一定条件下来模拟器件的物理特性。由此可见，网络元件是网络理论中一个非常重要的概念。电网络理论是研究由理想网络元件组成的电路中电磁现象的一般规律的一个学科，因此，电网络理论的体系是建立在元件概念基础上的。

网络元件可分为集中参数元件和分布参数元件。本书中只研究集中参数元件。

一、网络的基本变量

网络理论中，常用电压 u、电流 i、磁链 ψ 和电荷 q 这 4 个基本物理量来表征电路元件的特性。这 4 个物理量并不是完全独立的。我们由电磁场理论知道，i 和 q，u 和 ψ 之间存在着下述关系

$$i = \frac{dq}{dt} \tag{1-1}$$

$$u = \frac{d\psi}{dt} \tag{1-2}$$

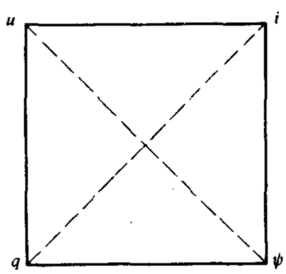

图 1-1　4 个网络基本变量的完备图

我们称上述两对变量之间是动态相关的，这就是说，对任何元件，这两对变量均由式（1-1）或式（1-2）联系在一起，而与元件的性质无关。因此，4 个基本变量的 6 对组合中，只有（u，i）、（i，ψ）、（ψ，q）、（q，u），这 4 对变量组合之间的关系要依赖于元件的性质。我们称它们两两之间是动态无关

的。4 种基本网络变量 6 种组合的完备图可用图 1-1 表示。图中实线所联接的变量是动态无关的，两虚线所联接的变量之间是动态相关的。

对任意有限时刻 $t>-\infty$，其元件的电压 $u(t)$ 和电流 $i(t)$ 总是可以唯一地被测量出。而 $q(t)$ 和 $\psi(t)$ 的测量可在一段时间 $[t_0、t]$ 内通过对 $i(t)$ 及 $u(t)$ 进行测量并求积分来获得，即

$$q(t)=\int_{t_0}^{t} i(\tau)\mathrm{d}\tau+q(t_0) \tag{1-3}$$

$$\psi(t)=\int_{t_0}^{t} u(\tau)\mathrm{d}\tau+\psi(t_0) \tag{1-4}$$

式中 $q(t_0)=\int_{-\infty}^{t_0} i(\tau)\mathrm{d}\tau$ 及 $\psi(t_0)=\int_{-\infty}^{t_0} u(\tau)\mathrm{d}\tau$ 是积分常数，它们不能由测量本身来确定。因为我们不可能从 $t=-\infty$ 时开始测量，换句话说，进行这样的测量可以准确到只差一个常数项。

由于 u 和 i 比 q 和 ψ 容易测量，所以我们常采用 u 和 i 作为测量信号。现设想进行一组实验，将某二端元件 x 联接在某一激励网络上，在电路中接入一个内阻为零的电流表和内阻为无穷大的电压表，在某一激励下，从某一确定时刻合上开关，并从 t_0 开始记录下 $u(t)$ 和 $i(t)$ 在 t 时刻的数值，如图 1-2 所示。这样测量和记录下的信号对 $[u(t),i(t)]$、$t\geqslant t_0$ 称为元件 x 的一组容许的电压—电流信号偶，简称为容许信号偶(Admissible signal pair)

对所有可能的激励和所有的 $t_0(-\infty\leqslant t_0\leqslant+\infty)$ 重复上述的假想实验，并用 $F(x)$ 表示所有的容许信号偶的集合，则 $F(x)$ 全面反映了该元件的性质。我们称 $F(x)$ 为元件 x 的赋定关系㊀(Constitutive relation)。

对一个经过一定抽象而得到的理想电路模型(即网络元件)，它的赋定关系往往可以用一条曲线、一个或一组方程来表达。

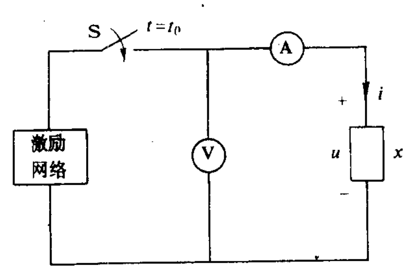

图 1-2　对二端元件 x 进行假想的测量试验

二、基本二端代数元件

在 u、i、ψ、q 这 4 个变量中，其动态无关的变量对为 (u,i)、(i,ψ)、(ψ,q)、(q,u)，我们称上述变量对为动态无关的变量偶。更一般地说，我们用 (ζ,η) 表示上述变量偶，即有

$$(\zeta,\eta)\in\{(u,i),(i,\psi),(q,u),(\psi,q)\} \tag{1-5}$$

定义 1　基本二端代数元件

如果一个二端元件的赋定关系可由 (ζ,η) 之间的代数关系所决定，即

$$f(\zeta,\eta,t)=0 \tag{1-6}$$

则该元件称为基本二端代数元件。

定义 2　时不变元件与时变元件

若一个二端元件的赋定关系显含 t，则称之为二端时变元件，否则称为时不变元件。

以下除非特别说明，我们均假定元件是时不变的。

定义 3　线性元件与非线性元件

设 (ζ_1,η_1) (ζ_2,η_2) 是同一类型的动态无关的变量偶。如果当二端元件的赋定关系满足

㊀也有的译成“成分关系”、“构成关系”

$$f(\zeta_1,\eta_1,t)=0 \text{ 及 } f(\zeta_2,\eta_2,t)=0$$

时，对任何两个数量 α 和 β，变量偶 $(\zeta,\ \eta)\triangleq(\alpha\zeta_1+\beta\zeta_2,\ \alpha\eta_1+\beta\eta_2)$ 满足

$$f(\zeta,\eta,t)=0$$

即 $f(\zeta,\ \eta,\ t)$ 是关于 ζ，η 的线性函数，则称该元件为线性二端元件，否则称之为非线性元件。

对式（1-5）中任一动态无关的变量偶，可定义一类基本元件，下面我们分别讨论。

1. 电阻元件

定义 4 如果一个二端元件的赋定关系为

$$f(u,i)=0 \tag{1-7}$$

则称之为二端（时不变）电阻元件。

从几何意义说，电阻元件的赋定关系可由 $u-i$ 平面上的一条曲线来决定。电阻元件的符号如图 1-3 所示。电阻元件根据其伏安特性的特点，又可分为压控电阻、流控电阻、单调电阻几类。

定义 5 压控压阻、流控电阻与单调电阻

若电阻元件的赋定关系中 i 可表示为 u 的单值函数，即

$$i=i(u) \tag{1-8}$$

则称之为压控电阻元件；若赋定关系可以表示为

$$u=u(i) \tag{1-9}$$

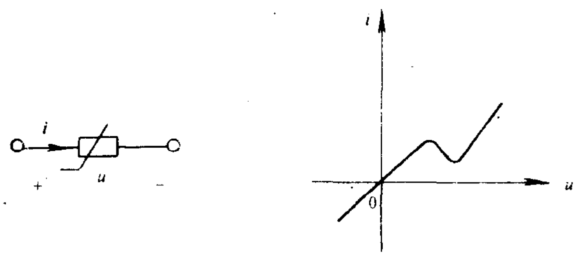

图 1-3　二端电阻元件

则称之为流控电阻元件，若电阻元件既是流控的，又是压控的，则称之为单调电阻元件。

注意，一般地说，对非单调的压控电阻，不一定存在反函数使其写成式（1-9）的表达式，即使能找出其反函数，其函数关系也并不是单值的。

例 1 半导体二极管在直流工作状态时，其伏安特性可近似用下式描述

$$i=I_0(e^{ku}-1)\triangleq i(u)$$

式中 I_0、k 为常数。

我们可由上式导出：

$$u=\frac{1}{k}ln(\frac{i}{I_0}+1)\triangleq u(i)$$

显然，半导体二极管可用一单调电阻做其电路模型。半导体二极管的伏安特性曲线如图 1-4 所示。

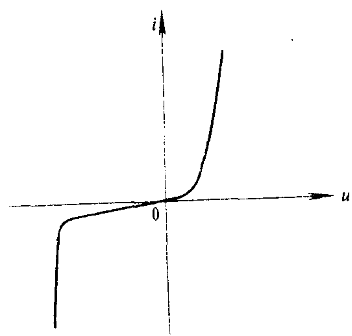

图 1-4　半导体二极管伏安特性

例 2 辉光二极管的电路符号及伏安特性曲线如图 1-5 a 所示。隧道二极管的电路符号及伏安特性如图 1-5 b 所示。从图中可以看出，辉光二极管的电压是电流的单值函数，隧道二极管的电流是电压的单值函数。但辉光二极管的电流在电压一定变化范围内是电压的多值函数，隧道二极管的电压在电流一定变化范围内是电流的多值函数。

因此，辉光二极管可用流控电阻作其电路模型，隧道二极管可用压控电阻作其电路模型。

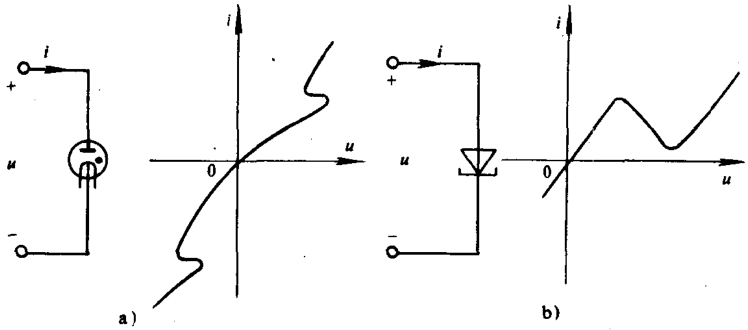

图 1-5　流控电阻和压控电阻的实例

a）辉光二极管的电路符号及伏安特性　b）隧道二极管的电路符号及伏安特性

例 3　理想二极管的赋定关系可表示为

$$\begin{cases} i > 0 \text{ 时 }, u = 0 \\ u < 0 \text{ 时}, i = 0 \end{cases}$$

其电路符号及伏安特性如图 1-6 所示。显然，理想二极管是一个电阻元件，但它既非压控电阻元件，也非流控电阻元件，也不是单调电阻元件。

例 4　线性时不变电阻的赋定关系为

$$u = Ri \qquad 或 \qquad i = Gu$$

其伏安特性为通过原点的一条直线。线性时不变电阻的电路符号及伏安特性见图 1-7。

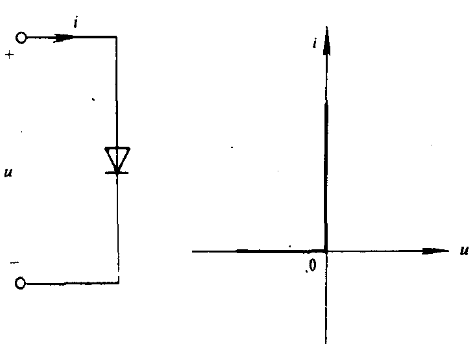

图 1-6　理想二极管的电路符号及伏安特性

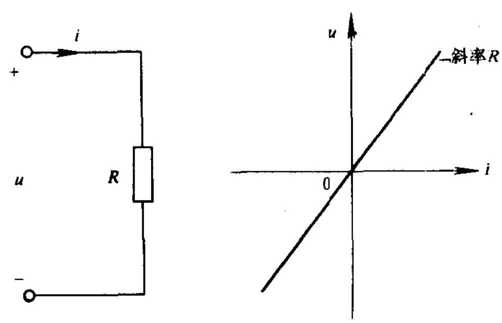

图 1-7　线性时不变电阻的电路符号及伏安特性

显然，线性时不变电阻元件属于单调电阻元件。当 R（G）>0 时，上式即为著名的欧姆定律。线性时不变电阻元件的两个特例是开路和短路：开路时，$i=0$，u 为任意值，其伏安特性与 u 轴重合；短路时，$u=0$，i 为任意值，其伏安特性与 i 轴重合。

由以上各例可以看出，流控电阻元件和压控电阻元件是一般的非线性时不变电阻元件的一个重要子类，单调电阻元件是压控电阻和流控电阻的一个子类，而线性时不变电阻元件又是单调电阻的一个特例。

在早期的网络理论中，重点是研究由线性时不变的 R、L、C、M 元件组成的网络的特点，

因此，电阻元件常被定义为满足欧姆定律的电路元件，它又被称为耗能元件。当把电阻元件的概念由欧姆定律所定义的线性时不变电阻扩展到一般的非线性及时变电阻元件时，电阻元件就不能单纯视为耗能元件来应用了。例如负电阻的伏安特性如图 1-8 所示。按照定义，这是一个线性时不变电阻元件，该元件所吸收的功率为

$$p = ui = -Ri^2 < 0$$

可见，负电阻实际上可向外电路提供功率，因此，不是耗能元件。

应该注意的是，独立电压源及独立电流源的赋定关系可用 $u-i$ 平面上平行于 u 轴或平行于 i 轴的直线来表示。按照定义，独立电压源及独立电流源应属于非线性电阻元件。但考虑到独立电源通常作为网络的激励，因此本书中仍按照惯例，把独立电源作为一类独立的电路元件来讨论。

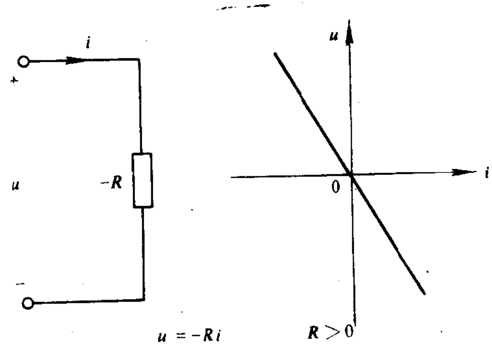

图 1-8　负电阻及其伏安特性

2. 电容元件

定义 6　电容元件

若某一二端元件的赋定关系可以表示为

$$f(q,u) = 0 \tag{1-10}$$

则该元件称之为二端（时不变）电容元件。

二端（时不变）电容元件的赋定关系可由 $q-u$ 平面上的一条曲线来决定，该曲线又称为库伏特性。电容元件的图形符号及库伏特性如图 1-9 所示。

电容元件根据其库伏特性的特点，又可分为荷控电容，压控电容，单调电容几类。

定义 7　荷控电容、压控电容与单调电容元件

若电容元件的赋定关系中，电压可表示为电荷的单值函数，即

$$u = u(q) \tag{1-11}$$

则称之为荷控电容元件；若赋定关系可表示为

$$q = q(u) \tag{1-12}$$

则称之为压控电容元件；若电容元件既是荷控的，又是压控的，则称之为单调电容元件。

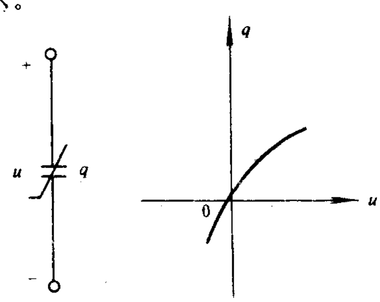

图 1-9　二端电容元件的电路符号及库伏特性

例 5　变容二极管

变容二极管是一种特殊设计的 P-N 结二极管，其特性可以表示为

$$q = q(u) = (u_o - u)^{\frac{1}{2}} \qquad u \leqslant u_0$$

或

$$u = u(q) = u_0 - \frac{q^2}{k^2} \qquad q \leqslant 0$$

式中　u_0 为工作极限电压，k 为常数。可见变容二极管可用一单调电容元件作其电路模型。变

容二极管的库伏特性如图 1－10 所示。

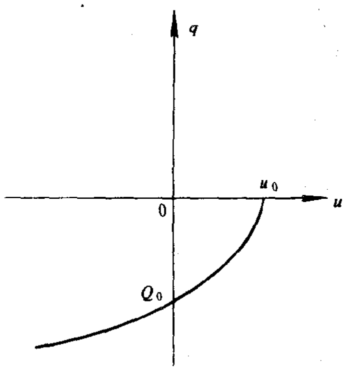

图 1－10　变容二极管的库伏特性

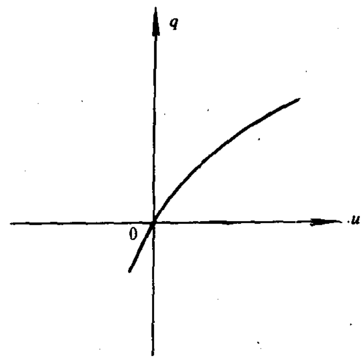

图 1－11　Mos 电容器的库伏特性

例 6　Mos 电容器

Mos 电容器的库伏特性如图 1－11 所示。由图可见，可用一单调电容元件来作 Mos 电容器的电路模型。

例 7　线性（时不变）电容元件

线性（时不变）电容元件的赋定关系为

$$q = C\,u$$

它的库伏特性为通过 $q-u$ 平面上坐标原点的一条直线，如图 1－12 所示。

读者不难验证，上述赋定关系符合关于线性元件的定义。由库伏特性可见，线性（时不变）电容元件是单调电容元件的一个特例。

3. 电感元件

定义 8　电感元件

若某一二端元件的赋定关系可以表示为

$$f(\psi,i) = 0 \tag{1-13}$$

则该元件称为二端（时不变）电感元件。

二端（时不变）电感元件的赋定关系可由 $\psi-i$ 平面上的一条曲线来决定，该曲线又称为韦安特性。电感元件的电路符号及韦安特性如图 1－13 所示。

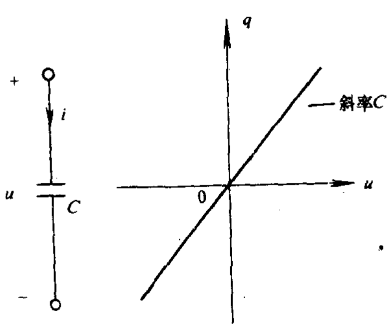

图 1－12　线性（时不变）电容元件的库伏特性

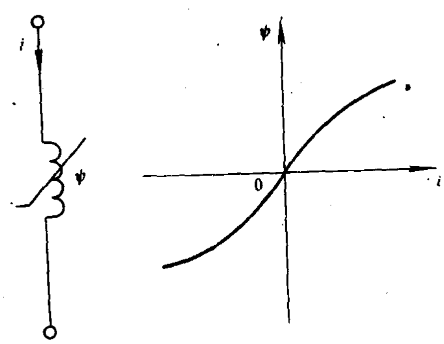

图 1－13　电感元件的电路符号及其韦安特性

电感元件根据其韦安特性的特点，又可分为链控电感，流控电感及单调电感几类。

定义 9　链控电感，流控电感及单调电感元件

若电感元件的赋定关系中，电流可表示为磁链的单值函数，即

$$i = i(\psi) \tag{1-14}$$

则称之为链控电感元件；若赋定关系可表示为

$$\psi = \psi(i) \tag{1-15}$$

则称之为流控电感元件；若电感元件既是链控的，又是流控的，则称之为单调电感元件。

例 8　超导磁合金电感线圈

超导磁合金的磁导率 μ 是随磁场强度而变化的。以这类材料为磁心的电感线圈的韦安特性如图 1-14 所示。

由图可见，我们可用一单调电感元件来作超导磁合金电感线圈的电路模型。

例 9　Josephson 结

Josephson 结是由两层超导体中间夹一层氧化物介质而构成的电感性器件。B·D·Josephson 对这一器件提出了如下模型

$$i = I_0 \sin[K_0 \int u(t)\mathrm{d}t]$$

或写为

$$i = I_0 \sin K_0 \psi$$

式中　I_0、K_0 为常数。其韦安特性如图 1-15 所示。

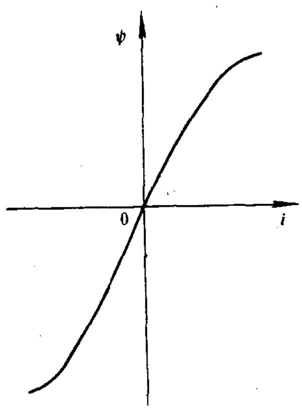

图 1-14　超导磁合金为磁心的电感线圈的韦安特性

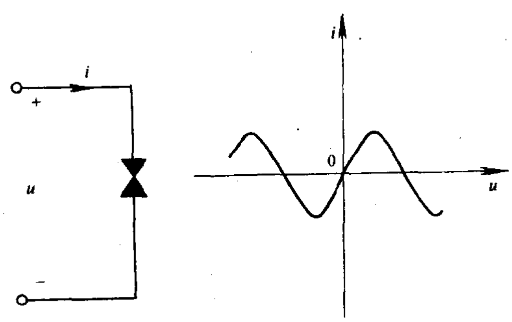

图 1-15　Josephson 结及其韦安特性

由图可见，我们可用链控电感元件作为 Josephson 结的电路模型。

Josephson 结可用于检波、放大、振荡等各种用途，目前已广泛应用于卫星通信设备中。B·D·Josephson 本人也由于提出这一模型而在 1973 年获得了诺贝尔奖。

4. 记忆电阻元件

传统的网络分析中，仅仅涉及电阻、电感及电容三种基本代数元件。对线性网络来说，由这三种基本电路元件及受控源就足以描述网络的性状。对于工程中常见的一些较简单的非线性网络与系统，也可由上述元件的组合来较好地描述网络的性状。然而，随着大量新型非线性器件的涌现，仅仅用上述三种基本代数元件，已难以对一些非线性器件进行造型，需要定

义一类新的基本电路元件。

其实，只要对元件定义的来由进行检查，我们就会发现电阻、电容、电感元件不能构成一个完整的元件体系。我们知道，在 u、i、ψ、q 这 4 个基本变量中，其动态无关的变量偶共有 4 对。我们用 (u,i) 之间的关系定义了电阻元件，用 (ψ,i) 之间的关系定义了电感元件，用 (u,q) 之间的关系定义了电容元件，显然还缺少一种基本电路元件，因为 (ψ,q) 之间的关系还未被使用。这一问题直至本世纪 70 年代初才有人提出，并建议根据 (ψ,q) 之间的关系定义第四种基本代数元件，称为记忆电阻元件（Memory resistor），简称为忆阻元件（Memristor）。目前忆阻元件已经得到电路理论工作者的广泛承认和重视。

定义 10 忆阻元件

如果一个二端元件的赋定关系可以表示为

$$f(\psi,q)=0 \tag{1-16}$$

则该元件称为二端（时不变）忆阻元件。

定义 11 荷控忆阻，链控忆阻，单调忆阻元件

若忆阻元件的赋定关系中，磁链可表示为电荷的单值函数，即

$$\psi=\psi(q) \tag{1-17}$$

则称之为荷控忆阻元件；若电荷可表示为磁链的单值函数，即

$$q=q(\psi) \tag{1-18}$$

则称之为链控忆阻元件；若忆阻元件既是荷控的，又是链控的，则称之为单调忆阻元件。

文献中较通用的忆阻元件的电路符号如图 1-16 所示。

我们可以给忆阻元件以如下的物理解释：对图 1-16 所示忆阻元件，考察其电压 $u(t)$ 与电流 $i(t)$ 的关系。假定忆阻元件是荷控的，则有

$$u(t)=\frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\psi(q)}{\mathrm{d}q}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$
$$=M(q)\,i(t)$$

式中，$M(q)\triangleq \mathrm{d}\psi(q)/\mathrm{d}q$，其量纲与电阻相同，均为“欧姆”。由于 $M(q)$ 是电荷的函数，故 $u(t)$ 依赖于 $i(t)$“过去的历史”，因而称之为记忆电阻。

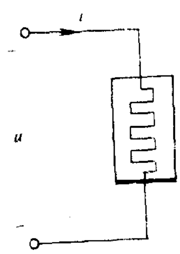

图 1-16 忆阻元件的电路符号

如果忆阻元件是线性的，即有 $\psi=Mq$，M 为常数，则其电压、电流关系变为 $u(t)=Mi(t)$。这和线性电阻元件的赋定关系完全相同。因此，线性电阻和线性忆阻元件是相同的元件。正因为如此，在以线性电路为主要研究对象的长久年代中，忆阻元件一直被忽略了。

目前，还无法用导体或半导体材料制造出理想的忆阻器，正因为如此，忆阻元件还缺乏真实可靠的物理背景，在现代网络理论研究中，忆阻元件也远不及其他 3 类基本电路元件应用广泛。但提出忆阻元件，对电路理论本身具有很重要的意义。其次，某些实际器件可以近似用忆阻元件来较好地造型。

例 10 库仑电池[15]

考察一“库仑电池”。银容器（阴极）内盛有电解液，金阳极浸在电解液中（图 1-17a）。假设阳极上已有一层银。当端口接到蓄电池时，银离子将由阳极转移到阴极上去，出现大电

流，因此器件相当一很小的线性电阻 R_1。到某一时刻 $t=t_0$时，大部分银已转移掉，剩下的离子很少，$t \geqslant t_0$ 时，电流很小，器件相当于很大的线性电阻 R_2，库仑电池可用忆阻元件作为电路模型，其 $\psi-q$ 特性如图 1-17 b 所示。

作为忆阻元件的例子，还可以举出钨丝灯泡和许多生理器件的模型等（其他忆阻元件的例子见文献[16～18]）。

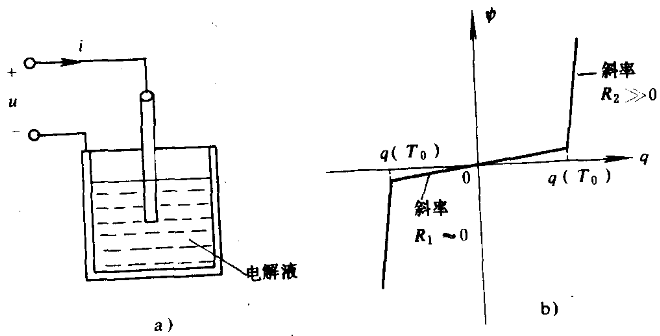

图 1-17　库仑电池及其 $\psi-q$ 特性

a）金属极浸在电解液中　b）$\psi-q$ 特性

以上我们分别讨论了 4 种基本二端代数元件的定义和分类，其示意图由图 1-18 所示。由图中我们看到，网络的 4 个基本变量组成的完备图中，虚线表征了对应的变量是动态相关的，而实线所连的 4 对动态无关的变量偶中，每一对变量偶之间的代数关系就定义了一类基本的二端代数元件，从而形成了一组完备的基本元件系列。

有许多非线性器件可以用这 4 种基本元件的一种或组合真实地进行模拟，至少在工作频率的某个有限范围内可以这么做。

最后，我们要指出基本二端代数元件的几个性质。

① 基本二端代数元件具有独立性和封闭性。所谓独立性是指每一类元件不可能由另外几类二端元件来实现，例如不可能由二端电阻元件、二端电感元件或它们的组合来实现二端电容元件。所谓封闭性是指同一类型的二端元件进行联接后仍可等效为该类型的二端元件。例如二端电阻元件作串并联联接后仍可用一个二端电阻元件来等效。

② 某些电路元件可能同时属于几类基本代数元件。例如，线性忆阻元件同时也是线性电阻元件。直流电压源的赋定关系是 $u=U_0$，它可以属于二端电阻元件。但电压源的赋定关系也可以写为

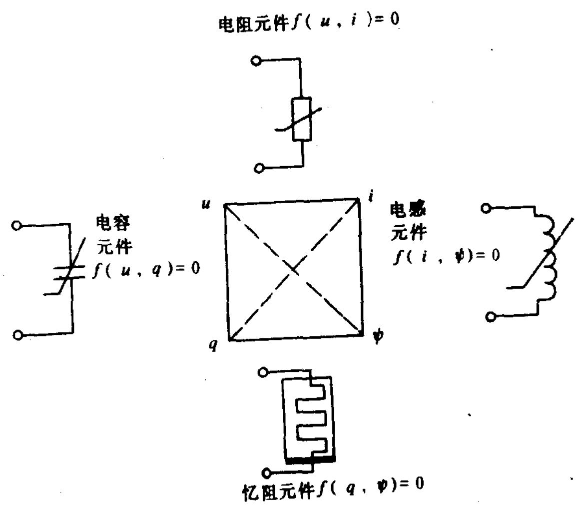

图 1-18　四种基本代数元件

$$(u-U_0)(q-Q_0)=0 \qquad q \neq Q_0$$

根据定义，电压源又可属于电容元件。同理，直流电流源可以属于电阻元件，也可以属于电感元件。

三、高阶代数元件和动态元件

1. 高阶代数元件

前面我们定义了 4 类基本二端代数元件，它们分别用网络基本变量 i、u、q、ψ 中 4 对动态无关的变量偶之间的赋定关系来表征。鉴于电流和电压比较容易测量，所以我们希望以 u、i 作为变量来进行研究，这是可以做得到的。因为 $u = \mathrm{d}\psi/\mathrm{d}t$ 或 $\psi=\int_{-\infty}^{t}u(\tau)\,\mathrm{d}\tau$，我们可将上述关系记为 $u=\psi^{(1)}$或 $\psi=u^{(-1)}$；同理 $i=q^{(1)}$或 $q=i^{(-1)}$。于是、电阻、电容、电感、忆阻等 4 类元件的赋定关系可分别写为

$$f(u,i) = 0$$
$$f(u,i^{(-1)}) = 0$$
$$f(u^{(-1)},i^{(-1)}) = 0$$
$$f(u^{(-1)},i^{(-1)}) = 0$$

如果定义

$$x^{(k)} \triangleq \frac{\mathrm{d}^k x}{\mathrm{d}t^k}$$
$$x^{(-k)} \triangleq \int_{-\infty}^{t}\int_{-\infty}^{\tau_k}\cdots\int_{-\infty}^{\tau_2} x(\tau_1)\mathrm{d}\tau_1\mathrm{d}\tau_2\cdots\mathrm{d}\tau_k$$
$$x^{(0)} \triangleq x$$

则可将上述赋定关系统一表示为

$$f(u^{(\alpha)},i^{(\beta)}) = 0 \tag{1-19}$$

α、β 称为元件的端口指数，端口指数之差称为二端元件的阶数。显然，$\alpha=0$，$\beta=0$ 是电阻元件，$\alpha=0$，$\beta=-1$ 是电容元件，$\alpha=-1$，$\beta=0$ 是电感元件，$\alpha=-1$，$\beta=-1$ 是忆阻元件。电阻和忆阻元件均为零阶元件，电感和电容元件为一阶元件。当一个二端元件的赋定关系由 u 和 i 的高阶导数或多重积分来决定时，就可定义一类新的元件。

定义 12 高阶二端代数元件

若二端元件的赋定关系可以表示为

$$f(u^{(\alpha)},i^{(\beta)}) = 0 \tag{1-20}$$

且该二端元件的阶数大于 1，则该元件称为二端高阶 $u^{(\alpha)}-i^{(\beta)}$代数元件。高阶代数元件的图形符号如图 1-19 所示。

例 11 高阶代数元件——频率相关负电阻

在线性电路中，为了实现无电感的滤波器，早在 60 年代末，就有人提出了二端 FDNR 元件(Frequency Dependent Negative Resistor)，FDNR 包含两类元件，即

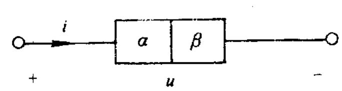

图 1-19 高阶二端代数元件

① D 元件，其赋定关系为

$$i(t) = D\frac{\mathrm{d}^2u(t)}{\mathrm{d}t^2}$$

这是一个 $u^{(2)}-i^{(0)}$高阶代数元件。当外加电压为 $u=\sin\omega t$ 时，电流 $i=-\omega^2 D\sin\omega t$，于是阻抗

$Z(j\omega)=-1/\omega^2 D$

② E 元件，其赋定关系为

$$u(t) = E\frac{\mathrm{d}^2 i(t)}{\mathrm{d}t^2}$$

这是一个 $u^{(0)}-i^{(2)}$高阶代数元件，当正弦激励作用时，其阻抗 $Z(j\omega)=-\omega^2 E$。频率相关负电阻已在通信网络中得到应用。

2. 动态元件

定义 13 若某一个二端元件的赋定关系不能写为代数元件的赋定关系时，则称之为动态元件。

上述定义实际是说，凡不能归入代数元件的范围时，便统统归结为动态元件。因此，动态元件是相当大的一类元件。目前对一般动态元件的性质了解很少，我们仅仅讨论动态元件的一种重要子类。其元件的赋定关系可以由两组方程来描述，即

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = f(x,\eta) \tag{1-21}$$

$$\zeta = g(x,\eta) \tag{1-22}$$

式（1-21）称为内部状态方程，式（1-22）称为外部端口方程。x 为任一状态变量 $(\zeta,\eta)\in\{(u,i),(i,\psi),(\psi,q),(q,u)\}$ 与基本二端代数元件相类似，我们可以定义 4 类基本二端动态元件，即

① 电阻型动态二端元件，例如

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = f(x,i)$$

$$u = g(x,i)$$

②电感型动态二端元件，例如

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = f(x,i)$$

$$\psi = g(x,i)$$

③电容型动态二端元件，例如

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = f(x,u)$$

$$q = g(x,u)$$

④忆阻型动态二端元件，例如

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = f(x,q)$$

$$\psi = g(x,q)$$

设式(1-21)中，当 $\eta=\eta_0$时，有 $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t=f(x(\eta_0),\eta_0)=0$，即$(x(\eta_0),\eta_0)$是式(1-21)的一个平衡点，则式(1-22)可改写为

$$\zeta = g(x(\eta_0),\eta) \tag{1-23}$$

式（1-23）实际上是一代数方程，可以看作为元件的赋定关系是代数关系。因此，当 $x\to 0$ 时，基本二端代数元件可看作是基本二端动态元件的极限情形。从模型的角度看，应用基本动态元件作器件模型的标准单元更加现实些。