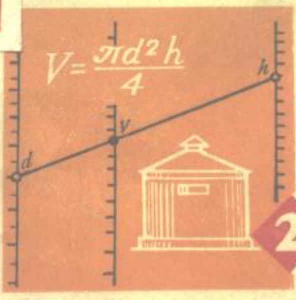
农村常用数学

函数 图算 识图



浙　江　省　教　育　局
《农村常用数学》编写组编

数 学 丛 书

工农知识青年自学读物
《数学丛书》
农村常用数学
(二)
浙江省教育局《农村常用数学》编写组编
*
人民教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
人民教育出版社印刷厂印装
*
1975年11月第1版 1976年3月第1次印刷
书号 13012·022 定价 0.48元

毛主席语录

千万不要忘记阶级和阶级斗争

我国有五亿多农业人口，农民的情况如何，对于我国经济的发展和政权的巩固，关系极大。

教育必须为无产阶级政治服务，必须同生产劳动相结合。

一切可以到农村中去工作的这样的知识分子，应当高兴地到那里去。农村是一个广阔的天地，在那里是可以大有作为的。

编者的话

伟大领袖毛主席指出："**我们的各个工业部门，都必须坚决地把自己的工作转移到以农业为基础的轨道上来。**"农业是国民经济的基础。农业的情况如何，对我国社会主义革命和社会主义建设的发展，关系极大。经过无产阶级文化大革命和批林批孔运动，广大贫下中农和社员群众，正以极大的社会主义积极性，深入开展"**农业学大寨**"运动，为实现农业现代化，建设社会主义新农村而努力奋斗。

毛主席说："**人们为着要在自然界里得到自由，就要用自然科学来了解自然，克服自然和改造自然，从自然里得到自由。**"我们要实现农业现代化，建设社会主义新农村，就必须以阶级斗争为纲，运用自然科学这一有力武器。数学，和其它自然科学一样，它在人类的生产实践中产生，为生产斗争服务，又在生产实践的基础上得到发展。数学是研究现实世界中数量关系和空间形式的科学。在农村的三大革命运动中，特别是实现农业现代化过程中，处处涉及到数量关系和空间形式，离不开计算、绘图和测量。丈量土地、科学用水、打方估囤、合理密植、合理用肥用药、机器安装维修、规划作物布局、抽样估计产量等等，都要用到数学知识。随着社会主义革命和社会主义建设的不断发展，农村对数学的需要将会越来越多。

“教育必须为无产阶级政治服务，必须同生产劳动相结合。”千百万知识青年热烈响应毛主席关于“知识青年到农村去”的伟大号召，踊跃上山下乡。他们在各级党组织的领导下，在贫下中农的再教育下，成为农村社会主义革命和社会主义建设的一支积极活跃的力量；他们为巩固无产阶级专政服务，为缩小三大差别作出应有的贡献。

为了实现农业现代化和建设社会主义新农村的需要，帮助广大知识青年进一步掌握农村三大革命运动中所需要的数学知识，我们编写了这套《农村常用数学》，准备分册陆续出版。编写本书，对我们来说还是一次尝试。我们力求在马克思主义世界观的指导下，介绍农村三大革命运动中常用的数学知识，着重讲述如何运用数学知识去解决农村社队范围内经常遇到的各种有关实际问题。在讲解数学原理和方法时，力求简明扼要，便于应用。在文字上，力求通俗易懂，便于自学。编排次序由浅入深，而各章又有一定的独立性，以适应读者的不同需要。

本书在编写过程中，曾得到北京市和本省许多单位的大力支持和热情帮助，我们在此表示衷心感谢。

由于我们水平有限，存在不足之处，恳切希望广大读者提出批评和建议，以便改进。

浙江省教育局《农村常用数学》编写组

1975年1月

目　录

第一章 函　　数

世界上的一切事物，由于内部存在着矛盾，总是处在不断的运动、变化和发展之中．当人们考察事物的某一过程时，会遇到一些变化着的量，它们的变化常常是相互依存的．自从十七世纪以来，这种变化着的量及其依存关系已成为数学的主要研究对象，这就是变数的数学．数学中自从引进了变数，便开始了一个新的阶段，正如恩格斯所指出的：**“有了变数，运动进入了数学，有了变数，辩证法进入了数学，……”**这样，数学就不仅表明事物的状态，并且表明事物的过程：运动．

函数关系反映了某些变量之间的相互依存关系．本书第一册曾讨论过的正比例函数和反比例函数，就是两种简单的函数关系．本章将从农村三大革命运动的实际需要出发，进一步研究一些函数关系．

第一节　变量与函数

先看几个例子．

例1　时间——气温过程曲线．

图1是鼓山气象站用气温“自记仪”记录的1975年2月11日8时至12日8时的时间——气温过程曲线．其中横轴表示时间 t（小时），纵轴表示气温 T（摄氏度数）．这条曲线

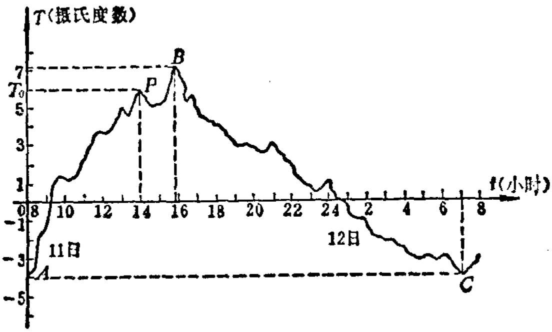


图 1

清楚地表示出这二十四小时内气温与时间之间的变化关系，对于每一时刻 t，都可以通过作图和度量得出一个确定的气温 T，把这一气温 T 叫做这一时刻 t 的对应值．例如，当 $t=14$(小时)时，只要过横轴上 $t_0=14$(小时)这一点作横轴的垂线，与曲线相交于 P 点，P 点的纵坐标 $T_0=6$(°C)就是所求的对应值．

例 2 渠道设计断面口宽与渠深的关系式．

设计渠道时，为了计算土石方和便于施工放样，需要计算各个设计断面的口宽 y(米)．图 2 是胜利干渠的一个设计断面，已知底宽 2 米，边坡 $1:m=1:1.5$．那么，口宽 y(米)与挖深 h(米)之间满足下列关系式：

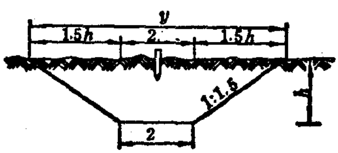


图 2

$$y=2+2\times1.5h$$
$$=2+3h. \qquad (1)$$

(1)式表示口宽 y 是随着挖深 h 的变化而变化的，对于给定的 h 值，就有一个确定的 y 值相对应．例如，当 $h=0.95$ 米时，$y=2+3\times0.95=4.85$(米)．

例3 虫情消长规律．

稻纵卷叶螟是水稻的主要害虫之一．各代一、二龄幼虫发生高峰是防治的最适宜时期，这个高峰期经常是通过田间查上一代的蛾(或蛹)，从蛾(或蛹)的高峰期推算得来．黎明公社植保员于1974年6月13日至25日在5块早稻田中各取0.1亩，每隔一天查测一次第二代的蛾量，结果如表1所示．

表1表示平均亩蛾量 Q 与时间 t 之间的关系：每一个时间 t 的值的下面都有一个平均亩蛾量 Q 的值和它对应．

我们从上面三个例子看到，时间、气温、挖深、口宽、平均亩蛾量等，在考察的过程中可以取不同的数值，我们把它们叫做变量．而渠底宽、边坡系数 m 等，在考察的过程中保持一定的数值，我们把它们叫做常量．显然，这里的"变量"和"常量"是针对某一过程而言的，并不是固定不变的，过程不同了，它们的地位也会发生变化，例如，就胜利干渠来说，它的底宽和边坡系数是常量，但当干渠延伸到支渠、又从支渠延伸到毛渠时，其底宽和边坡系数就取另外的数值，因此，从干渠——支渠——毛渠这个过程来看，底宽和边坡系数都是变量．

这些例子中还有一个共同点：时间与气温、挖深与口宽、时间与平均亩蛾量等变量之间的变化是相互依存的，前者给定一个值，后者就取确定的对应值，这种关系就是函数关系．一般地说：

在某个变化过程中有两个变量 x 和 y，y 的变化是依赖

表1　稻纵卷叶螟蛾第二代发生情况调查表

调查地点	早稻品种	移栽日期（月/日）	苗情	蛾量（只）＼时间t（月/日）；面积（亩）	6/13	6/15	6/17	6/19	6/21	6/23	6/25
红旗一队	矮珍	4/29	一般	0.1	4	0	20	56	20	12	8
红旗二队	先锋	4/28	一般	0.1	32	64	64	80	84	28	16
向阳六队	广陆矮	5/12	好	0.1	28	60	100	40	8	24	12
红卫二队	先锋	4/28	一般	0.1	0	12	32	52	16	12	4
红卫四队	广陆矮	5/1	好	0.1	4	12	44	12	24	10	0
合计				0.5	68	148	260	240	152	86	40
平均亩蛾量Q（只）					136	296	520	480	304	172	80

于 x 的，如果对于 x 在变化过程中取得的每一个值，y 按一定的关系取确定的值和它对应，那么就称 y 是 x 的函数，记作

$$y=f(x), \text{ 或 } y=y(x).$$

这里，x 叫做自变量.

例如，在例 2 中，挖深 h 是自变量，口宽 y 是自变量 h 的函数，记作

$$y=f(h), \text{ 或 } y=y(h).$$

请读者注意，在 $y=f(x)$ 中，符号 $f(x)$ 表示 y 是 x 的函数，它是一个整体，不可误解为 f 与 x 相乘. 至于它表示怎样的函数关系，应由具体问题决定. 有时，虽然符号是同一个，由于讨论的问题不同，意义也就不同了. 譬如说，在例 1 中，气温 T 是时间 t 的函数，可以记作

$$T=f(t),$$

在例 3 中，平均亩蛾量 Q 也是时间 t 的函数，也可以记作

$$Q=f(t),$$

虽然它们的记号相同，但其具体含义却不相同.

在变化过程中自变量允许取值的范围叫做函数的定义域. 对于定义域内自变量 x 的每一个值，函数 y 所取的对应值 $f(x)$ 叫做函数值. 例如，在例 2 中，函数 $f(h)=2+3h$，它的定义域是某一部分正数. 自变量 $h=0.95$ 米时的函数值是：

$$f(0.95)=2+3\times0.95=4.85(\text{米}).$$

此外，还须注意：自变量与函数之间的地位有时可以互相转化. 例如，圆周长 C 与半径 R 之间满足关系式：

$$C=2\pi R, \tag{2}$$

或 $$R=\frac{1}{2\pi}C. \tag{2'}$$

已知半径求圆周长时，R 是自变量，C是R的函数，采用(2)式；已知圆周长求半径时，C 是自变量、R 是 C 的函数，这时，采用(2′)式.

函数是一个应用非常广泛的重要的数学概念. 函数关系的表示方法，也常因问题不同而不同，一般采用图象法、公式法和列表法. 在前面三个例子中，例 1 是用图象(一条曲线)表示的；例 2 是用公式表示的；例 3 是用列表表示的. 下面将会看到这三种表示方法的应用.

第二节 图　　象

从例 1 中看到，用图象表示函数关系是比较直观形象的，容易直接看出函数的对应关系和变化趋势. 另外，有许多函数虽然用公式表示很困难，但是却能用图象表示出来. 因此图象在水文、气象、植物保护以及其它农业科学实验方面有着广泛的应用.

一、图象描绘

函数的图象，能用“自记仪”描绘下来的毕竟是少数，多数都要经过试验、调查或计算，取得自变量和函数的一系列对应值以后，再通过绘制得到. 举例如下.

1. 虫情消长曲线

表 1 中给出了平均亩蛾量 Q 与时间 t 之间的函数关系：

$Q=f(t)$. 如图 3, 我们建立直角坐标系, 用横轴表示时间 t(月/日), 用纵轴表示平均亩蛾量 Q(只). 如果将表 1 中 t 和 Q 的各对对应数值作为点的坐标, 在图中描出相应的点, 并依次把这些点用线段连结起来, 那么所得到的折线就是平均亩蛾量与时间之间的函数关系的图象. 它形象地表示出稻纵卷叶螟蛾第二代的产生、发展、消亡的过程, 通常把它叫做稻纵卷叶螟蛾第二代消长曲线.

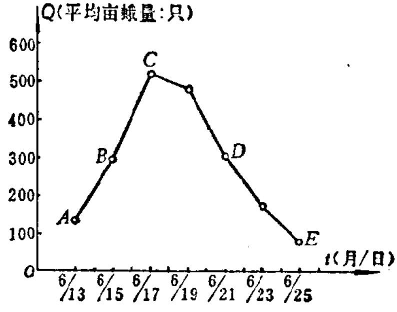


图 3

2. 水位——流量关系曲线

我们知道, 通过河流或渠道某一断面的流量是按下列公式计算的:

$$Q=W\cdot V, \tag{3}$$

式中 Q 表示流量(立方米/秒);

W 表示过水断面面积(平方米);

V 表示过水断面处的平均流速(米/秒).

过水断面面积和平均流速都随水位而变化. 如果每次都通过测算过水断面面积和平均流速来计算流量, 是很不方便的, 有时甚至是办不到的. 目前在水文工作中常用的方法是: 根据实测的水位、流量资料, 绘制水位——流量关系曲线, 这样, 只要实地观察水位, 就可从曲线上查得相应的流量.

怎样绘制水位——流量关系曲线呢? 现以表 2 (它是实

表 2　阴潭溪石圹庙水文站实测流量表

水位 H(米)	过水断面面积 W(米^2)	平均流速 V(米/秒)	流量 Q(米^3/秒)
0.72	0.45	0.16	0.071
0.97	7.73	0.49	3.82
1.12	10.9	0.68	7.36
1.28	14.6	0.90	13.2
1.34	15.9	0.94	15.0
1.42	17.2	1.10	19.0
1.69	23.9	1.67	39.8
1.75	25.5	1.76	44.9
1.82	27.6	1.86	51.4
2.12	37.0	2.35	86.8
2.27	42.1	2.52	106
2.42	46.4	2.84	132
2.64	53.0	3.09	164
2.77	57.6	2.99	172
2.89	61.2	3.06	187
2.96	63.5	3.21	204

测的结果，实测方法参看本书第一册第二章第三节“流量测定”)为例，说明其绘制方法．如图 4 所示，在毫米方格纸上画出直角坐标系，按照习惯，横轴表示流量 Q(立方米/秒)，纵轴

表示水位 H(米). 以表 2 中 H 和 Q 的各对应数值作为点的坐标, 在图上描出相应点. 然后对于点子分布比较集中, 趋势明显的部分, 就通过其中的各点子或绝大部分点子, 画出一段光滑曲线(如图 4 中曲线的前半段); 对于点子分布成一段狭长带状的部分, 通过点群的中间画一段光滑曲线, 使曲线两侧点子的个数及其到曲线的距离总和大致相等 (如图 4 中曲线的后半段). 这样就得到图 4 所示的阴潭溪石圹庙水文站的水位——流量关系曲线. 即函数 $Q=f(H)$ 的图象. 通常, 只要河床没有太大变化, 这条曲线就常年可用. 例如某天上午八时水位尺的读数为 1.94 米, 我们过图 4 纵轴上的点(0, 1.94)

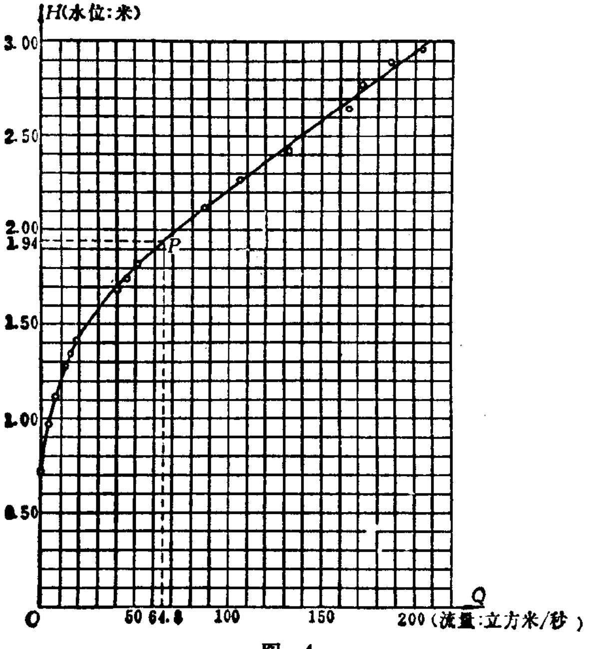


图 4