模糊控制理论及其在过程控制中的应用

李友善　李　军　编著

国防工业出版社

模糊控制理论及其在过程控制中的应用

李友善　李　军　编著

国防工业出版社

（京）新登字106号 ZQ31/02

内容简介

本书是编著者在总结多年来取得的科研成果基础上编撰的关于模糊控制理论及其在工业过程控制中应用的专著，它主要包括模糊控制理论介绍和模糊逻辑控制器设计与应用两大部分。全书共七章，其中主要内容有：模糊集合及其运算规则，模糊关系与模糊推理，基本模糊控制器的设计，模糊模型的建立，较高层次模糊控制器的设计，模糊聚类分析与模糊滤波方法，以及模糊控制理论在工业生产过程中的应用等关于模糊控制这一高新技术的基本概念与工程实践。

本书可供从事计算机过程控制研究、设计人员与该领域的工程技术人员参考，也可作为过程控制、工业自动化、控制理论与应用、计算机应用等专业研究生及本科高年级学生的参考教材。

模糊控制理论及其在过程控制中的应用

李友善 李军 编著

国防工业出版社出版发行

（北京市海淀区紫竹院南路23号）

（邮政编码 100044）

新华书店经售

北京市大兴兴达印刷厂印装

850×1168毫米 32开本 印张9 230千字

1993年6月第一版 1993年6月第一次印刷 印数：0001—2500册

ISBN 7-118-01060-X/TP·136 定价：9.00元

前　言

“Fuzzy”一词出自英语，具有“模糊”，“不分明”或“外延边界不明确”等含义，本书泛指“模糊”。

人们日常生活中所遇到的许多事物，包括人脑的思维，都具有所谓Fuzzy性，即事物被此间差异的边界不分明性。例如，“大与小”，“高与矮”，“快与慢”，“冷与热”，“远与近”，“美与丑”等等都很难在二者之间划分出一条精确、分明的边界。由于这类大量存在于客观实际的Fuzzy现象与概念难以应用经典数学来描述，因而大大限制了经典数学在这个领域中的应用。

1965年，美国自动控制专家L.A.Zadeh在其论文《Fuzzy Sets》中首次提出用“隶属函数”概念来定量描述事物Fuzzy性的Fuzzy集合理论，从而奠定了Fuzzy数学基础。20余年来，Fuzzy数学及其应用的发展十分迅速。目前，Fuzzy数学已在自动控制、人工智能、图像识别、农作物选种、商品评价、化合物分类、地震、气象预报、灾情预报、经济学、社会学、语言学、管理科学及医学等诸多领域得到了广泛应用。

自从1974年英国工程师E.H.Mamdani首次把Fuzzy集合理论用于锅炉和蒸汽机的控制并取得良好效果以来，在自动控制领域中开辟了Fuzzy控制理论及其工程应用的崭新阶段。特别是，对于那些大时滞、非线性等难以建立精确数学模型的复杂系统，应用Fuzzy控制理论，通过计算机实现Fuzzy控制，往往能取得满意的控制效果，且所需设备简便，经济效益显著，其应用前景极为广阔。

本书共七章，重点阐述Fuzzy控制理论及其在工业过程控制中的应用，以及介绍设计Fuzzy控制器的理论及方法。其中第一章为Fuzzy集合理论基础；第二章介绍Fuzzy控制理论的

基本概念；第三章给出基本 *Fuzzy* 控制器的设计方法；第四章重点解决工业过程的 *Fuzzy* 建模问题；第五章阐述更高层次的一些 *Fuzzy* 控制器的设计问题；第六章介绍 *Fuzzy* 性的度量方法及用于 *Fuzzy* 控制噪声处理的 *Fuzzy* 滤波方法；第七章给出应用 *Fuzzy* 控制器的部分工业生产过程 *Fuzzy* 控制实例；书后的附录则是关于 *Fuzzy* 控制理论的发展、应用与展望的综述。

本书可作为过程控制、工业自动化、控制理论与应用、计算机应用等专业研究生及本科高年级学生的教材，也可供从事过程控制等专业技术工作的科技人员参考。

Fuzzy 控制理论，目前正处于发展阶段，还不够十分完善，其在过程控制中的应用虽已见成效，但仍有待于进一步探索。更由于编著者水平有限，在 *Fuzzy* 控制方面的工程实践尚不够十分丰富，故书中挂一漏万之处实在所难免，对此恳请广大读者给予批评指正。

编著者

1992 年元旦

目 录

第一章　*Fuzzy* 集合及其运算规则

§1.1　普通集合及其运算规则

普通集合理论是现代数学的基础，而 *Fuzzy* 集合理论是在普通集合理论的基础上发展起来的。因此学习 *Fuzzy* 集合理论必须紧密联系普通集合。

1-1-1　普通集合

一、论域

在考虑一个具体问题时，总是先将议题局限在一定范围内，这个范围称为论域，常用大写字母U，E等来表示。

二、元素

论域中的每个对象，称为元素，常用小写字母a，b，x，y等来表示。

三、集合

给定一个论域，其中具有某种相同属性的、确定的、可以彼此区别的元素的全体，称为集合，常用大写字母A，B，C，…，X，Y，Z来表示。在这里，元素a与集合A的关系只有两种可能，即要么$a\in A$，要么$a\notin A$，非此即彼。其中符号$\in$代表"属于"，$\notin$代表"不属于"。常用的符号还有：

$\forall a\in A$　表示集合A中的所有元素a；

$\exists a\in A$　表示集合A中存在一个元素a。

概括来说，集合是论域中部分元素的全体。例如，学生论域中的男生集合与女生集合；数域中的整数集合，实数集合，复数集合等等。

四、集合的表示法

1．列举法（或枚举法）

当集合的元素数目有限时，可将其中的元素一一列出，并用大括号括起，以表示集合，例如，

$$A=\{a_1, a_2, \cdots, a_n\} \tag{1-1}$$

其中 a_1，a_2，…，a_n 为构成集合 A 的全部元素。

设论域 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$，其中偶数集合 A 与奇数集合 B 采用列举法可分别表示为

$$A=\{2, 4, 6, 8\}$$

$$B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$$

2．描述法（或定义法）

当集合的元素数目无限时，可通过元素的定义来描述集合，即

$$A=\{x \mid p(x)\} \tag{1-2}$$

其中，x 为集合 A 的元素（$x\in A$），其数目无限或相当多；$p(x)$ 是指 x 应满足的条件，即给出的关于 x 的定义域。例如，

$A=\{a \mid a\in U$，a 是 15 岁的男孩，U 代表男人论域$\}$

$A=\{a \mid y=ax+b, a<0\}$

$X=\{x \mid x\in U$，x 为偶数，U 代表实数论域$\}$

$X=\{x \mid 0\leqslant x\leqslant 5\}$

$X=\{x \mid x\in U$，x 是 5 的整数倍，

$U=\{1, 2, \cdots, 19, 20\}\}$

3．特征函数法

由于元素 a 与集合 A 的关系只能有 $a\in A$ 和 $a\notin A$ 两种情况，故集合 A 可通过函数

$$C_A(a)=\begin{cases}1, & a\in A\\ 0, & a\notin A\end{cases} \tag{1-3}$$

来表示，见图 1-1。

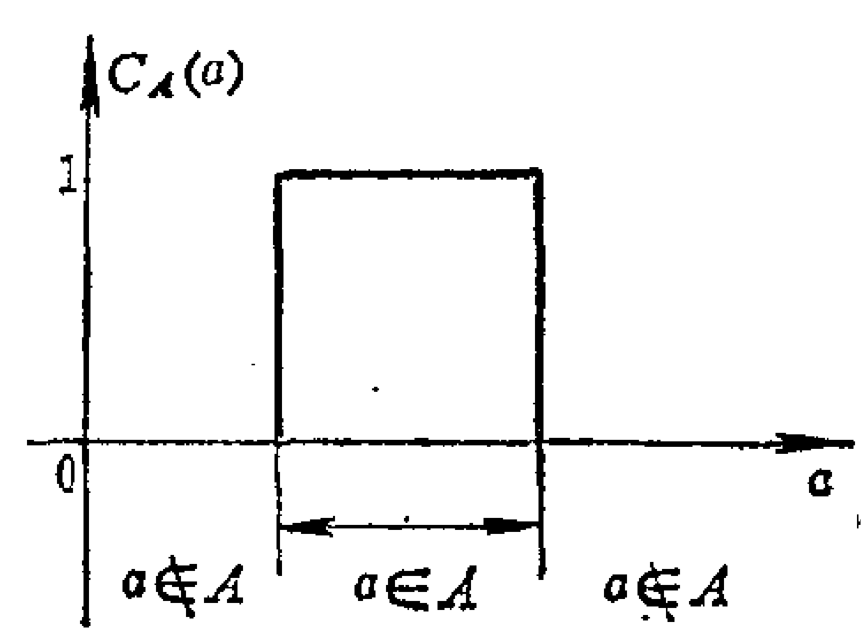

图1-1 特征函数图

式（1-3）所示函数 $C_A(a)$ 称为集合 A 的特征函数，它只取 0 与 1 两个值。

五、全集、空集、子集

全集　集合包含论域里的全部元素，这样的集合称为全集，

记为E。如

$E=\{u \mid u\in U$，U代表活着的健康人论域，u是能呼吸和进行新陈代谢的人$\}$

空集 不包含任何元素的集合，称为空集，记为ϕ。如

$\phi=\{u \mid u\in U$，U代表人的论域，u是一生下来就能说话的人$\}$

子集 设A与B是论域U的两个集合，$\forall x\in A\Rightarrow x\in B$（读作：若所有元素$x$属于集合$A$成立，则元素$x$属于集合$B$成立），则称集合$B$包含集合$A$，记为$B\supset A$，或称集合$A$包含于集合$B$，记为$A\subset B$，这时称集合$A$为集合$B$的子集。若$A\subset B$，且$B\subset A$，则称$A$与$B$相等，记为$A=B$。子集的文氏图见图 1-2。

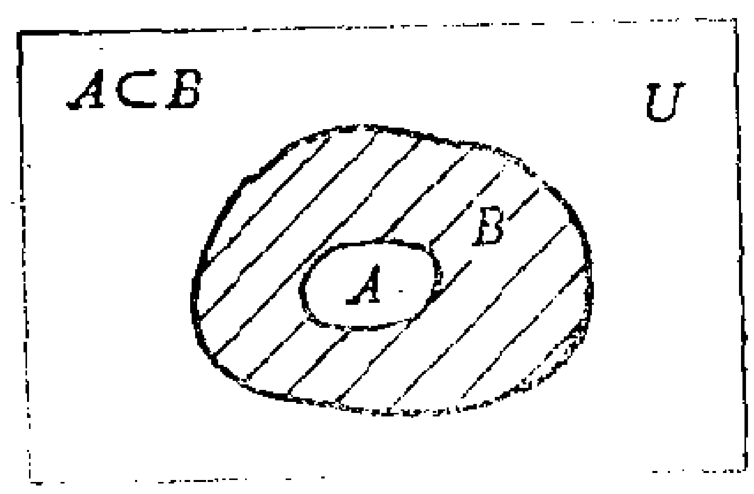

图1-2 子集的文氏图

1-1-2 普通集合的基本运算

一、“并”运算

集合A与集合B经“并”运算取得并集合，简称并集，记为$A\cup B$。它由A与B合并而成，但其中重复的元素只能出现一次，记为

$$A\cup B=\{x \mid x\in A \text{ or } x\in B\} \tag{1-4}$$

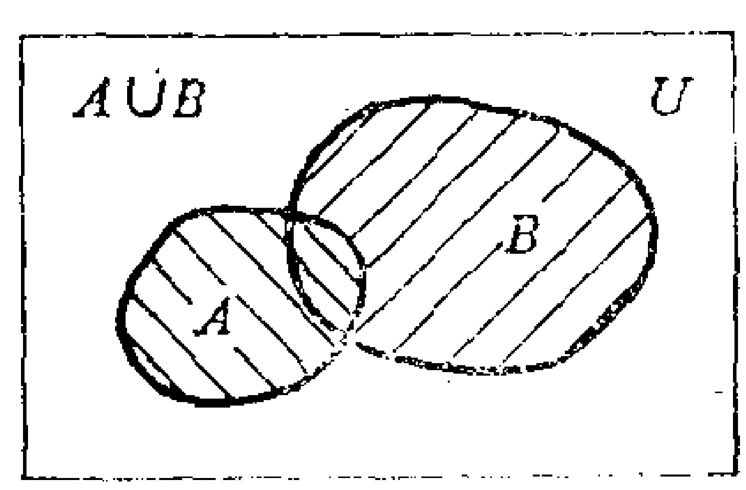

图1-3 并集的文氏图

并集的文氏图见图 1-3。例如，已知

$$A=\{a, b, c, d\}$$
$$B=\{c, d, e, f\}$$

则

$$A\cup B=\{a, b, c, d, e, f\}$$

二、"交"运算

集合A与集合B的"交"运算称为交集，记为$A\cap B$，其元素是同时属于A和B的那些元素，即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ and } x\in B\} \tag{1-5}$$

交集的文氏图示见图 1-4。设已知$A=\{a, b, c, d\}$和$B=\{c, d, e, f\}$，则有

$$A\cap B=\{c, d\}$$

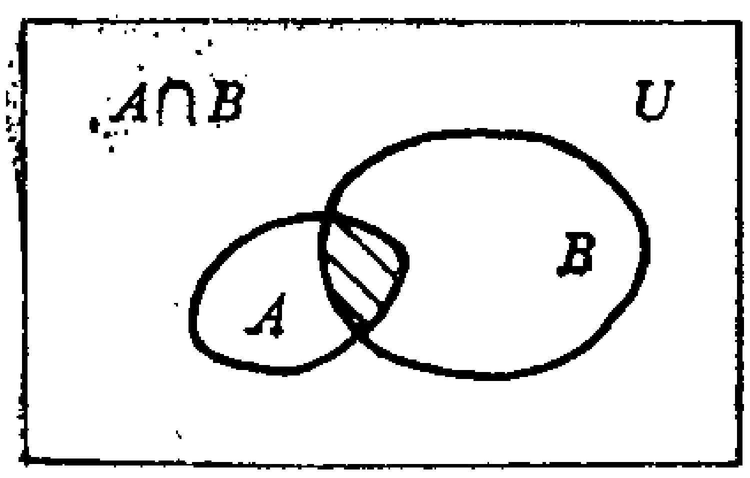

图1-4　交集的文氏图

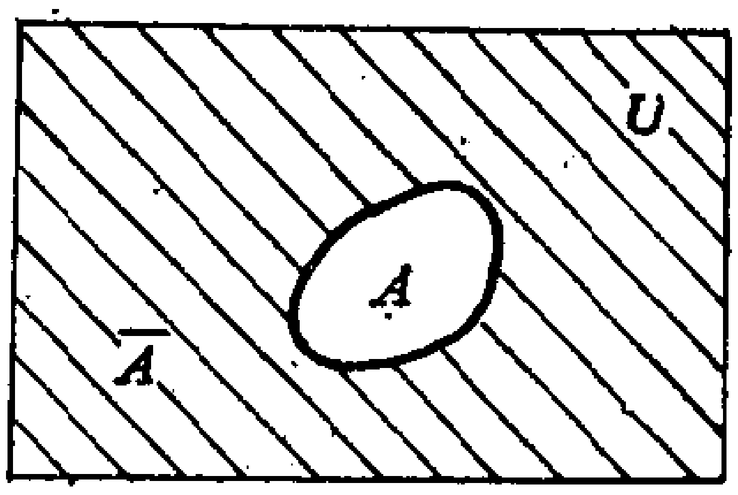

图1-5　补集的文氏图

若集合A与B无共同元素，称A与B不相交，或互质，记为

$$A\cap B=\phi$$

例如，已知$A=\{1, 2, 3\}$，$B=\{2, 3, 4\}$以及$C=\{4, 5\}$，则有

$$A\cup B=\{1, 2, 3, 4\}$$
$$B\cup C=\{2, 3, 4, 5\}$$
$$A\cup C=\{1, 2, 3, 4, 5\}$$
$$A\cap B=\{2, 3\}$$
$$B\cap C=\{4\}$$
$$A\cap C=\phi$$

三、"补"运算

集合A的"补"运算是通过其补集$\overline{A}$定义的，即

$$\overline{A}=\{x\mid x\notin A, x\in U\} \tag{1-6}$$

补集的文氏图见图 1-5。例如，已知

$$U=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$
$$A=\{a, b, c, d\}$$

$$B=\{c, d, e, f\}$$

则

$$\overline{A}=\{e, f, g, h\}$$
$$\overline{B}=\{a, b, g, h\}$$

四、集合的直积

由两个集合X与Y的各自元素$x\in X$及$y\in Y$作成的序偶(x, y)的集合，称为X与Y的直积，记为$X\times Y$，即

$$X\times Y=\{(x, y)|x\in X, y\in Y\} \tag{1-7}$$

例 1-1 设$X=\{1, 2, 3\}$，$Y=\{a, b\}$，则有

$$X\times Y=\{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$$

$$Y\times X=\{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$$

表 1-1 中的（a）与（b）分别列出直积$X\times Y$与$Y\times X$的图示。

表1-1 直积 $X\times Y$与$Y\times X$

$X\times Y$ \ Y / X	a	b
1	$(1, a)$	$(1, b)$
2	$(2, a)$	$(2, b)$
3	$(3, a)$	$(3, b)$

（a）

$Y\times X$ \ X / Y	1	2	3
a	$(a, 1)$	$(a, 2)$	$(a, 3)$
b	$(b, 1)$	$(b, 2)$	$(b, 3)$

（b）

从上列直积$X\times Y$及$Y\times X$可见，在一般情况下，$X\times Y\neq Y\times X$。

例 1-2 设R为实数集合，即

$$R=\{x|-\infty<x<+\infty\}$$

则有

$$R\times R=\{(x, y)|-\infty<x+\infty, -\infty<y<+\infty\}$$

它就是整个平面，记作$R^2=R\times R$。这便是通常所说的二维欧

氏空间。

两个集合直积的概念可以推广到多个集合上去。设 A_1, A_2, …, A_n 为 n 个集合，其直积定义为

$A_1\times A_2\times\cdots\times A_n=\{(x_1, x_2, \cdots, x_n)|x_1\in A_1, x_2\in A_2, \cdots, x_n\in A_n\}$

例 1-3 设集合 $A=\{0, 1\}$, $B=\{a, b\}$, $C=\{\alpha, \beta, \gamma\}$，则直积 $A\times B\times C$ 是由 $(0, a, \alpha)$, $(0, a, \beta)$, $(0, a, \gamma)$, $(0, b, \alpha)$, $(0, b, \beta)$, $(0, b, \gamma)$, $(1, a, \alpha)$, $(1, a, \beta)$, $(1, a, \gamma)$, $(1, b, \alpha)$, $(1, b, \beta)$ 及 $(1, b, \gamma)$ 等 12 个元素构成的集合。

同理，$R\times R\times R=R^3$ 代表三维欧氏空间。推而广之，可得 n 维欧氏空间 $\underbrace{R\times R\times\cdots\times R}_{n\text{个}}=R^n$。

1-1-3 普通集合运算的基本规律

设集合 A、B、$C\subset U$，其并、交、补运算满足下列各项基本规律：

1. 幂等律

$$A\cup A=A,\quad A\cap A=A$$

2. 交换律

$$A\cup B=B\cup A,\quad A\cap B=B\cap A$$

3. 结合律

$$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$$
$$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$$

4. 分配律

$$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$$
$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$$

5. 吸收律

$$A\cup(B\cap A)=A$$
$$A\cap(B\cup A)=A$$

6. 同一律

$$A\cup\phi=A,\quad A\cap\phi=\phi$$
$$A\cup E=E,\quad A\cap E=A$$

7. 互补律

$$A\cup\overline{A}=E,\quad A\cap\overline{A}=\phi$$

8. 对偶律

$$\overline{(A\cup B)}=\overline{A}\cap\overline{B},\quad \overline{(A\cap B)}=\overline{A}\cup\overline{B}$$

9. 复原律

$$\overline{\overline{A}}=A$$

上述各项基本规律很容易通过文氏图得到验证。

§1.2 *Fuzzy*集合及其运算规则

1-2-1 *Fuzzy*集合

一、*Fuzzy*集合与隶属度

基于普通集合概念，其论域中的任一元素，要么属于某个集合，要么不属于该集合，不允许有含混不清的说法。因此，普通集合适用于描述“非此即彼”的清晰概念。例如，“所有大于1的实数”，这是一个清晰概念，可用普通集合

$$A=\{x\mid 1<x<\infty\}$$

来表示。它表明，凡大于1的实数都是集合A的元素，尽管这些元素无法一一列举，但其范围是完全可以确定的。

然而，现实生活中却充满了*Fuzzy*事物与*Fuzzy*概念。例如，若将上述清晰概念改为“所有比1大得多的实数”，因为无法划分出严格分明的界限，在此界限内都属于“比1大得多的实数”，否则都不属于，则变成一个*Fuzzy*概念了。在这种情况下，只能说某数属于“比1大得多的实数”的程度高，另一数属于它的程度低。比如，10^{10}属于“比1大得多的实数”的程度比10^{9}属于它的程度高。又如，“胖子”集合，“老年人”集合，“高个子”集合等等，它们的边界都不明确。将这类边界不明确的集合称为*Fuzzy*

集合，并在表示集合的大写字母下边加波浪线来表示，如$\underset{\sim}{A}$表示一个$Fuzzy$集合。

由于对于$Fuzzy$概念不能仿照清晰概念用“属于”或“不属于”来表达，故$Fuzzy$集合也不能像普通集合那样通过特征函数来描述，而必须通过反映某元素x属于$Fuzzy$集合$\underset{\sim}{A}$的程度的隶属函数$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$来描述。其中$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1)$表示元素$x_1$属于$Fuzzy$集合$\underset{\sim}{A}$的隶属度，用〔0，1〕闭区间里的一个数表达。因此，隶属函数$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$通过在〔0，1〕闭区间连续取值来说明构成$Fuzzy$集合$\underset{\sim}{A}$的元素$x$（自变量）属于$Fuzzy$集合$\underset{\sim}{A}$的程度高低。例如，说明某人属于“老年人”集合的隶属函数可表达为

$$\mu_{\underset{\sim}{\text{老年人}}}(x)=\frac{1}{1+\left(\frac{5}{x-50}\right)^2} \tag{1-8}$$

式中x代表50岁以上的某人年龄。如果甲是55岁，代入式（1-8）计算得$\mu_{\underset{\sim}{\text{老年人}}}(55)=0.5$，则说明像甲这样55岁的人只能算是半老，因为这样的人属于“老年人”集合的隶属度只有0.5。同样，将年龄为60岁、70岁分别代入式（1-8），计算得$\mu_{\underset{\sim}{\text{老年人}}}(60)=0.8$，$\mu_{\underset{\sim}{\text{老年人}}}(70)=0.94$。这说明，60岁、70岁的人属于“老年人”集合的隶属度分别为0.8和0.94，基本上可以认为是老年人。

二、Fuzzy集合的表示法

1. Zadeh表示法

在论域U中，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)>0$的全部元素组成的集合，称为$Fuzzy$集合$\underset{\sim}{A}$的“台”，或“支集”。也就是说，当某个元素的隶属度为零时，它就不属于该$Fuzzy$集合。当$Fuzzy$集合$\underset{\sim}{A}$有一个有限的台$\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$时，$\underset{\sim}{A}$可表达为

$$\underset{\sim}{A}=\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1)}{x_1}+\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2)}{x_2}+\cdots+\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_n)}{x_n}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}{x_i} \tag{1-9}$$

式中，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)/x_i$并不代表“分数”，而是表示论域$U$中元素$x_i$与其隶属度$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)$之间的对应关系，称为“单点”；符号“+”也不表示“求和”，而是表示$Fuzzy$集合在论域U上的整体。可见，通