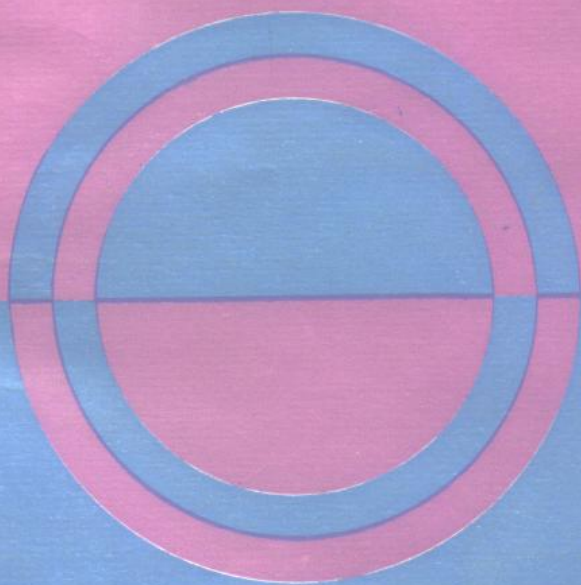


MH

模糊集 与随机集落影

汪培庄 著

北京师范大学出版社



模糊集与随机集落影

汪 培 庄

北京师范大学出版社

内 容 提 要

本书是作者根据自己的研究生课讲义整理而得，概述了作者近年来在模糊集与随机集落影理论方面的一些研究成果。前两章介绍应用方法和应用思想，后三章讲数学理论，主要是结构提升问题。为了模糊集理论的需要，分别研究了序结构、拓扑结构和可测结构的提升问题。

本书可作为高等院校本科生、研究生有关专业的教科书或参考书，也可供从事模糊集理论与应用研究的科学研究工作者和工程技术人员参考。

模糊集与随机集落影

汪 培 庄

*

北京师范大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

西安新华印刷厂印刷

*

开本：787×1092 1/32 印张：6.125 字数：128千

1985年9月第1版 1985年9月第1次印刷

印数：1—8,000

统一书号：13243·71 定价：1.30元

前 言

从1981年到现在,我给研究生反复开了几轮“模糊集与随机集落影”课,所讲的内容基本上是个人的研究心得。边教边改,初步理出了一点头绪。在大家的鼓励下写出了这本书。

把模糊集与随机集联系起来,同时处理模糊性与随机性,这是近年来模糊集合论发展的一个新动向。本书的目的是在这方面抛砖引玉。前两章是初等的,说明应用思想。后三章是较严格的数学理论。限于时间和精力,只开了一个头。从第二章到第五章,除了指明的以外,书中非常识的概念、命题和方法均是作者(已发表或未发表)的工作,错误在所难免,欢迎读者批评指正。

定义、命题和公式均用 $(i \cdot j \cdot k)$ 的形式编号。例如,命题4.1.3表示第四章第一节(即§1)中的第3个命题。但在第四章第一节中引用这一命题时,则简称命题3。对定义、公式亦类似引用。

感谢在我身边的研究生和进修老师们,他们为本书付出了辛勤的劳动,感谢赵汝怀同志为我校正全书。感谢张文修先生和他的研究生,他们是我在这本书中的若干工作的合作者。

汪培庄谨识

一九八四年四月三十日于北师大

目 录

第一章 绪论	(1)
§ 1 模糊数学在信息革命中的地位	(1)
§ 2 模糊数学的实践基础	(8)
§ 3 模糊数学独立发展的意义	(13)
§ 4 模糊信息处理过程	(19)
简短的结论	(37)
第二章 集值统计与随机集的落影	(39)
§ 1 Fuzzy统计	(39)
§ 2 随机集的落影	(42)
§ 3 集值统计	(44)
§ 4 程度分析与综合决策	(47)
§ 5 随机试验的集值化	(59)
§ 6 落影滤波方法	(63)
§ 7 集值统计与模糊逻辑	(66)
§ 8 落影的估计——非参数形式	(69)
第三章 序结构的提升	(73)
§ 1 预备知识	(73)
§ 2 拟序的提升	(78)
第四章 拓扑结构的提升	(84)
§ 1 格化拓扑	(85)
§ 2 反向格化拓扑	(93)
§ 3 泛格化拓扑	(94)

§ 4	格化拓扑与格上普通拓扑的关系	(99)
§ 5	$\mathcal{P}(X)$ 与 $\mathcal{S}(X)$ 中的格化拓扑	(100)
§ 6	利用格化拓扑定义超拓扑	(101)
§ 7	与 Fuzzy 拓扑的联系	(110)
§ 8	连续映射 紧性	(111)
第五章 可测结构的提升		(119)
§ 1	Matheron 的随机集定义	(119)
§ 2	格运算的闭包	(121)
§ 3	格上的封闭性结构	(128)
§ 4	对称代数	(134)
§ 5	超可测结构	(139)
§ 6	格可加函数的扩张定理	(144)
§ 7	概率测度与不确定性测度	(155)
§ 8	随机集的落影测度	(170)
§ 9	随机集的落影函数	(171)
§ 10	随机区间的落影函数	(176)
中文名词索引		(180)
符号索引		(182)
参考文献		(184)

第一章 绪 论

§ 1 模糊数学在信息革命中的地位

1. 国际上敏感的学科

根据R. R. Yager在一篇文章中的统计数字, 模糊数学问世以来文献的增长情况如图1.1.1。

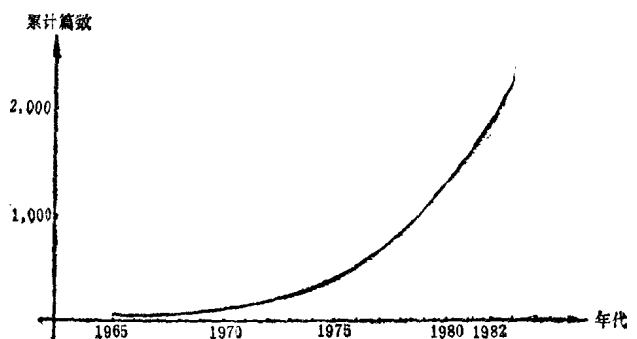


图1.1.1

到1982年底, 他所统计的文献总数是2410篇。不久, 在83年A. Kandel所著Fuzzy Techniques in Pattern Recognition一书末尾所附的模糊数学文献已达到3064篇。他们的统计还是不完全的。

目前世界上模糊学界的杂志有: International Jour-

nal of Fuzzy Sets and Systems; “模糊数学”杂志(中国), 快报 Bulletin for Studies and Exchanges on Fuzziness and its Applications (BUSEFAL)。

国外出版的专著、论文集已有十余本。

从1982年9月到1984年9月, 两年内开过二十多次大、中、小型国际学术会议。

(1) 大型模糊数学国际会议 2 个

1983年7月18日至21日在马赛召开“模糊信息、知识描述和决策分析”会议(Symposium on Fuzzy Information Knowledge Representation and Decision Analysis); 1984年7月22日至26日在夏威夷召开“第一届模糊信息处理国际会议”(The First International Conference on Fuzzy Information Processing)。

(2) 中、小型学术会议和活动 9 个。

其中在维也纳召开2次, 在布鲁塞尔、捷列兹里、伦敦、剑桥、波兹南、那普勒斯、北京各召开一次。在北京召开的是中美电力工程与模糊集双边会议(The First SINO-AMERICAN Symposium, Power Engineering and Fuzzy Sets), 由中国电机工程学会与北美NAFIP联合举办, 时间是1984年7月14日至21日。

(3) 北美模糊信息处理协会(NAFIP) 83、84年各举行年会一次; 欧洲工作组(EWG)每年都有三次以上的学术会议活动; 日本(东京)模糊系统工作组(JFS), 83、84年各举行年会活动一次。

(4) 在其它国际学术会议中举行模糊集与系统分组会议多次。其中, 在“The World Conference on Mathe-

matics of the Service of Man”国际会议上有58篇模糊集与系统的论文；在“International Conference on Cybernetics & Society)国际会议上有3个Fuzzy Session；在国际人工智能会议(IJCAI)、在两次多值逻辑国际会议(MULVAL)上都有模糊集的Special Session；……

加在一起，两年中模糊数学的国际学术活动超过了二十次，平均每年超过十次！

这些会议的内容，突出的是模糊数学与信息革命的联系，84年“第一届模糊信息处理国际会议”共分18个分组。其中除三个数学和两个逻辑分组而外，应用的分组是：专家系统、信息检索、Fuzzy数据库、模式识别、计算机视觉、人机系统、决策理论、决策系统、控制与模型 I、II、运筹、工业应用 I、II。大会主要报告有：模糊逻辑与日常推理、第五代计算机中的不确定性、Fuzzy系统中的知识工程、Fuzzy专家系统中的不确定性。在剑桥召开的“人工智能与运筹中的模糊信息处理会议”，会议的专题是：模糊集与第五代计算机、专家系统和管理决策、专家系统与运筹软件、数学规划中的模糊推理，可能性测度和信任度理论等。

从阵容看，主要是北美(NAFIP)、欧洲(EWG)和日本。这三方面再加上中国被认为是国际模糊集与系统发展的四支主力。苏联很少国际交往，但苏联科学院与苏联高教部于80年9月29至31日在里加召开了一次名为“Models of Choice of Alternatives in a Fuzzy Environment”的会议，有62篇论文宣读，反映了相当的实力。

上述国际动向表明，模糊数学是国际上的一个极其敏感的学科。它在当代信息革命中占有特殊重要的地位。

2. 模糊数学与信息革命

应当从这样的高度来看待这门新学科：模糊数学的产生是历史的必然，它反映了信息革命的迫切需要，它是为信息革命而作的一项必需准备，它将为信息革命提供一种新的富有魅力的数学工具和手段。之所以这样说，有以下三方面的理由：

(一) 要使机器“理解”和接受人的自然语言，必须运用模糊数学。

人类彼此交换信息必须依靠语言，形式语言在文法方面取得了比较深入的研究成果，但在语义方面却遇到实质性的困难。例如，顾客要“买一件新奇、大方的玩具作礼品”，要使机器代客选购，必先让机器理解这句话的含义。机器是不可能（起码在近十五年内）象人一样地具有对“玩具”、“礼品”、“新奇”、“大方”等词的知觉形象的，这里所谓的“理解”，是指它们能够象人一样地对这些概念作出判断，输入一个商品符号，机器能够判断它是否符合上述词义。如果能够给出一个二元关系 $S \subseteq X \times T$ ，这里 X 是对象符号集， T 是词的符号集，对任意 $x \in X$ 及 $t \in T$ ，若 $(x, t) \in S$ 便判定“ x 是 t ”，否则便判定“ x 不是 t ”，只要 S 给得恰当，使所给判定与人脑相一致，我们便称机器对 T 中的词在 X 范围内是已经理解的了。可惜得很，这种二元关系在现实生活中常常是给不出来的。这首先是因为人的判断本身具有不确切性。看一件商品是不是玩具，还好下判断，要问适不适于作礼品就不大好说了，至于什么叫新奇、大方就更没准儿。自然语言的词几乎都是“病义”(ill-defined)词。这些词所代

表的概念都是模糊的概念。对象与词义之间的对应关系不能用 $X \times T$ 的普通子集 S 来刻画，它应该是一个模糊子集。模糊数学给出了一套表现自然语言的理论和方法，使部分自然语言转化成机器可以“理解”和接受的东西，这将大大提高机器的活性，从这个意义上讲，模糊数学在谱写一曲新的“信息论”。仙农的信息论研究信息量的传输，新的信息论则研究信息内容和意义的描述。

(二) 提高机器智能，要求形成智能数学，模糊数学正是智能数学的一种雏形。

信息革命的中心任务是要提高机器的“智能”。但是，机器的智能都是人赋予的，都是人通过程序赋予的。目前世界上的人工智能研究正在艰难的征途上奋勇迈进着，并没有数学化，将来也不可能完全数学化。但是，有很多东西又可以而且必须数学化。要使机器具有某种能动性，就要使它象人一样具有某种推理的能力。人类日常生活中所运用的推理多是近似推理，人脑所使用的逻辑不是二值逻辑。对于一个命题的判断不是简单地以“真”、“假”二字来定论，在真与假之间还有中介的状态。命题的这种“亦真亦假”性是与事物的“亦此亦彼”性紧密相连的。模糊数学给出了模糊逻辑（主要是语言值逻辑）和近似推理的理论与方法。将它用于专家系统或学习系统可以使机器有某种推理的功能。这些都已经在国内成为现实。从模糊数学应用的框架来看，它的主要内容是：差异的提取、概念的描叙、模糊判断、模糊逻辑和推理、经验的描写与总结、学习过程、多因素的模糊决策、预测方法、模糊控制。其链条是：概念→判断→推理→决策→控制→学习，这正是对智能的一种数学描写，它将

发展成为一门崭新的智能数学体系。

(三) 信息革命日益突出“软科学”研究的重要地位，模糊数学是软科学的数学语言。

社会、经济、哲学、心理、教育等人文学科、因素变异，系统复杂，没有“硬”的定律，却有“软”的规律，这一类科学，国外有人称之为“软科学”(Soft Science)。信息革命要求计算机应用的触角深入软科学的腹地，人文学科日益迫切地要求数学化、定量化。昔日数学的一些禁地，今日逐渐变为垦区。这些学科之所以难于运用数学，不是因为它们太简单而没有资格运用数学，恰恰相反，是因为它们所面对的系统太复杂而找不到适当的数学工具。其中最关键的问题就是在这些系统中大量存在着模糊性，模糊数学的一条重要的历史使命就是要为各门学科、尤其是人文学科提供新的数学描叙的语言和工具，使软科学研究定量化。

模糊集与系统理论在2000年将在以下几方面取得突破性的进展和影响：

(一) 人、机、系统的新格局。

人类改造自然和社会的过程是人与系统对立统一的矛盾过程。信息革命起源在于人与系统之间引入了计算机这一活跃因素，机器是从客观系统中分离出来的一种物质成分，相对于人脑（它也是物质的！），机器有哪些优点？优势的发挥有什么上限？机器又有哪些缺点？缺点的弥补有什么不可超脱的局限？人以利用机器进一步驾驭各种系统为目的，希望发挥“机”的优势（计算速度、存储潜力、革新的可能性）而弥补它的缺点。机器的一个显著缺点是不具备人脑所具有的模糊识别的能力，若不克服这一缺点，机器便不可能成为

人类的高级服务员。到了2000年，机器将普遍地具有初级的模糊识别能力，人、机差距缩小了，人类驾驭系统的能力将有质的提高。那时，不仅能驾驭那些物理、化学系统，而且能调整改善人置身于其中的系统。信息革命将会深入到人类生活的各个方面，影响到人与人的关系甚至社会生活、思想和道德。模糊数学在这一重大转变中所做出的具体贡献将是：提供一套模糊信息处理的行之有效的理论和方法。在图象识别和语言识别方面提高机器对模糊对象的视、听能力，与人的视、听系统衔接起来；在专家系统中提高机器进行模糊推理、经验积累和自学习的能力；在机器人中提高模糊决策和控制的能力。

（二）模糊技术深入到机器自产生系统。

机器将形成自产生系统。类似于生命系统的自组织现象和过程，计算机也将具有自组织功能。第五代计算机以实现自动程编的计算机语言PROLOG为主要特征。这种语言将竭力是模糊化的，以模糊数学为基础发展起来的新的模糊技术将在第五代、第六代计算机的发展中扮演越来越重要的角色。

（三）模糊数学将作为具有时代特征的新军屹立于世界数学之林。

模糊数学不是把数学变成模模糊糊的东西，而是要用数学方法去研究模糊性现象，是精确性向模糊性的一种进逼，可以预料，这将会给数学发展带来新的动力和源泉。模糊性现象的最基本的抽象是把点映射扩展成为集值映射，各种结构（序、拓扑、可测结构、代数结构）都需要往幕上提升，上下层之间要保持纵向联系。包含心理因素在内的测量过程不是点式而是集式的，与之相联系的统计不是经典的概率统

计而是一种新的集值统计——每次试验所得到的不是表象空间的一个点而是一个子集。模糊数学作为一门数学来说，在2000年将会出现相当深刻的概念和定理，其水平将是很高的。

§ 2 模糊数学的实践基础

模糊数学是研究和处理模糊性现象的数学。

我们所指的模糊性乃是指客观差异的中介过渡性所引起的划分上的一种不确定性。

人的性别是一种客观差异，由它产生男人和女人的划分，形成“男”、“女”的概念

概念总是在对比中形成的。从数学上来抽象，概念的形成乃是一个划分过程：把差异的一方与另一方区别开来，形成一定的范畴。符合概念的全体对象所构成的集合叫做这个概念的外延，凡此集合中全体对象所共有而在其外又都不具有的那些性质的全体，叫做这个概念的内涵。这些性质也就是通常所说的“本质属性”。

划分是一种最简单、最基本的判决过程。

概念是一种划分，测量也是一种特殊形式的划分。

水到 0°C 以下要结冰。象这样一些具有突变性质的差异，具有比较明显的界面，造就出确定的划分，形成确切的概念和度量。但是，“辩证法不知道什么绝对分明和固定不变的界限，不知道什么无条件的‘非此即彼’，它使固定的形而上学的差异互相过渡，除了‘非此即彼’，又在适当的地方承认‘亦此亦彼’，并且使对立互为中介”。“一切差异都

在中间阶段融合，一切对立都经过中间环节而相互过渡”（恩格斯）。“秃”与“不秃”是不能以某一个头发根数来分界的，“稳定”与“不稳定”，“健康”与“不健康”也都找不到明确的界面。从差异的一方到差异的另一方，中间经历了一个从量变到质变的连续过渡的过程。这种现象，就叫做差异的**中介过渡性**。由这种中介过渡性造就出划分上的不确定性就叫做**模糊性**。

模糊性出现在识别和判决过程中，它是反映性的东西，它反映了客观差异的中介过渡性。由于中介过渡性的普遍存在，模糊性也就渗透在一切识别和判决过程中。

由于划分的不确定性，造成了元素对集合隶属关系的不确定性。张三既象是一个“健康人”，但又不完全象一个“健康人”，“健康人”是某特定人群的一个模糊子集。对于这样的集合，不能指明哪些元素一定属于它，哪些元素一定不属于它。L. A. Zadeh提出，要想确定一个模糊集合 A ，勿需去鉴别谁是或者谁不是它的成员，只需对每个元素 u 确定一个数 $\mu_A(u)$ ，用这个数来表示该元素对所言集合的隶属度，这就是他在1965年所提出的模糊子集论。他用隶属度来刻画处于中介过渡的事物对差异一方所具有的倾向性，从“亦此亦彼”中提取了“非此即彼”的信息。

但是，究竟什么是“隶属程度”？隶属程度是可以度量的吗？如何客观地去确定它呢？这是人们普遍关心的一个问题。

对这个问题的回答稍有不慎，便会导致对模糊数学的基础发生怀疑，这种状况有点类似于概率论早期发展的情形。在频率稳定性的规律被人们认识以前，人们不相信概率论会

是一门具有客观意义的科学。人们总是问：什么叫概率？随机事件发生的可能性大小（相对于一定的条件）是可以度量的吗？如何客观地去确定它呢？

有一种最糊涂的观念阻碍着这类新数学分支的诞生。这种观念不能理解什么是正确的抽象，他们把“概念的客观性”与“客观原型中的实在性”等同起来，由于在确定一个事件的概率的实际试验过程中总伴随着某种随机性的出现，他们便否认一个事件能有确定的概率。与此相联系的是，这种观念还形而上学地要求：只有当随机性可以由全然非随机的东西实际构成的时候，数学才能进入随机性的领域，否则便是“以随机论随机”，陷入“逻辑循环”。他们认为这样的学科从根本上便值得怀疑。

概率论以自己发展的历史逐渐赢得了人们的信任，才使自己从上述观念的桎梏下解放出来。人们认识到：概率论的产生体现了人类在处理必然和偶然这一对矛盾时为使必然性成为矛盾的主要方面而作的一种自觉的努力，必然性是不可能完全取代偶然性的，要想使必然的数学规律完全必然地应用到偶然现象中去，那是不可能的。如果一定要求那样的话，要么，偶然性不复存在；要么，数学便永远不要去叩问偶然现象的大门。正确的思想方法是要用必然性向偶然性步步进逼。把偶然性从上一个层次（判断一个事件发生与否）驱赶到下一个层次（判断一个事件以多大的可能程度发生）中去。若能这样，就是一次胜利的进军。概率概念的产生，正是这种思想的实现。抓住了它。就是从偶然性中抓住了必然，就可以在偶然王国中铺设必然的框架。概率是必然性的东西，它隐藏在随机事件的背后，但并不是事物的原形。它

是一种抽象。只要这是正确的抽象，那它便更深刻更科学地反映了客观事物的本质。现在，在那些频率稳定性规律起作用的地方，任何人都不再怀疑概率的客观意义，因为，正是频率稳定性的实验事实，肯定了概率概念的正确抽象性。

今天，模糊数学又遭到许多类似的非议。有人要求把“隶属程度”从客观事物的原型中“摆出来，看一看”。在实际确定隶属度的时候，他们也是硬性地提出要求：不许再带一点模糊性了，否则，便是“用模模糊糊的隶属度概念去描述模糊现象”，“以模糊论模糊，胜似模糊”，仿佛这便是模糊数学的真正“危机”了。他们不懂得，模糊数学的产生也是人类在处理分明与模糊这一对矛盾时为使分明性处于矛盾的主要方面而作的一种自觉的努力。在这里，分明性要完全取代模糊性照样是不可能的。Zadeh的思想是用分明性向模糊性步步进逼，把模糊性从上一个层次（判断事物的是与非）驱赶到下一个层次（判断以多大程度是）中去，如果必要的话，还可以向更下的层次驱赶（ n 型模糊集的运用）。Zadeh用 $[0,1]$ 区间中的一个实数（或者用某个格 L 中的元素）来描写一个事物对一个概念的隶属程度，这是一种抽象，这种抽象是否正确呢？它是否有客观依据呢？对于这个问题，人们所存在的疑虑或许比当初对概率所抱的疑虑更为严重。由于隶属程度的确定，常与人的心理过程有关，人们更容易把它说成是主观臆造的东西，除非能在模糊现象中也看到某种频率稳定性规律的存在。

张南纶等几位同志认真地进行了825人次试验，对“青年人”、“中年人”、“几个”等模糊概念的隶属函数进行了探讨，发现了隶属频率也具有稳定性质。