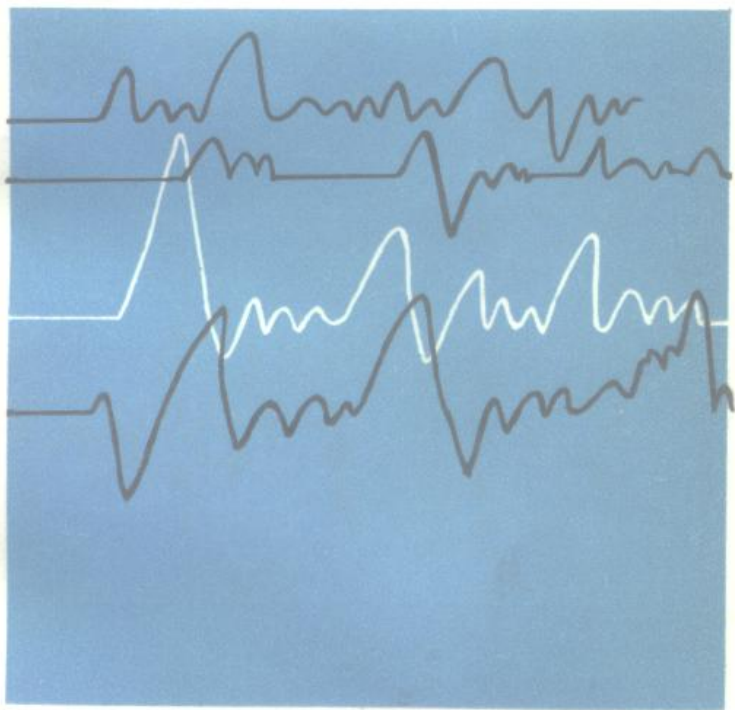


# 振动试验模态分析

左鹤声 彭玉莺 主编



中国铁道出版社

(京)新登字 063 号

## 内 容 简 介

振动模态分析及其参数识别技术,是当今分析和解决结构动力学问题的主要方法和手段。它在机器的结构和动态设计、振动分析与控制、状态监测以及故障诊断和噪声控制等方面,均有广泛应用。

本书系统地介绍了振动试验模态分析的基本原理、方法和应用。基本概念阐述详尽,理论推导简明易懂,思路清晰,实用性较强。

本书可作为理工类研究生、本科高年级学生的教材(40~60学时),也可作为从事结构振动分析与研究的工程技术人员的参考书。

## 振动试验模态分析

左鹤翔, 彭玉莺 主编

中国铁道出版社出版发行

(北京东单三条 14 号)

责任编辑 王俊法 封面设计 王毓平

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

---

开本:787×1092毫米 1/32 印张:10.25 字数:222千

1995年2月 第1版 第1次印刷

印数:1—1000册

---

ISBN7-113-01851-3/TU·400 定价:13.00元

# 前 言

随着科技进步,各种机械产品和设备不断向高速、高效、精密、轻量化和自动化方向发展,振动与噪声问题日益突出。同类机械和设备的激烈竞争,迫使航天、航空、汽车、船舶、机床、工程机械、建筑等部门,不得不从系统动力学的角度,并尽可能采用最先进的分析技术和试验手段,对机器结构进行动态最优设计,以满足减振、降噪,提高产品质量和市场竞争力的需求。

现代振动模态分析及其参数识别技术,是分析和解决各种复杂结构动力学逆问题与正问题的主要手段之一,是理论分析、计算与试验研究密切结合的新技术。它在建立与修改结构系统的数学模型,分析或预测实际结构的振动响应,结构动力修改或优化设计,以及振动与噪声控制、状态监测、故障诊断等方面,均有广泛应用。

振动试验模态分析是在振动理论和机械阻抗及其参数识别技术的基础上,不断吸收信号分析、数据处理以及现代控制论、最优化方法、估计理论的最新成果,并结合机械系统本身的固有特性,而逐步发展、形成的。目前仍处于发展阶段,是一门尚未形成完整体系的新学科。本书只能介绍其基本理论、方法及思路,并着重于基本概念和基本原理、物理意义的论述,以及基本公式的推导和实际应用。

全书共分十章,前四章由左鹤声编写,后四章由彭玉莺编写,第五、六章由左鹤声与彭玉莺合编。戈新生参加了前四章

部分章节的编写工作。全书由左鹤声统稿、定稿。谈开孚教授在百忙中仔细地审阅了书稿,并提出了许多宝贵意见,作者在此表示衷心感谢。

本书是以多年来为研究生、年青教师和高年级本科生讲授机械振动以及机械阻抗与模态参数识别课程而编写的教材为基础,并结合近年来从事教学与科研的体会,经充实、更新、修改而成。

书中不妥之处,敬请读者指正,俟机修改。

作 者

1994 年

# 目 录

<b>第一章 基本概念</b> .....	1
§ 1—1 工程中的机械振动问题.....	1
§ 1—2 关于振动系统的建模问题.....	3
§ 1—3 系统分类及其运动方程(参数模型).....	5
一、线性时不变系统.....	5
二、分布参数系统.....	6
三、集中参数系统.....	7
§ 1—4 系统函数(非参数模型)及其特性.....	9
一、传递函数.....	9
二、频响函数.....	16
三、权函数(单位脉冲响应).....	17
四、三种函数之间的关系.....	22
§ 1—5 系统稳定性问题.....	23
<b>第二章 不同激振情况下频响函数的数学描述</b> .....	28
§ 2—1 简谐激振下的频响函数表达式.....	29
一、稳态响应及其与频响函数之间的关系.....	29
二、简谐激励下的频响函数.....	30
§ 2—2 周期激振下的频响函数表达式.....	31
§ 2—3 瞬态激励下的频响函数表达式.....	34
§ 2—4 随机激励下的频响函数表达式.....	36
一、平稳过程和各态历过程.....	38
二、相关函数.....	38

三、功率谱密度函数 .....	40
四、随机激励下的频响函数表达式 .....	41
§ 2—5 三种机械元件的频响特性 .....	44
一、三种元件的导纳函数(频响函数) .....	44
二、三种元件导纳函数伯德图 .....	46
三、结构阻尼元件的特性 .....	50
<b>第三章 单自由度系统的频响特性 .....</b>	<b>53</b>
§ 3—1 位移导纳及其特性曲线 .....	54
一、位移导纳的基本公式 .....	54
二、低频特性与高频特性 .....	55
三、位移导纳因子及振幅放大系数 .....	56
四、共振特性 .....	57
五、伯德图及其特性 .....	58
六、实频图与虚频图及其特性 .....	62
七、矢端图及其特性 .....	65
§ 3—2 速度导纳及其特性曲线 .....	69
一、速度导纳函数及其基本特性 .....	69
二、速度导纳伯德图及其特性 .....	71
三、实频及虚频特性 .....	72
四、速度导纳圆及其特性 .....	73
§ 3—3 加速度导纳及其特性曲线 .....	76
一、加速度导纳函数及其基本特性 .....	76
二、伯德图及其特性 .....	77
三、加速度导纳的实频与虚频特性 .....	79
四、加速度导纳的奈氏图及其特性 .....	79
§ 3—4 结构阻尼系统的频响特性 .....	80
一、导纳函数 .....	80

二、幅频及相频特性 .....	82
三、实频及虚频特性 .....	83
四、矢端图及其特性 .....	84
<b>第四章 多自由度系统的频响特性 .....</b>	<b>86</b>
§ 4—1 导纳矩阵与阻抗矩阵 .....	87
一、系数矩阵法 .....	88
二、结点阻抗法 .....	91
三、实测法 .....	93
§ 4—2 无阻尼系统的频响函数及其特性 .....	96
一、位移导纳函数普遍表达式 .....	96
二、特例——2DOF 系统的频响特性 .....	99
三、原点导纳和跨点导纳的异同点 .....	109
§ 4—3 阻尼系统的频响特性 .....	115
一、粘性阻尼系统 .....	115
二、结构阻尼系统 .....	116
三、原点导纳函数伯德图的特性 .....	117
§ 4—4 轴承参数识别实例 .....	120
<b>第五章 振动模态分析的基本理论 .....</b>	<b>124</b>
§ 5—1 概    论 .....	124
§ 5—2 无阻尼系统 实模态分析法 .....	125
一、固有频率及固有模态 .....	125
二、模态正交性、模态质量与模态刚度 .....	127
三、模态坐标与物理坐标 .....	127
四、坐标变换、模态方程 .....	128
五、模态参数与频响函数之间的关系 .....	133
§ 5—3 比例阻尼系统、实模态分析法 .....	135
一、比例阻尼 .....	135

二、模态方程及模态导纳函数	136
三、频响函数模态参数表达式	137
§ 5—4 结构阻尼系统模态分析法	138
一、比例阻尼实模态分析法	139
二、一般结构阻尼复模态分析法	140
§ 5—5 一般粘性阻尼系统——复模态分析法	144
一、复特征值——状态方程及模态方程	144
二、复模态频响函数表达式	146
§ 5—6 以模态参数描述的传递函数	148
一、传递函数复模态表达式	149
二、极点及其留数与复频率及复模态之间的 关系	150
三、极点及其留数与复模态自由衰减振动之间 的关系	151
§ 5—7 以各种模态参数描述的频响函数	152
一、一般粘性阻尼	153
二、比例阻尼	154
三、结构阻尼	155
§ 5—8 频响函数实测数据及其图形的分析 与预估	156
一、MDOF 系统频响函数的几个重要特性	156
二、伯德图的主要特征	159
三、实频与虚频图的主要特征	162
四、奈氏图的主要特征	163
<b>第六章 模态参数频域识别法</b>	168
§ 6—1 概论	168
§ 6—2 单模态识别法的理论根据	169



一、基本公式	169
二、按激振点归一化的模态向量	171
§ 6—3 幅值及相位共振法	173
§ 6—4 正交分量法	176
§ 6—5 模态圆拟合法	178
§ 6—6 多模态识别法的理论根据	181
一、基本公式	182
二、实模态导纳函数修正项	182
三、复模态导纳函数修正项	183
§ 6—7 加权最小二乘识别法	185
一、理论模型	185
二、测量方程	185
三、加权最小二乘法求解	186
四、识别程序框图	187
五、复模态参数识别	188
§ 6—8 正交有理多项式识别法	189
一、基本原理	189
二、正交多项式	190
三、正交多项式曲线拟合法	191
四、总体拟合求 $\xi$ 及 $\omega$	194
<b>第七章 模态参数时域识别法</b>	<b>195</b>
§ 7—1 引言	195
§ 7—2 Ibrahim 时域法 (ITD 法)	195
一、自由响应数据矩阵的形成	196
二、建立特征方程	197
三、确定系统的特征值	198
四、确定系统的振型	199

五、采样频率问题.....	199
六、关于测点的设置.....	200
七、关于噪声与虚假模态.....	201
§ 7—3 复指数法.....	202
§ 7—4 随机减量法.....	205
§ 7—5 时间序列分析法.....	208
一、时序模型.....	209
二、离散的传递函数.....	212
三、离散的脉冲函数.....	213
四、ARMA 模型的自协方差函数及自相关函数.....	214
五、时序模态分析.....	216
<b>第八章 模态测试技术.....</b>	<b>222</b>
§ 8—1 模态测试系统.....	222
一、频响函数测试的基本系统.....	222
二、试件安装.....	224
§ 8—2 激振器.....	225
§ 8—3 传感器.....	226
一、压电式力传感器.....	227
二、压电式加速度传感器.....	227
三、附加质量消除.....	230
§ 8—4 频响函数分析仪.....	231
一、数字相关滤波式分析仪.....	231
二、动态数字信号处理系统.....	233
§ 8—5 激励信号.....	244
一、稳态正弦测试.....	244
二、纯随机激励.....	245

三、伪随机激励·····	245
四、周期随机激励·····	245
五、瞬态随机激励·····	246
六、快速正弦扫描·····	246
七、脉冲激励·····	247
八、阶跃激励·····	248
§ 8—6 多点激励频响函数测试与估计·····	248
一、多点随机激励频响函数估计·····	249
二、多点全相干激励频响函数估计·····	249
§ 8—7 标定、测试和估计可靠性检验·····	251
一、标定·····	251
二、测试与估计可靠性检验·····	253
<b>第九章 动态载荷识别与动力修改·····</b>	<b>255</b>
§ 9—1 结构动态载荷识别·····	255
一、载荷识别频域法·····	255
二、载荷识别时域法·····	259
§ 9—2 物理模型修改·····	264
一、陈介中(J. C. Chen)矩阵摄动法·····	265
二、优化方法·····	266
三、特征方程拟合法·····	268
§ 9—3 结构动态特性的灵敏度分析·····	271
一、特征值灵敏度·····	273
二、特征向量灵敏度·····	275
三、二阶特征灵敏度·····	281
§ 9—4 结构动力修改·····	285
<b>第十章 试验模态分析的工程应用·····</b>	<b>291</b>
§ 10—1 对已有系统的分析、识别与评价·····	291

一、曲轴飞轮系统·····	291
二、汽车离合器从动盘·····	293
§ 10—2 结构动态设计·····	295
一、600MW 发电机组·····	295
二、300MW 发电机的故障分析·····	297
三、柴油机缸体改型设计·····	298
§ 10—3 噪声控制·····	302
一、风机噪声控制·····	302
二、拖拉机驾驶室固体声控制·····	306
§ 10—4 传递函数诊断·····	309
<b>主要参考文献·····</b>	<b>312</b>

# 第一章 基本概念

## § 1—1 工程中的机械振动问题

任何机器、结构或它们的零部件,都可以看成是由若干个具有一定惯性、弹性和阻尼特性的元件或单元,按照某种方式互相联结而成的机械系统(或力学系统)。这种系统当它受到外界干扰或动载荷作用时,将会产生不同程度的振动,因此有时又称其为振动系统。

众所周知:当外界干扰频率与系统本身固有频率相接近时,在阻尼较小的情况下,该系统将会产生共振现象并伴随有较高程度的噪声。一般说来,振动对系统本身及环境都是有害的,它直接影响到机器或结构的工作性能、精度、效率、寿命、安全性和可靠性,并对环境产生干扰和危害等。因此,对于大多数机器设备和工程结构来说,一般都要求将其可能产生的振动量级控制在一定范围内。随着社会生产和科学技术的飞跃发展,现代各种工业部门,如:航天、航空、汽车、船舶、机床、工程机械、建筑和水利等,对于机器中的零部件、结构中的构件,以及由它们所组成的系统的动态特性的要求,将越来越高。特别是对高速运行的机器设备和耗资巨大的各种大型复杂的工程设施,不仅要求人们在设计、制造、安装、调试过程中,能预估出系统可能出现的振动以及由此而引起的强度、刚度、稳定及噪声等问题,而且在使用过程中,有时还要求人们利用该系统所产生的振动信号进行状态监测和故障预报,并

能及时自动采取各种有效措施来消除或防止系统可能出现过量的、甚至是危险的振动,从而确保机器设备和工程设施的安全性、可靠性。另一方面,对于那些利用振动原理工作的机器和设备,则又要求它能按照一定的振动规律进行工作,并具有良好的工作性能。

工程中的机械振动问题是极其广泛而又十分复杂的。常见和比较容易识别的振动问题是属于一种叫做“受迫振动”问题。这种振动的特点是:系统是在外界持续的扰动下所发生的振动。这种振动即使完全被抑止,外界对系统的扰动作用依然存在。此外,系统本身的振动对外界的扰动无反馈作用。对于这种性质的振动问题,一般可用如图 1—1 所示的、带有输入与输出箭头的方块图来表示。图中的方块是代表所要研究的机械系统。外界对系统的干扰或施加于系统的动载荷,统称为“激励”或“输入”。系统在外界激励作用下所产生的振动称为“响应”或“输出”。这样一来,受迫振动问题便可归结为对输入——系统——输出三个方面和三者之间关系的分析与研究了。其基本问题可分为下述三类:



图 1—1 振动系统方框图

1. 振动分析。即已知系统的特性和输入,求系统的输出。这类问题又称为振动力学的正问题。例如在对机器与结构进行动态设计时,分析、计算各有关零部件、构件及其所组成的系统,在已知的(或预估的)外部干扰(包括位移、速度或加速度)或动态力作用下所产生的位移(包括应变)、速度或加速度

响应等。

2. 系统识别。即已知系统的输入和输出,分析和研究该系统的特性。这类问题为振动力学第一类逆问题。例如通过激振试验,获得输入与输出数据,然后建立描述系统动态特性的数学表达式,并采用近代系统识别(包括参数识别)的理论与方法,去确定该系统的质量、刚度及阻尼等各种物理参数或其它参数等。

3. 动载荷识别(又称环境预测)。即根据系统的特性及输出,来确定系统的输入。这类问题为振动力学第二类逆问题。我们知道:在工程中有很多系统所受的动载荷,都是无法或很难直接实测的。但是根据已知结构系统的特性,我们可以通过测量该系统在未知的外载荷作用下所产生的振动响应,来识别未知的动载荷的时间历程及其频率特性,这对许多产品的改型和设计都是有重要参考价值的。

在振动工程中,正确认识机械系统本身的固有特性,是分析和解决各种机械振动问题的基础。因为只有弄清楚了系统的特性(其中包括组成系统各个单元的参数及其分布状态,联结条件和边界条件等),然后才有可能正确预估出该系统对于各种不同激励所产生的振动响应。由于工程中所要解决的实际问题十分错综复杂,分析和研究这些问题,往往既要涉及到动力学的正问题,又要涉及到动力学的逆问题。

## § 1—2 关于振动系统的建模问题

分析和研究工程中的机械振动问题,一般都先要建立一个描述系统的输入与输出之间定量关系的数学表达式,简称数学模型。这种定量关系的模型,实质上是由系统本身的固有特性(惯性、弹性、阻尼特性等因素)决定的。因此,系统的数学

模型也可以说成是描述系统特性的表达式。

若我们对系统的内部结构、尺寸、材料的性能参数(如质量、刚度、阻尼等)以及联结条件和边界约束条件,均有详尽而又足够的了解,则可利用近代结构动力学或其它力学的理论和方法,按照系统结构的设计图,来建立系统的数学模型,这就是所谓“理论建模”。这样的系统称为“白箱”系统。

若我们对系统的内部结构及其特性毫无所知,在这种情况下,也可通过激振试验,直接测量系统的输入和输出,然后采用系统识别的理论与方法,来建立该系统的数学模型,这就是所谓的“试验建模”。这样的系统称为“黑箱”系统。

若我们对系统的内部结构与性能仅有部分了解和认识,其数学模型可以或已经被导出,但模型中的某些参数尚有待于采用其它方法来确定,这类系统则称为“灰箱”系统。振动工程中的系统识别问题,大多属于“灰箱”问题或系统参数识别问题。

应该注意:一个系统的数学模型,只是在一定的范围内,或在一定的程度上近似地表征实际系统的动力特性。其近似程度与“建模”的目的、要求、理论推导过程中的假设与简化、分析与计算方法,试验过程中的激振方法、测量精度以及数据分析和处理技术等多方面因素都有密切关系。

系统建模的两种基本方法,即理论建模与试验建模,各有其优缺点。在分析和研究工程中的机械振动问题时,欲建立某一实际系统的数学模型,如单纯地只采用一种方法,有时就很难以完全有效而又方便地确定我们所需要的全部参数。也就是说,一个实际系统的建模,这两种基本方法常常是需要互相补充、互相修正的。



### § 1—3 系统分类及其运动方程(参数模型)

如图 1—1 所示,若系统的输入用  $f(t)$  表示,输出用  $x(t)$  表示,则输入与输出之间的关系可以写成如下形式

$$G[x(t)] = f(t) \quad (1-1)$$

式中  $G$  称为算子,  $G[x(t)]$  是代表对输出量  $x(t)$  进行加、减、乘、除、微分、积分等各种运算的符号。例如单自由度线性受迫振动系统的运动微分方程为

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx(t) = f(t) \quad (1-2)$$

若将其用式(1—1)表示,则算子  $G$  的内涵即为

$$G = m \frac{d^2}{dt^2} + c \frac{d}{dt} + k$$

对于不同类型的振动系统及问题,  $G$  的内涵亦不同。

#### 一、线性时不变系统

若描述振动系统的运动微分方程是线性方程,则称该系统为线性振动系统。我们知道,线性微分方程是满足叠加原理的,即

$$G\left[\sum_{i=1}^n C_i x_i(t)\right] = \sum_{i=1}^n [C_i f_i(t)] \quad (1-3)$$

式中,  $C_i$  为任意常数。由式(1—3)可知:对线性系统而言,一个激励的存在,并不影响另一个激励引起的振动响应,也就是说作用在同一线性振动系统上的各个激励所产生的振动响应是互不相干的。因此,若同时有多个激励加在同一线性系统上,我们可以分别地先分析单个激励所产生的响应,然后把它们相加,即可得到各个激励同时作用时所产生的总响应。