内 容 提 要

本书重点介绍光的传输，是光纤通信和集成光学的理论基础专著。书中论述了各种类型光波导的理论问题，既讨论了规律的波导，也分析了不完善的波导。对理解光波导概念最重要的波动光学和几何光学的理论问题，以及光的衍射理论等也都作了介绍。本书是根据《传输光学》第二版翻译的，与第一版不同的是本版增加了对多模光纤理论和光纤色散的讨论。

本书可供从事光纤通信和集成光学的科技人员以及通信专业师生学习参考。

传输光学

〔美〕D·马库塞 著

程希望 译

刘弘度 审校

责任编辑：李树岭

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

河南邮电印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

开本：850×1168 1/32　　1987年7月第一版

印张：18 24/32　页数：300　　1987年7月河南第一次印刷

字数：500 千字　　印数：1—2,500册

统一书号：15045·总3234—有5472

定价：4.60元

译 者 序

以波动光学观点研究光在介质波导中传播规律的学说，称之为“导波光学”或“波导光学”（有别于微波光学）。光纤和集成光路皆属此类介质波导。本书作者D.马库塞博士在十几年前，将光在光纤和集成光路中的传输理论部分，包括有几何光学（光线光学）和波动光学论述，称之为“传输光学”。

按目前发展趋势来看，光纤通信和集成光路的关系日渐紧密，以至到不可分离的程度。随着光学双稳态理论技术的发展，光子计算机已出现指日可待的前景。光纤波分复用外差相干通信和光子计算机的结合，将引起有线信息传输的革命性变化。

本书属基础理论书籍，对研究光纤和集成光路中的光传输有着理论指导意义。

本书作者长期从事光传播介质研究，根据指导研究生的要求写了这本书，相信该书中文版的出版对我国光纤通信和集成光学事业的发展不无借鉴作用。

在译书前，D.马库斯博士曾殷切赠言，并热情寄来亲笔勘误的原版书，译者在此特向作者表示衷心感谢！

西北电讯工程学院郭梯云教授仔细校阅了第四章译文初稿。最后请北京大学刘弘度同志对全部译稿作了审校。在此向他们谨表谢意。

由于译者技术水平有限，不妥之处尚希读者不吝赐教。

程希望

1984年11月于西安

序　言

《传输光学》第一版已脱销，有必要再版。加之，索书的请求很多，也使我相信需要再版。

虽然在《传输光学》出版后的十年间，光纤通信方面的进展惊人，但第一版所包含的大部分材料今天仍有意义，并对了解光在自由空间、光纤以及其它类型光波导中的传播是必要的。即使是气体透镜，作为光通信系统的波导虽普遍未予积极考虑，但因具有充分的学术和历史价值，而未从再版中删去。除校正少数我已觉察的错误而外，第一版的内容在第二版悉未更动。

自1970年前后我撰写头版原稿以来，在已取得的许多新进展中，看来多模光纤这个课题已引起最大兴趣。有鉴于此，我增写了第十一章，内容涉及多模光纤的几个方面，特别包括了几种有特殊实用价值的折射率分布的几何光学分析，还包括重要的WKB法的详细推导及其在多模光纤中光的传播问题中的应用。

第十二章也是增写的，内容集中于单模和多模光纤的色散问题。这里介绍的单模光纤中的脉冲传播理论，包括一级和二级色散效应。而多模光纤色散的论述是基于几何光学和WKB理论。

最后，第八章增写了8.7节，论述单模光纤模式的高斯场分布近似。

本来再版的内容还可多些，但本书未提及的许多材料已有其他作者作过论述，并且其中一部分已写入我的《介质光波导理论》一书*，该书于1974年由学术出版社出版。

D。马库塞

* ——该书中译本，人民邮电出版社已于1982年？月出版。—译注

目　录

第一章　波动光学

1.1　引　言 ………………………………（ 1 ）
1.2　麦克斯韦方程 ………………………………（ 2 ）
1.3　波动方程 ………………………………（ 4 ）
1.4　圆柱对称光学系统 ………………………………（ 12 ）
1.5　边界条件 ………………………………（ 15 ）
1.6　介质界面的反射和折射 ………………………………（ 17 ）

第二章　衍射理论

2.1　引　言 ………………………………（ 32 ）
2.2　基尔霍夫——惠更斯衍射积分 ………………………………（ 33 ）
2.3　单缝衍射（狭缝在不透明屏上）………………………………（ 46 ）
2.4　圆孔衍射 ………………………………（ 54 ）
2.5　衍射光栅 ………………………………（ 56 ）
2.6　布喇格衍射：微扰理论 ………………………………（ 68 ）
2.7　布喇格衍射：耦合波理论 ………………………………（ 81 ）

第三章　几何光学

3.1　引　言 ………………………………（ 93 ）
3.2　由波动方程来推导光线光学 ………………………………（ 94 ）
3.3　光线的边界条件 ………………………………（ 98 ）
3.4　费马原理 ………………………………（ 102 ）
3.5　光线光学的哈密顿公式 ………………………………（ 106 ）

3.6 光线的量子理论 …………………………………………（113）
3.7 刘维定理 …………………………………………（126）

第四章 透 镜

4.1 引言 …………………………………………（140）
4.2 薄透镜的光线光学 …………………………………………（140）
4.3 薄透镜的波动光学 …………………………………………（144）
4.4 光学傅里叶变换和空间滤波 …………………………………………（154）
4.5 气体透镜 …………………………………………（161）
4.6 像的极限分辨率 …………………………………………（184）

第五章 透镜波导

5.1 引言 …………………………………………（194）
5.2 理想透镜波导的光线光学 …………………………………………（195）
5.3 激光谐振腔 …………………………………………（204）
5.4 弯曲光轴透镜波导 …………………………………………（207）
5.5 有无规位移的透镜波导 …………………………………………（216）
5.6 透镜波导的简正模 …………………………………………（232）
5.7 共焦透镜波导中的波迹 …………………………………………（243）
5.8 有疵透镜波导中光束的分裂 …………………………………………（248）

第六章 高斯光束

6.1 引言 …………………………………………（255）
6.2 自由空间高斯光束的传播 …………………………………………（256）
6.3 高斯光束的另一种推导 …………………………………………（261）
6.4 高斯光束的变换 …………………………………………（265）
6.5 模匹配 …………………………………………（278）
6.6 激光谐振腔 …………………………………………（281）

第七章　平方律介质中光的传播

7.1　引言……………………………………（293）
7.2　平方律介质的光线光学……………………（294）
7.3　平方律介质的模……………………………（297）
7.4　平方律介质中的离轴光束…………………（303）
7.5　有损耗或增益的平方律介质………………（307）
7.6　平方律介质的透镜特性……………………（315）

第八章　光纤和介质波导

8.1　引言……………………………………（318）
8.2　圆光纤的导引模……………………………（320）
8.3　平板波导的导引模…………………………（340）
8.4　平板波导的辐射模…………………………（349）
8.5　正交关系…………………………………（360）
8.6　有用的近似………………………………（365）
8.7　基模的高斯近似……………………………（381）

第九章　非理想的介质波导

9.1　引言……………………………………（392）
9.2　边界不完善的平板波导……………………（392）
9.3　具有正弦形壁微扰的平板波导……………（402）
9.4　随机壁微扰………………………………（424）
9.5　有台阶和劈形截面的平板波导……………（436）
9.6　弯曲损耗…………………………………（457）

第十章　介质波导间的耦合

10.1　引言……………………………………（467）
10.2　耦合波方程………………………………（469）

10.3 耦合的平板波导……………………………………（478）
10.4 圆光纤HE_{11}模的耦合……………………………（483）
10.5 串话……………………………………………（491）

第十一章 多模光纤理论

11.1 引言……………………………………………（496）
11.2 柱坐标中的光线方程………………………………（497）
11.3 平方律光纤中的光线轨迹……………………………（507）
11.4 在双曲正割和洛伦兹光纤中的光线轨迹…………………（511）
11.5 WKB法 …………………………………………（517）
11.6 WKB法在多模光纤中的应用 ………………………（527）
11.7 漏泄波…………………………………………（536）

第十二章 光纤色散

12.1 引言……………………………………………（543）
12.2 材料色散…………………………………………（544）
12.3 单模光纤中的脉冲失真………………………………（549）
12.4 单模光纤中的色散…………………………………（568）
12.5 多模光纤中的色散…………………………………（571）

参考文献…………………………………………………（585）

第一章　波动光学

1.1　引言

光是一种电磁现象，因而光学应仅是电动力学的一个分支。光学通常按独立学科对待有其历史原因，这就是远在光的电磁性质被认识以前，就已对光进行了研究。使光学从其它电磁现象独立出来的一个突出的特征，就是我们能以眼睛检测光，而其它频段的电磁辐射如果不是使用特殊检测装置，就不会引起注意。

光的另一特点是波长极短，因而可采用近似分析方法，不过这些方法对于较长波辐射不适用。因此有两种不同的研究光学的方法。波动光学是直接根据麦克斯韦方程组来求解光传播问题；而几何光学则利用光的短波长近似以简化光传播的许多问题。几何光学在很多方面类似于质点力学，而波动光学相当于光线的量子理论。我们将在几何光学一章中详细讨论这个关系。

本章介绍麦克斯韦方程并导出重要的波动方程，以及运用这些基本方程解答一些典型而重要的例子。这些波动光学应用的选择，是只介绍为以后各章的理解所需要的那些传统波动光学例子。波动光学是一个巨大的并得到充分发展的领域，已出版了好多教科书[1]。显然，我们无需面面俱到，这里只限于讨论两种不同介质界面的反射和折射的基本特性，而在下一章讨论光波衍射的基本问题。第一章的论述是最基本的，在波传播方面有相当基础的读者可仅浏览一下本章的内容。

1.2 麦克斯韦方程

麦克斯韦方程的具体形式，在每本电磁学教材里都有解释和证明（详见文献的2和3），所以这里仅需写出它们。电场强度矢量$\vec{E}$和电位移矢量$\vec{D}$与磁场强度矢量$\vec{H}$和磁感强度矢量$\vec{B}$有如下关系*：

$$\nabla\times\vec{H}=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \tag{1.2—1}$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \tag{1.2—2}$$

由于很少用电流方法描述光的产生，我们忽略了麦克斯韦方程的第一个方程（1.2-1）中的电流项**。

两个电的矢量是彼此相关的。在一般情况下，这个关系可以是相当复杂的，具有张量的或非线性性质。但是在有实际意义的很多情况下，我们可取简单线性关系

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E} \tag{1.2—3}$$

这对线性各向同性介质是适用的。常数ε是介质介电常数。比率$\varepsilon/\varepsilon_0$（$\varepsilon_0$是真空介电常数）称之为介电常数***。$\vec{H}$和$\vec{B}$的关系类似地由以下方程给出

$$\vec{B}=\mu\vec{H} \tag{1.2—4}$$

常数μ是磁导率；在非磁性材料中，其值几乎等于真空中的常数值μ_0。

*算符∇是矢量，其分量为

$$\left[\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y},\frac{\partial}{\partial z}\right]。$$

**介质中无宏观电流，理应如式（1.2—1），并非人为有意省略。——译注

***即相对介电常数。——译注

在无电荷时，矢量$\vec{D}$满足关系

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \tag{1.2—5}$$

而磁感强度矢量总是遵从附加关系

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{1.2—6}$$

方程（1.2—1）到（1.2—6）充分描述了无电流和空间电荷情况下，线性各向同性介质中的电磁场。

一个极重要的量是能流密度矢量

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \tag{1.2—7}$$

它也称为坡印廷矢量，描述空间的电磁功率流。为了得到通过表面A（其上各点向外法向单位矢量为$\vec{n}$）的功率，计算面积分

$$P = \int_A \vec{S} \cdot \vec{n} \, dA \tag{1.2—8}$$

在很多情况下，可将光线当作空间直线簇，一条窄光束的电磁能即沿此传播。

我们将常常有机会处理以一确定频率f振荡的单色光场，其电场或磁场分量可方便地用复数表示，一般形式如下：

$$F(x, y, z, t) = Re\left\{G(x, y, z)e^{i\omega t}\right\} \tag{1.2—9}$$

其中圆频率定义为

$$\omega = 2\pi f \tag{1.2—10}$$

$G(x, y, z)$可为实坐标变量x，y，z的复函数，符号$Re\{\ \}$表示取括号内表达式的实部。尽管这个表达式必须按式（1.2—9）来解释，符号$Re\{\ \}$还常常省去，但仍应理解为只有该量的实部才有物理意义。这样我们简单记为

$$F(x, y, z, t) = G(x, y, z)e^{i\omega t} \tag{1.2—11}$$

用此复数表示法，坡印廷矢量(1.2—7)式可写成如下形式（$\vec{S}$表示

$\vec{S}$的时间平均）

$$\overline{\vec{S}}=\frac{1}{2}\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right] \qquad (1.2-12)$$

式中星号表示复数共轭，系数1/2是计算坡印廷矢量的时间平均值所必需的。式(1.2-12)实部的物理意义是时间平均能流密度矢量。

1.3 波动方程

麦克斯韦方程组根据应用可改换成很多形式，这样就更方便些。例如，将式（1.2—4）代入式（1.2—2），然后求旋度，得

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=-\mu\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\vec{H}) \qquad (1.3-1)$$

我们假定式(1.3—1)中的μ是与空间坐标无关的常数。将式(1.2—1)和（1.2—3）代入式（1.3—1），得到仅含电矢量$\vec{E}$的方程

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{E})+\varepsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0 \qquad (1.3-2)$$

值得注意的是即使空间中ε有变化，上式依然适用。算符($\nabla\times\nabla\times$)算起来太麻烦，因此，引进矢量恒等式

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=\nabla(\nabla\cdot\vec{E})-\nabla^2\vec{E} \qquad (1.3-3)$$

此处采用直角坐标系。利用式(1.2—3)和(1.2—5)将式（1.3—2）改写为

$$\nabla^2\vec{E}+\nabla\left[E\cdot\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}\right]=\varepsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \qquad (1.3-4)$$

在空间中的ε为常数的特殊情况下，ε的梯度为零，方程(1.3—4)化为如下波动方程

$$\nabla^2\vec{E}=\varepsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \qquad (1.3-5)$$

波动方程（1.3—5）式对电场矢量每个分量都适用，即每个分量都

满足标量波动方程

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \qquad (1.3-6)$$

其中

$$v = (\varepsilon\mu)^{-\frac{1}{2}} \qquad (1.3-7)$$

v具有介质（其介电常数为$\varepsilon/\varepsilon_0$）中光速的物理意义。

即使ε在空间中发生变化，只要这一变化在光波长距离范围内很小，电场矢量每个分量还是近似满足波动方程（1.3—6）式。后面还要讲这个问题。

当我们考虑下列普遍形式的函数

$$\psi = f\left[t - \frac{1}{v}\vec{n}\cdot\vec{r}\right] \qquad (1.3-8)$$

为波动方程的解时，只要f的二阶导数存在，则可不难估价波动方程的意义。矢量$\vec{r}$的分量就是该观察场中点的坐标；$\vec{n}$是法向单位矢量。因为（1.3—8）式就是波动方程（1.3—6）的解，故速度v必然与频率无关。回头我们再讨论这个问题。

波动方程之解（1.3—8)代表空间中的平面波，这个空间均匀地充满了介电常数是$\varepsilon/\varepsilon_0$的介质。要了解函数（1.3—8）式确实描述平面波，只需考虑它的宗量的某个固定值

$$u = t - \frac{1}{v}\vec{n}\cdot\vec{r} \qquad (1.3-9)$$

对任意给定的一个u值，函数便有一确定的值$f(u)$与之相对应。在由关系$\vec{n}\cdot\vec{r}$等于常数所确定的平面上，时间t取常数，可使u等于常数。矢量$\vec{n}$垂直于平面，所以相同的函数值落在空间一个无穷大平面上。当t增加时，为了观察此特定函数值的变化情况，我们可让时间t变化Δt、矢量$\vec{r}$变化$\Delta\vec{r}$，而保持u仍然是常数。u保持不变时，时间增量和位置矢量的变化之间的关系式由

$$\vec{n}\cdot\Delta\vec{r}=v\Delta t \tag{1.3—10}$$

给出。$\Delta\vec{r}$的端点仍落在一平面上。矢量$\vec{n}$显然垂直于原来的和已移动的两个平面。式（1.3—9）所描述的平面在时间间隔Δt内沿$\vec{n}$方向的移动等于$v\Delta t$。这说明此平面以速度v运动而通过空间。因此，式（1.3—8）描述以速度v运动的平面波。函数$f(u)$的形式是任意的。改变（1.3—8）式中v的符号得到波动方程的另一个解。

显然，函数

$$\psi=f\left[t+\frac{1}{v}\vec{n}\cdot\vec{r}\right]$$

代表沿$-\vec{n}$方向传播的平面波。

在波动方程的解当中，有特别重要性的是在空间任何点均随时间做正弦变化的平面波。这样的平面波可表示为

$$g=A\cos\left[\omega t-\frac{\omega}{v}\vec{n}\cdot\vec{r}\right]$$

振荡频率为

$$f=\frac{\omega}{2\pi}$$

ω是圆频率。因其重要，有时就简称为频率，实际上理解为2π乘以振荡频率。为方便计，引进矢量

$$\vec{k}=\frac{\omega}{v}\vec{n} \tag{1.3—11}$$

则

$$g=A\cos(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}) \tag{1.3—12}$$

我们称$\vec{k}$为传播矢量。若令$\vec{r}$有一增量

$$\Delta\vec{r}=\lambda\vec{n}$$

要求当$\vec{r}$变为$\vec{r}+\Delta\vec{r}$，函数（1.3—12）改变一个整周期，则有关系式

$$k\lambda = 2\pi$$

或

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \qquad (1.3—13)$$

其中

$$k = \left|\vec{k}\right| \qquad (1.3—14)$$

为传播矢量的大小。方程（1.3—13）右边部分由式（1.3—11）和（1.3—7）导出。

式（1.3—12）所表示的波在物理上非常重要，这是由于介质中的大量事实表明，除真空而外，v并非常数而是随频率而定

$$v = v(\omega)$$

不同频率的正弦波以不同的相速度传播，这个现象称为色散。任意形状平面波的一般表达式（1.3—8）只在真空中适用。当色散不很显著时，作为合理近似，式（1.3—8）仍可用于介质的情况。不难预测普遍的一个扰动穿过色散介质而传播的方式。假定我们知道在确定平面上有一形式为$f(t)$的扰动，为了弄清它如何在色散介质中传播，必须将任意函数f分解成为正弦振荡的迭加。为此，作函数$f(t)$的傅里叶积分变换。根据式（1.3—12），每个谐波振荡在介质中象平面波那样传播（之所以如此，是由于谨慎地从一开始就假定有一平面扰动）。为方便计，将波的传播方向定为坐标系的z轴。在$z=0$处普遍的平面波取$f(t)$形式，这个平面波可由傅里叶积分表示

$$f(z,t) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty h(\omega)\cos\left[\omega t - kz + \theta(\omega)\right]d\omega \qquad (1.3—15)$$

引进复函数

$$\phi(\omega)=h(\omega)e^{i\theta(\omega)} \tag{1.3—16}$$

并通过下面两式的定义将相位和振幅的定义扩展到负频率

$$\theta(-\omega)=-\theta(\omega) \tag{1.3—17}$$

$$h(-\omega)=h(\omega) \tag{1.3—18}$$

便可将实数表示式（1.3—15）改写成复数傅里叶积分形式

$$f(z,t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(\omega)e^{i(\omega t-kz)}d\omega \tag{1.3—19}$$

振幅函数$\phi(\omega)$由已知的在$z=0$处的波的形状确定

$$\phi(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(0,t)e^{-i\omega t}dt \tag{1.3—20}$$

v与频率有关时，式（1.3—19）不是波动方程的解，因为仅在没有色散（即v不依频率而变）或者函数$f(z,t)$可由一非常窄的频谱描述时，波动方程才有物理意义。式（1.3—6）中的相速度v对形如式（1.3—19）的一般函数来讲是无意义的。但式（1.3—19）正确地描述了普遍的平面波在色散介质中的传播。

将在色散介质中传播的场的概念扩展到非平面波扰动是不难的，为此再引进一个在矢量$\vec{k}$方向传播的平面正弦波

$$g(x,y,z,t)=\phi(k_x,k_y,\omega)\exp[i(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r})] \tag{1.3—21}$$

此处采用复数符号。式（1.3—21）的实部描述物理上的平面波。振幅因子ϕ随独立变量k_x、k_y、ω而定。由于$\vec{k}$的大小必须服从关系式（1.3—13），我们可用独立变量来表示k_z

$$k_z=\sqrt{\left(\frac{\omega}{v}\right)^2-k_x^2-k_y^2} \tag{1.3—22}$$

如果平方根号里面为负的话，$\vec{k}$的z分量（或其它任一分量，如果我们选择z分量作为独立变量）便成虚数。在这个情况下，就不再

有平面波而碰到迅衰波，它也可以是波动方程的解。利用形如式（1.3—21）的频率和方向各异的波的迭加，我们便可确定在色散介质中传播的最普遍的波动传播矢量z分量须由式（1.3—22）求出。

$$f(x,y,z,t)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega\int_{-\infty}^{\infty}dk_x\int_{-\infty}^{\infty}dk_y\phi(k_x,k_y,\omega)$$

$$\cdot\exp[i(\omega t-k_xx-k_yy-k_zz)] \quad (1.3—23)$$

利用实数符号，也可写为

$$f(x,y,z,t)=\frac{1}{4\pi^3}\int_{0}^{\infty}d\omega\int_{-\infty}^{\infty}dk_x\int_{-\infty}^{\infty}dk_y\,|\phi(k_x,k_y,\omega)|$$

$$\cdot\cos(\omega t-k_xx-k_yy-k_zz+\theta)$$

$$(1.3—24)$$

上式是最普遍的波的积分表示式，不仅包括沿一切可能方向和以一切可能频率传播的正弦平面波，而且还包括迅衰波。对于波动方程单纯随时间作正弦变化的解来讲，可从式（1.3—4）中略去对ω的积分。

自由空间中迅衰波的存在也许是令人惊讶的，因为通常以为它是工作于截止频率之下的波导所特有的。我们讨论中出现的迅衰波，与光波从介电常数大的介质进入另一介电常数较小介质时发生的内全反射现象密切相关。为了搞清楚这个现象，可研究式（1.3-21）所示的正弦平面波。它在空间中传播，波长由式（1.3—13）给出，方向由矢量$\vec{k}$的各个分量确定。为简单计，我们假定波在$x-z$平面内传播，故$k_y=0$。现在让我们来转动矢量$\vec{k}$，使之越来越接近x轴方向。在极限$k_z=0$时，波的传播方向平行于x轴，其在x方向的空间正弦变化周期是λ。但是，数学上可让$k_x>\frac{2\pi}{\lambda}$，用物理术语来说，就是我们迫使场以比λ短的空间周期变化。这的确是可能的，但是场会通过z向收缩而反作用于我们的努力。不可能强迫场变成比在工作频率下它的自由空间波长更快的空间振荡并且还要扩

展到整个自由空间。这表明迅衰波的出现总是在我们把空间变化加在比自由空间传播的正弦平面波的空间变化还要快的场上的时候。我们将看到这正是在内全反射中出现的情况。

至今讨论的中心是波动方程（1.3—6），即式（1.3—4）的特殊情况。必须研究在什么条件下此波动方程至少是式（1.3—4）的良好近似，这是因后者在实际计算时处理起来困难得多且用处不大。所幸光学的大量应用问题均可利用简单波动方程来处理，即使它的有效条件〔即式（1.3—4）的第二项趋于零〕未得到充分满足亦如此。

式（1.3—4）左边的第一项和右边的项同数量级，并在该式中居主导地位。下面的分析仅对数量级进行估计而不是精确的计算。式（1.3—4）右边为

$$\varepsilon\mu\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=\omega^2\varepsilon\mu E=\frac{\omega^2}{v^2}E=\left[\frac{2\pi}{\lambda}\right]^2 E \qquad (1.3—25)$$

利用对于空间中某S方向的导数来代替算符∇，则式（1.3—4）左边第二项在数量级上可化为

$$\nabla\left(\vec{\mathrm{E}}\cdot\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}\right)\approx\frac{\partial}{\partial S}\left(\vec{\mathrm{E}}\cdot\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}\right)$$

$$\approx\frac{2\pi}{\lambda}\vec{\mathrm{E}}\cdot\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}+\vec{\mathrm{E}}\cdot\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}\right) \qquad (1.3—26)$$

我们感兴趣的是上式右边第二项比第一项要小得多的情况。我们来求式（1.3—4）中两项之比，令表达式加括号表示其数量级，则有

$$R=\left[\nabla\left(\vec{\mathrm{E}}\cdot\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}\right)\right]\Big/\left[\varepsilon\mu\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}\right]\approx\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}$$

$$\Big/\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2=\frac{1}{2\pi}\lambda\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}\approx\frac{1}{2\pi}\lambda\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon\Delta S} \qquad (1.3—27)$$

$\nabla\varepsilon$的梯度数量级决定于两点的介电常数差（ε_2-ε_1）除以它们的距离ΔS。若取$\Delta S=\lambda$，则按上式最后一步得