

数|学|地|质|引|论

中国科学院地质研究所 编著

地质出版社

内 容 提 要

本书主要介绍目前在地质科学中常用的一些数学地质方法，包括多元统计分析中的趋势面分析、回归分析、群分析、判别分析和因子分析；还包括了频谱分析、数字滤波以及地质过程的计算模拟和地质体的应力场模拟。对地质数据处理系统作了简要介绍。这些方法在地质学的各个领域中，如沉积学、地层学、构造地质学、古生物学、矿床学、地貌学、水文地质、工程地质、地球化学、地球物理探矿等方面已广泛应用。本书重点是通过我国地质实例阐述方法的应用和对结果的地质解释。

数学地质是随着电子计算机的应用而发展起来的一门新学科，数学地质的主要计算工具是电子计算机。为了便于应用，在书中列出了用 BOY 语言编写的程序。

本书编写目的是向野外地质工作者和地质科研工作者介绍数学地质知识。对于地质院校师生也有一定参考价值。

数学地质引论

中国科学院地质研究所编著

(限国内发行)

*

国家地质总局书刊编辑室编辑

地 质 出 版 社 出 版

地 质 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

1977 年 8 月北京第一版 · 1977 年 8 月北京第一次印刷

印数 1—6500 册 · 定价 1.40 元

统一书号：15038·新 207

毛主席语录

开发矿业

在生产斗争和科学实验范围内，人类总是不断发展的，自然界也总是不断发展的，永远不会停止在一个水平上。因此，人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。

中国人民有志气，有能力，一定要在不远的将来，赶上和超过世界先进水平。

序　　言

数学地质是最近十几年来随着地质学的定量化和电子计算机在地质学中的应用而诞生的一门新兴的边缘学科。它应用数学方法研究和解决地质问题。数学地质涉及的范围很广泛，几乎渗透到地质学的各个领域，如沉积学、地层学、构造地质学、古生物学、矿床学、地貌学、水文地质、工程地质、地球化学、地球物理探矿等。数学地质对某些地质问题的分析、判断和解释均取得了一些实际效果，特别是无产阶级文化大革命以来，数学地质工作得到了大幅度的迅速发展。

为了给地质战线广大工人、干部和技术人员提供一本数学地质方面的参考书，我们根据几年来的工作体会，结合我国的实例，编写了这本“数学地质引论”。为了适应地质战线广大读者的需要，书中着重介绍数学计算公式和数学方法的地质意义，并通过一些实例加以说明，至于数学公式的推导则未详细论证，这样，难免在数学上有叙述不严密的缺点。

全书内容基本上分为三部分：

1. 数学地质的一般概况(第一章)；
2. 数学地质的基本内容，包括地质数据的统计分析(第二章至第七章)，地质过程的计算模拟(第八章、第九章)和地质数据处理系统(第十章)；

3. 计算机程序。

本书由中国科学院地质研究所数学地质组集体编著。参加这一工作的有徐道一、肖义越、孙惠文、张彦波、张启锐、刘承祚、张菊明、薛恩、刘素华、柴俊杰。另外周胜奎、严蔼芬参加了第七章的部分编著工作。在编著过程中，得到了很多兄弟单位、生产单位、大专院校等部门的同志们的帮助，他们提供了很多宝贵意见，在这儿向他们表示深切地感谢。

由于我们的马列主义、毛泽东思想水平不高，业务水平有限，
加之编写的时间紧迫，书中难免有错误，请读者提出意见，帮助我
们改正。

作者
一九七六年六月

目 录

序言

第一章 概况	1
§ 1 用马列主义毛泽东思想指导数学地质科学的研究.....	1
§ 2 数学地质形成的背景.....	3
§ 3 数学地质发展的过程.....	4
§ 4 电子计算机的作用.....	6
§ 5 我国数学地质工作的进展.....	8
第二章 趋势面分析	10
§ 1 多项式趋势面分析.....	11
§ 1.1 基本数学公式.....	11
§ 1.2 趋势面形态.....	14
§ 1.3 拟合程度.....	16
§ 1.4 结果的解释和应用.....	23
§ 2 调和趋势面分析.....	30
§ 2.1 基本数学公式.....	30
§ 2.2 参数的选定.....	32
§ 2.3 求未知系数.....	34
§ 2.4 拟合程度.....	35
§ 2.5 付立叶趋势面和多项式趋势面的比较.....	37
§ 2.6 结果的解释和应用.....	38
第三章 回归分析	41
§ 1 一元回归分析.....	41
§ 2 多元线性回归分析.....	47
§ 3 逐步回归分析.....	49
§ 3.1 计算方法.....	50

§ 3.2 结果的解释和应用	53
第四章 群分析	64
§ 1 相似性统计量	66
§ 1.1 距离系数 d	66
§ 1.2 相似系数 $\cos\theta$	67
§ 1.3 相关系数 r	68
§ 2 群结构的形成	69
§ 2.1 基本问题	69
§ 2.2 基本类型	70
§ 2.3 递推计算法	81
§ 2.4 枝状图的形成	83
§ 2.5 数据的规格化	86
§ 2.6 结果的解释和应用	87
§ 2.7 R 型群分析	94
§ 3 群的调整	98
§ 3.1 群结构性能的指标	98
§ 3.2 分群判别式	99
§ 3.3 标本划归群的准则	101
§ 3.4 迭代收敛问题	102
§ 3.5 结果的解释和应用	103
第五章 判别分析	110
§ 1 两组判别分析	114
§ 1.1 计算方法	115
§ 1.2 结果的解释和应用	118
§ 1.3 两组非线性判别	125
§ 2 多组判别分析	128
§ 2.1 计算方法	130
§ 2.2 贝叶斯准则下的判别分类	132
§ 2.3 多组协方差矩阵相等性的统计检验	135
§ 2.4 结果的解释和应用	136

§ 2.5 多组判别分析与两组判别分析结果的比较	140
§ 3 逐步判别分析	141
§ 3.1 计算方法	142
§ 3.2 判别效果的指标	145
§ 3.3 结果的解释和应用	146
§ 4 费歇准则下判别式与贝叶斯准则下 判别式的比较	156
第六章 因子分析	159
§ 1 Q型分析	162
§ 1.1 计算步骤	163
§ 1.2 初始因子轴的旋转	165
§ 1.3 结果的解释和应用	168
§ 2 R型分析	177
§ 2.1 计算步骤	179
§ 2.2 结果的解释和应用	180
第七章 频谱分析和数字滤波	196
§ 1 基本原理	197
§ 1.1 付立叶级数	197
§ 1.2 付立叶积分	201
§ 1.3 付立叶积分的性质	204
§ 1.4 付立叶积分的例子	206
§ 1.5 截断效应和 Gibbs 现象	208
§ 1.6 抽样定理	210
§ 2 数字频率滤波	212
§ 2.1 数字频率滤波原理	212
§ 2.2 理想滤波器 $h(t)$ 的计算	213
§ 2.3 递推滤波器	215
§ 3 谱分析的递推计算公式及快速计算方法	219
§ 4 结果的解释和应用	221
§ 4.1 地质剖面资料的时间序列分析	221

§ 4.2 钻孔电阻率曲线滤波	231
§ 5 平面滤波	242
第八章 地质过程的计算模拟	255
§ 1 地层剖面的模拟	257
§ 2 蒸发盆地沉积模拟	271
第九章 地质体应力场模拟(有限单元法)	276
§ 1 弹性力学中有关内容简单介绍	278
§ 1.1 古典弹性力学的基本假定	278
§ 1.2 外力和应力	279
§ 1.3 位移、应变和几何方程	281
§ 1.4 物理方程	283
§ 1.5 平面应力问题和平面应变问题	285
§ 1.6 虚功原理	287
§ 2 平面问题的有限单元法	288
§ 2.1 单元刚度矩阵的建立	289
§ 2.2 总体刚度矩阵的建立和求解应力值	294
§ 3 地质体应力分布的数学模拟	294
§ 4 有限单元法的计算过程	299
§ 4.1 计算单元刚度矩阵及处理其他条件	300
§ 4.2 高斯——赛德尔迭代	302
§ 4.3 计算单元内的应力、主应力及主应力方向	302
§ 5 计算结果分析	302
第十章 地质数据处理系统	309
§ 1 数据的接受	312
§ 2 数据的存储	315
§ 3 数据的索取和显示	317
§ 4 人机对话	320
第十一章 计算机程序	324
§ 1 多项式趋势面分析程序	324
§ 2 调和趋势面分析程序	328

§ 3 逐步回归分析程序	330
§ 4 群分析程序	333
§ 5 两组判别分析程序	337
§ 6 逐步判别分析程序	340
§ 7 因子分析程序	346
§ 8 频谱分析程序	353
§ 9 数字滤波程序	354
§ 10 地层剖面的模拟程序	356
§ 11 有限单元法程序 (BCY—语言)	360
§ 12 有限单元法程序 (<i>FORTRAN IV</i> 语言)	366
附录 线性代数基本知识	380
§ 1 向量与矩阵	380
§ 2 矩阵运算	382
§ 3 行列式	384
§ 4 矩阵求逆	385
§ 5 分块矩阵运算的性质	386
§ 6 矩阵的特征值与特征向量	388
§ 6.1 用转轴把实对称矩阵对角化——雅可比法	388
§ 6.2 迭代法求特征值和特征向量	392
§ 6.3 特征值、特征向量的物理含义	394
§ 7 线性代数方程组的数值解法	395
§ 7.1 一般消去法和主元素消去法	395
§ 7.2 简单迭代法	396
§ 8 最小二乘法	397
参考文献	

第一章 概 况

地质学是一门古老的学科，它起源于人类早期的生产实践。在我国，很早就有描述地质现象的文献。如春秋战国时期“管子”中“地数篇”、“度地篇”，记述了我国最早的矿床学知识和河流的浸蚀作用等地质现象；战国时的“山海经”中的“五藏山经”记述了我国主要山脉、河流和矿产。近代地质学的发展有一百多年历史，是在近代大工业生产实践的推动下兴起和发展的。一百多年来地质学发展的历史表明，传统地质学与生物、物理、化学、数学、天文等学科相结合，大大促进了地质科学前进的步伐。

在十九世纪，地质学应用了达尔文的生物进化理论，研究地质时代中的生物化石（形成了古生物学），确定了地层的正常层序，建立了地质年代表（形成了地层学），这大大加快了区域地质学、构造地质学、岩石学、矿物学等方面研究工作的进展，奠定了传统地质学的基础。

本世纪二十年代以来，地质学和化学、物理学、力学相结合，产生了地球化学、地球物理和地质力学等新学科，推动了地质科学迅速向前发展。

二十世纪六十年代初，数学及其近代计算工具电子计算机开始应用于地质学，正在发展成为一个崭新的领域——数学地质。它的产生与发展必将在极大程度上推动地质学迅速向前迈进。

§ 1 用马列主义毛泽东思想指导 数学地质科学的研究

无产阶级革命导师非常重视用唯物辩证法指导自然科学研究，非常重视用无产阶级政治统帅科学技术工作。

作为地质学一个新分支的数学地质，从它一诞生起，就存在着唯物论与唯心论，辩证法和形而上学，革新与守旧的斗争，就存在着无产阶级和资产阶级两条科研路线的斗争。

无产阶级革命导师历来重视数学在自然科学发展中的作用。马克思曾经指出，一种科学只有在成功地运用数学时，才算达到了真正完善的地步。恩格斯指出，“**马克思是精通数学的**”，（见“反杜林论”）并成功地在分析构成资本主义社会的细胞——商品时运用了数学工具。恩格斯明确指出，“要确立辩证的同时又是唯物主义的自然观，需要具备数学和自然科学的知识。”（见“反杜林论”）毛主席教导我们：“胸中有‘数’。就是说，对情况和问题一定要注意到它们的数量方面，要有基本的数量的分析。”

数学和其他一切自然科学一样，是人们在生产实践中产生的，绝对不是人们的头脑在苦思冥想中脱离社会实践的先验论的产物。恩格斯指出：“和其他一切科学一样，数学是从人的需要中产生的：是从丈量土地和测量容积，从计算时间和制造器皿产生的。”（见“反杜林论”）在人类最早的地质实践中，如计算一个矿床的储量和品位，就需要应用代数、几何等基本数学知识。

回顾自然科学发展史，我们可以清楚地看到数学在自然科学发展中的作用。正如恩格斯指出：“天文学只有借助于数学才能发展。因此也开始了数学的研究。——后来，在农业发展的某一阶段和某个地区（埃及的提水灌溉），而特别是随着城市和大建筑物的产生以及手工业的发展，力学也发展起来了。不久，航海和战争也都需要它。——它也需要数学的帮助，因而又推动了数学的发展。”（见“自然辩证法”）地质学和数学之间也同样存在着上述类似的关系。二十世纪六十年代，随着电子计算机的引入，开辟了在地质学中大量应用较复杂的数学方法的可能性，从而使地质学在定量化的方向上向前迈进了一大步，产生了“数学地质”这个地质学的新分支。

但是在地质学定量化发展的道路上不是一帆风顺的，这里存在着唯心论、形而上学、守旧思想等等形形色色资产阶级传统观念

的阻力。因而用马列主义、毛泽东思想指导数学地质的研究是刻不容缓的战斗任务。必须批判唯心主义的先验论，必须批判认为数学是人头脑中纯思维的先验产物的论点，认为在地质学中应用数学仅仅是一种数学游戏的论点；必须批判一些修正主义国家的资产阶级学者认为只有少数专家权威才能搞数学地质，否定广大群众作用的“上智下愚”思想，必须批判“电子计算机万能，人脑贬值”的谬论；也必须批判“地质科学特殊论”者所认为的地质科学由于其特殊性而不能应用数学方法的论调。数学地质只有在不断批判资产阶级世界观的过程中密切联系地质工作实践，大搞群众运动，才能为自己的发展扫清道路，让无产阶级世界观牢固占领这一地质学的新领域。

§ 2 数学地质形成的背景

数学地质和其它一切新兴学科一样，是从生产实践中诞生的，随着物质生产的发展而发展。近年来，地质勘探工作的迅速发展，仪器分析和记录自动化程度的提高，使得各种观测和实验数据大量增加，这就向地质工作者提出了一个新的课题：如何对大量的地质数据及时地进行系统整理，从而更深刻地阐明地质现象的规律，更透彻地理解地质过程。

其次，矿产资源的需求越来越大，由地表找矿已逐步转入深部找矿。因此，要求对地质体在空间和时间上的变化提出更为精确的定量评价，为矿产普查、勘探和开采等项工作提供可靠的依据。例如，为了寻找盲矿体，往往必须利用数学方法对物探（电、磁、重力、测井等）资料进行整理，以排除干扰，使地下矿体所反映的异常更为明显。另外，地质体是在漫长的地质历史中形成的，受着多种错综复杂因素的控制和影响；随着地质研究的深入和观测点的加密，对地质体变化的复杂性揭露得愈来愈清楚，这样，仅用直观的、经验性的定性描述已不能有效地解决生产中所提出的问题。特别是近年来地质学中出现的新领域，如宇宙地质、深部地质、遥测技

术，以及各种新的物探方法等，其共同点，都是需要通过仪器观测来研究，因而迫切要求对观测数据进行定量的地质解释。这也必然地促使在地质学中加速引进数学方法。因此，地质学和数学的结合，是生产实践的需要，生产的迅速发展也提供了物质基础（电子计算机等各种先进技术和设备），也是在大量地质资料积累基础上的一个必然发展趋势。

从六十年代开始，地质学中逐渐形成了一门新的学科——数学地质。它是用数学的方法研究和解决地质问题的一门边缘学科。它的出现，反映了地质学从定性的描述阶段向着定量研究阶段发展的新趋势。

§ 3 数学地质发展的过程

早在十九世纪初，莱伊尔（Lyell, 1840）应用统计方法把第三纪地层中的生物种属与现代种属相对比，根据它来划分第三纪地层。以后，地质工作者开始注意把地质现象观察的定性概念定量化。例如，起初只是根据肉眼观察区分砂岩和页岩，以后通过显微镜研究和机械分析（如各粒级颗粒百分比）来表示两者的差别。十九世纪末以后，在沉积学、地层学、岩石学、矿物学中，开始应用单变量分析的统计方法，如频数分布估计、简单统计检验和方差分析等。二十世纪三十年代，由于地质学的分科越来越细，对各种地质现象的研究也更为深入细致，同时也积累了大量的数据，这就促使简单统计的单变量分析方法在地质学所有领域中得到迅速的推广和应用。

四十年代开始引入了双变量分析（简单回归和相关分析等），如在矿床学、地球化学、沉积学中，研究岩石中某种矿物的性质与其化学成分之间的联系时，就应用了变量间的相关分析。但是，这种双变量分析只限于研究直接或间接影响地质现象的少数变量间的联系。

由于影响地质过程的因素的多样性和复杂性，这些单变量和

双变量的统计分析，只起到有限的作用，还不能使得地质学完全摆脱定性研究的阶段。

五十年代初电子计算机的出现，使整个科学技术发展到一个新的阶段。地质学也不例外地利用了电子计算机，从而使地质工作有可能应用那些手工无法胜任的数学计算。

于是，在六十年代，一些多变量的统计分析方法开始成功地应用于地质学。多变量分析包括简单的和多元的判别分析、趋势面分析、因子分析等。这些多变量分析方法的引入，解决了地质学中长期以来不能解决的一些问题。如在两个有变化而无明显界线的地质体之间，尽可能客观地划分界限；研究岩石中重矿物含量变化、矿床中某些元素含量变化等，如果使用判别分析方法，就能比较准确地确定界线。

与此同时，也开始引入了一些较为复杂的定量描述的模型，包括能建立函数关系的确定型模型（如地质力学、地层学和沉积学中的一些模型）和概率型模型（如随机过程模型，其中有马尔可夫过程模型）。这些依赖于计算机计算的较为复杂的数学方法，在地质学各个分支都可见到广泛应用。其中，尤以地层学和沉积学中应用最为普遍。从方法角度来看，趋势面分析、因子分析、马尔可夫过程模型，在地质学各个领域中应用较为普遍。

随着近代无线电技术和宇宙开发中数字滤波的应用，近年来在地质学中也引进了数字滤波和图象识别技术。另一个新的发展趋势，是更进一步充分利用电子计算机的优异性能，开展了地质数据的存储、索取与自动处理。

在电子计算机广泛采用之前，在1965年以前，对在地质学中能否应用数学方法存在着十分尖锐的争论。有些地质工作者认为，由于地质体变化复杂，影响因素很多，地质记录的不完整性，地质资料基本上是定性描述，认为这些特殊情况，使得在地质学中应用数学方法是无效的，有时甚至会导致消极的结果。以后的大量数学地质研究成果证明，上述论调都是站不住脚的，研究对象愈复杂，愈要求采用较为复杂的数学方法；地质记录的不完整性，可用

内插、外推等数学方法来补足缺失部分，从而建立起较为完整的地质发展历史概念。1965年以后，在全世界范围内，数学地质取得了较大幅度的发展。

上述数学地质发展的简单的历史过程，表明了数学地质已经经历了从地质现象解释的统计分析到分析地质过程的计算模拟的阶段。

§ 4 电子计算机的作用

地质学应用了电子计算机，从而开辟了以计算机作为基本工具，数学作为科学手段一个新的研究领域。电子计算机不仅是数学地质工作极为有力的计算工具，而且也成为地质工作者强有力地试验工具。它的应用使地质工作者从费时、繁重的工作中解脱出来，有更多的精力和时间从事观察和解释地质现象。

数字电子计算机是一部高速、自动化程度很高的综合装置，可以在内部存储数据和程序(程序就是计算机执行运算的顺序)。在程序的控制下，计算机能正确地执行各种数学运算和逻辑运算。程序、数据用穿孔卡片、磁带或穿孔纸带输入机器内，机器根据程序规定的计算顺序，算出结果，最后以印刷、绘图仪、萤光屏、穿孔卡、纸带等形式输出。

计算机运算速度很快。一台快速数字电子计算机，每秒钟能完成上亿次运算。手算需要几年的计算量，计算机只要几分钟或几秒钟就能完成。存储量可以很大，从几万到几百万、几亿个单元。随着技术水平的不断提高，电子计算机还在不断更新。由于电子计算机的不断更新，对数学地质的发展，准备了必要的物质前提。例如，根据某一地区中几百个不规则分布的观察点的地层资料，编制地层单位的二次趋势面图，需要解几百个联立的线性矛盾方程，求解六个未知数。利用台式电动计算机计算时需数月，而用一般的电子计算机仅需几分钟。

又如，有些研究工作需要采取多种多样的方案试验比较，借助

计算机可进行多次反复试验，从中挑选出最佳的方案。

更有意义的是，利用计算机和数学模型的计算模拟，可以进行原来地质工作人员无法进行的实验，如在沉积学中，利用流体运动微分方程描述的蒸发盆地的数学模型，模拟盆地沉积的形成发展过程。只要在理论上的阐明是全面的和严密的，那么利用计算机进行的模拟实验，就会具有真正的意义。

因此，电子计算机引入地质学，将会使地质学由定性描述逐渐发展到定量研究的阶段。

一般我们把地质研究工作归纳为下列五个过程：

1. 地质现象的观测，原始数据的收集；
2. 数据的整理、分析和计算；
3. 概念和理论的建立；
4. 实验模拟；
5. 应用检验。

上述五个阶段都可以使用电子计算机，尤其是第2和第4阶段则更为需要。

早期阻碍地质工作人员熟悉和使用计算机的原因，是难以掌握机器的程序。现在，由于程序多用算法语言书写，只要具备基础数学知识的地质人员，在熟练程序设计人员的帮助下与配合下，或参加一次算法语言的短训班，便可在短时期内掌握使用。

对于从事数学地质工作的人员来说，对计算机的了解和应用应基本掌握下列几点：

1. 了解计算机的基本功能，工作原理和使用方法；
2. 熟习所用机器的算法语言，了解国内和国际通用的FORTRAN 和 ALGOL 等算法语言；
2. 善于将地质问题用数学形式表达出来，并能把数学问题用算法语言正确地编写出来并进行计算。

上面强调了计算机的作用，但也要看到它的局限性。正如毛主席所指出：“世间一切事物中，人是第一个可宝贵的。”计算机只能代替人的一部分工作。对所研究的课题和工作任务，最关键的部分，