

信号处理

离散频谱分析、检测和估计

[美] M. 许华兹 L. 肖 著

科学出版社

126

9

73.4126

369

203

信 号 处 理

离散频谱分析、检测和估计

〔美〕 M. 许华兹 L. 肖 著

茅于海 楼希澄 译

科 学 出 版 社

1982

内 容 简 介

本书全面地论述了信号处理的基本原理及其应用,着重讨论了离散信号处理,尤其着重讨论的是信号的统计处理。

全书共七章。前三章主要介绍确定的和随机的时域离散信号处理的基本概念。后四章则着重讨论信号处理中的三个核心问题,即离散频谱分析、检测和估计。每章末附有一定数量的习题。书中有些地方还附有用 FORTRAN 语言编写的程序,以便读者能具体地用计算机处理信号。

本书系统完整、深入浅出、物理概念清楚、理论联系实际,可供系统工程、雷达、通信、模式识别、系统辨识、地球物理、海洋勘探、交通管理、环境工程、生物工程、医学等方面的工程技术人员、研究人员、教师、研究生和高年级大学生参考。

M. Schwartz, L. Shaw

SIGNAL PROCESSING

DISCRETE SPECTRAL ANALYSIS, DETECTION, AND ESTIMATION

McGraw-Hill, 1975

信 号 处 理

离散频谱分析、检测和估计

〔美〕M. 许华兹 L. 肖 著

茅于海 楼希澄 译

责任编辑 刘兴民

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982年10月第一版 开本:787×1092 1/16
1982年10月第一次印刷 印张:18 3/4
印数:0001—6,500 字数:431,000

统一书号:15031·430

本社书号:2717·15-7

定价: 2.90 元

译者前言

世界上一切事物都在不断地运动、变化和发展中。这种运动往往以一定形式的物理量变化表现出来,例如空间位置、声、光、电等。各种物理量随时间的变化统称为“信号”。不仅如此,人类的主观思维活动也可以用一定形式的信号(包括语言、文字或图形)来表达。由此可见,对信号进行分析、处理不仅可以加深人类对自然的了解,从而进一步改造自然,而且还可以有利于人类之间的交往。

近十年来,由于数字技术、大规模集成电路以及计算机技术的发展,使一些极复杂的运算可以在短时间内完成。有一些很早就发现的数学变换(例如傅里叶变换),由于数值计算过于繁复,以致长期以来一直停留在公式上。有了大型电子计算机后,就把原来需要计算几年的工作缩短到只要几小时或几十分钟就可以完成。这又反过来促进人们去研究新的更快速的算法。例如在1965年出现的快速傅里叶变换,可以把在IBM7094大型计算机上计算8192个傅里叶系数所需的时间,从半小时缩短到8秒钟。在此以后,各种新的处理方法和算法随之不断出现。这也更扩大了信号处理技术的应用范围,使其不仅应用于处理和分析语言、图象、声纳、雷达信号,而且更加广泛地应用到地质、气象、天文、医学(如心电图、脑电波等)甚至经济学等等各种学科中去。因此,人们越来越感到需要系统地对各种信号(尤其是离散信号)处理的理论、方法加以整理,成为一门独立的、完整的学科。“离散信号处理”(或“数字信号处理”)这门新兴的学科就这样诞生了。

七十年代初,美国各大学纷纷设立这门课程。最初是作为有关专业的研究生课程而开设的,以后又作为大学生的必修课程。M. 许华兹(Schwartz)和L. 肖(Shaw)合著的这本书就是专门为大学生的学习这门课而编写的。

这本书的特点是着重于基本概念的讨论和分析、避免严格的数学证明。因而概念清楚、深入浅出,特别适合于初学者。它不仅适用于电类专业的学生,也适用于非电类专业的学生,更适合于在职进修之用。

本书的前三章主要介绍了确定的和随机的时域离散信号处理的基本概念。后四章则着重讨论了信号处理中的三个核心问题,即离散频谱分析、检测和估计。可以认为前三章是后四章的基础,也是后四章的预备知识。每章末都附有一定数量的习题,认真地、仔细地做好这些习题有助于加深对本书内容的理解。书中有些地方还附有用FORTRAN语言编写的程序,以便具体地用计算机来处理信号。

我们希望本书译成中文后,有助于促进信号处理这门学科在我国的普及。

译者

1981年1月

前 言

过去十年中计算机得到了广泛应用,人们已能对输入数据取样进行实时的高速计算,从而在信号处理领域中引起了一场真正的革命。

有许多信号,如地震信号、生物医学信号、声纳和雷达信号,现在都已用计算机进行常规处理了。计算机可以用来检验一个信号,看它是否具有我们特别关心的那些特征。例如根据地震信号可以分析出地下蕴藏的有用矿床;计算机也可用来检验一个儿童的脑电压信号,检查他是否存在有先天性的智力缺陷;计算机还可以处理带有噪声的雷达信号,为飞近机场的飞机驾驶员提供速度和方位的数据;雷达信号处理器可以用来检测在驾驶员预定的航线上是否存在有其他飞机。现在专用的快速傅里叶变换计算机已经设计出来,其成本低廉,可以用在许多场合。人们特别感兴趣的另一个例子是示波器-微型计算机组合,操作者只要适当地改变软件,就可以进行信号平均、快速傅里叶变换、频谱分析以及一系列其他信号处理工作,还可以把所得的信息用曲线的形式在示波器荧光屏上快速显示出来,或是把曲线迅速地印在纸上。

我们感到,目前工程师和科学家们在完成信号处理任务时采用的许多技术和算法是相当普遍和基本的,因此我们认为将其列入大学生的工程课程中是完全必要的。所以在过去四年中,我们在纽约多科性工业学院开设了一门较高水平的课程,它包括了信号处理领域中的一些比较基本的课题。本书就是这门课的产物。

这门课程是电机工程和计算机科学专业的四年级学生的必修课,同时也作为运行研究和系统科学专业中很多学生的选修课。在学院优秀生班的三年级生也可选修。这门课程必需的预备课程是系统分析和概率论(概率论课可以同时开设)。本课必需的一些概率论概念将在第三章复习。

从本书的书名上以及仔细地读一下本书的目录就会知道,我们重点突出了信号处理的三个基本课题,即离散频谱分析(在第四章中详细讨论);信号检测(在第五章中讨论)和信号估值(在第六章和第七章中讨论)。第二章的离散傅里叶变换和第三章的概率论和随机过程导论提供了频谱分析所必需的基础知识。

必须指出,上面强调了离散信号处理。由于数字计算机和数字式信号处理仪器的应用日益广泛,对时域离散数据取样和为处理它们所需的技术就形成了编写本书的出发点。我们自始至终假设可以得到数据取样,因而,讨论的所有技术都是关于时域离散型的。读者将直接学习那些在他们的工作或研究实验中有用处的计算方法,将学习如何直接对数据样本进行处理。

前面我们已经提到,采用高速计算机的信号处理方法已经渗透到各种不同的专业中。仪器工程师、机械工程师、运输工程师、生物医学工程师、地球物理学家、海洋学家、石油工程师以及电气工程师和计算机专家们都要经常使用信号处理技术。当然这当中也包括统计学家和经济学家所进行的时间序列分析在内。虽然我们把注意力集中到前面讲的三个领域中的基本概念,但我们也将介绍一系列的应用,以证明所讨论的技术和理论具有广泛

的适用性。我们希望本书介绍的很多应用实例将激发读者的求知欲,同时也向他们证明,他们正在学习的内容用处是极广泛的。

虽然本书的内容主要是为电气工程、系统工程、运行研究和计算机工程系的学生讲授的,但所讨论的种种应用使得这本书对于其他利用现代化信号处理技术的工程和科学专业的师生来说也是十分有用的。对于那些在信号处理这个大课题下的一些领域中工作的实践工程师和科学家们,这本书也可作为一本有用的自学教材。

这本书包括的内容比起一门一学期的导论性课程每周三学时通常讲授的内容要多一些。这就允许教师和学生根据兴趣对课程的内容进行取舍。我们自己讲授这些内容时,曾试验过两种不同的方法,一种强调频谱分析,另一种强调递推估计。在两种方法中,我们都讲授了第一章至第五章中的基本材料(用一部分时间对概率论方面的材料作简单的回顾)、第四章中的引言部分、第五章和第六章的大部分以及第七章中关于离散递推估计的引言部分。在第一种方法中,我们还讲授了第四章的剩下部分。而在第二种方法中我们则讲授了第七章中关于递推估计的大部分材料。当然还可有其他的讲法,例如可以强调或略去某些应用,或将其中某些留给学生自学。我们也发现和课程一起进行计算机练习是十分有益的,这样的一些练习包括在每章后面所附加的习题中。

作者十分感谢纽约多科性工业学院参加本课程讲授的 R. 哈代(Haddad)教授,他的很多建议对本书的某些章节极有帮助,同时他亦对本书所依据的课程讲稿作了评论,并且提供了书中的一些习题和应用举例。

在此我们还要感谢 B. 鲁德纳(Rudner)夫人,她根据讲授这些材料的经验提供了很多有益的评议。此外,很多学生作的计算机练习也为我们提供了有用的数据和书中一些习题的原始材料,在此也一并向他们致谢。

M. 许华兹

L. 肖

目 录

译者前言

前言

第一章 导论	1
第二章 时域离散信号	6
2.1 引言	6
2.2 简单信号	8
2.3 傅里叶级数	12
2.4 时域离散傅里叶变换	18
2.5 频率成分和取样率	22
2.6 数字傅里叶变换	30
2.7 离散傅里叶变换的实际计算	34
2.8 传递函数: 频率响应	41
习题	48
第三章 时域离散随机信号	55
3.1 引言和概率论回顾	55
3.2 随机数据: 矩和直方图	65
3.3 伪随机噪声的产生和形成	72
3.4 滤波后的随机信号: 自相关和功率谱密度	78
3.5 互谱和均方误差	90
3.6 有限带宽随机信号的取样	96
3.7 附录: 随机矢量	99
习题	102
第四章 随机信号的频谱分析	107
4.1 引言	107
4.2 样本自相关函数	108
4.3 周期图	114
4.4 窗函数: 频域褶积	117
4.5 周期图的校正和修改	121
4.6 平滑的谱估计和窗函数	129
4.7 通过预处理来改善功率谱密度估计	138
4.8 谱估计的应用	141
4.9 互谱估计	144
4.10 参数法谱估计	148
4.11 小结	152

习题	153
第五章 噪声中信号的检测	157
5.1 引言	157
5.2 最佳检测算法: 最小错误概率	160
5.3 其他性能准则: 雷达用的奈曼-皮尔逊准则	169
5.4 在空中交通管制雷达中的应用	174
5.5 准最佳处理器的一个例子	180
5.6 幅度变化信号的检测: 匹配滤波器	182
5.7 随机信号的检测	189
5.8 小结	191
习题	192
第六章 噪声中信号的估计	200
6.1 引言	200
6.2 线性均方估计	201
6.3 贝叶斯估计: 非线性估计	208
6.4 贝叶斯估计的一些例子	217
6.5 线性系统参数的最大似然估计	225
习题	229
第七章 递推线性均方估计: 时变信号和卡尔曼滤波	236
7.1 引言: 信号参数的估计	236
7.2 时变信号的递推估计: 卡尔曼滤波	243
7.3 在空中交通管制雷达跟踪中的应用	256
7.4 其他应用	268
习题	281
汉英名词对照索引	285

第一章 导 论

在当今的世界中,到处都有要分析和处理的信号。如果你打开报纸看看商业栏,就会看到按日、按周或按月平均画出的过去一年或两年内的股票行情变化;如果你到诊所作年度的体格检查,就会看到技术员或护士拿出打印的心电图(EKG)[有时还有脑电图(EEG)];如果你站在交通控制中心站的飞行指挥员身旁,就会看到雷达荧光屏上的活动光点,旁边标出光点的位置坐标和速度,光点的数据代表了飞机在指定的飞行走廊上飞行的情况。这些例子,以及其他无数随时间变化的测量数据,都是本书中要讨论的信号。上面所讲到的数据,不仅是随时间变化的,也可以是随机的或者是无法预测的,它们通常载有有用的信息,并且需要用计算机自动提取。这就是上面提到的处理过程。处理的数据点可以是数字式的(离散的数字),也可以是连续变化(模拟式)的。在后一种情况下,必须先把它变换为数字形式,才能开始处理,图 1.1 示出了一个时变模拟信号的例子。

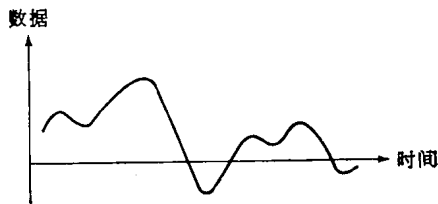


图 1.1 典型的数据记录

究竟要进行哪一类的处理呢?这当然取决于所研究的数据或信号以及处理的目的。例如分析股票市场的数据或经济学的时间序列(如总产量随时间、价格、销售量等变化的曲线),可能是为了寻找这些数据的变化趋势:它们是否周期性的?是否和天气或季节有关?是否是趋向上升的?是否能用直线或多项式来拟合?是否能预测或预报未来的数据点,它的置信度如何?是否能够提出一种模型来代表其基本结构,从而控制它们(即按我们的需要来改变其随时间的变化方式)?

对于心电图或脑电图,人们会问这些图形的特殊之处是什么?它偏离“正常”特征的情况如何?对于经由地面传播后被适当的传感器所拾取的地震信号,人们能够根据它们的具体波形提取出有关地层构造的状态信息:地下是否存在有价值的矿藏?如果有,储藏量有多大?位于何处?在用卫星进行遥感时,地面所反射的信号也提供了关于地下地质结构的信息;由于信号和数据的波形都以某种方式与反射媒质相关联,所以适当的信号处理和分析就可以提供有关其结构的某些线索。

我们还可以举出一些其他关于信号和信号处理的例子。例如,自动声音识别用的语音信号,公路交通控制用的汽车速度和密度的测量数据,仪器和传感器的输出等等。本书将着重研究那些已广泛应用的信号和处理方法,并把它们作为进一步讨论高级处理方法的基础。由于某些问题和方法用简单的例子就可以解释得很清楚,所以我们选择了美国空中交通管制系统中的雷达系统的信号处理技术为例来进行讨论。这个问题包含了最简单到最复杂的信号处理问题。下面,我们只扼要地介绍一下其中所用的某些方法,详细的讨论将放到本书的其他章节中。

在整个美国领土上分布有 21 个装备有雷达的空中航线交通控制中心,这些控制中心探测(检测)并且跟踪飞机,决定飞机方位、距离、航向和速度。目的是保证飞机之间有适

当的间隔并且控制它们。当一架飞机到达装备有雷达的机场（在美国一共有上百个以上这种终端区域）附近时，则由机场监视雷达接替检测和跟踪的任务。每部雷达也装有信标询问系统，信标询问器连续地把编码信号发向空间。飞机上的信标应答器被地面询问器触发后自动地发回识别数据（例如飞行编号）。某些飞机还能发回高度数据。雷达和信标数据在地面上用计算机进行处理和组合，以便向空中交通管制人员提供飞机的位置和速度数据。

空中交通控制系统中用的雷达系统是说明信号处理功能的极简单的例子。雷达连续地把高频脉冲的电磁能量发射到空中，假如它碰到飞机，就被反射回到地面天线。从发射脉冲算起至反射脉冲到达的时间即往返时间 t 是度量飞机到雷达间径向距离 r 的一个量（ $t = 2r/c$ ，其中 c 为光速）。雷达能量由雷达天线射向空间。空中交通管制雷达天线的方位波束宽度（在一个与地面相切的平面上测量的角度）约为 1 至 1.5 度左右，因此雷达脉冲碰到飞机时的天线波束方向就是飞机的方位。雷达的天线通常是以固定的速率旋转扫掠的，因此可以在任何方位上探测到飞机。当天线扫过一圈后回到上次探测到飞机的方位附近时，将再次收到目标的反射。根据收到的飞机在各个相继的位置时的雷达脉冲可以决定飞机的速度和航向。由于雷达的每次扫掠提供了目标的一个新位置点，所以能对飞机进行跟踪。

我们大体上概括了远距离交通控制中心和航线终端监视雷达的功能。但是如果深入地观察一下飞机的探测和跟踪过程，就会发现这种简单的描述是不完全的。因为在探测和跟踪飞机的过程中还包含有很多重要的信号处理问题，正因为要讨论这些问题，因而使得空中交通管制的例子更切合于本书。例如当天线“指向”空间“搜索”飞机时，它不断地接收到从地球的大气层来的电磁能量，从地球本身或是从太阳（假如天线波束截获太阳射线的话）来的辐射以及从深空或是其他辐射源来的能量。这种外来的干扰能量对温度是很敏感的，它随着产生它的辐射源的温度增加而加强，所以称为热噪声。此外，雷达系统本身的电路（从天线到接收机）也会产生干扰能量或噪声。有一个基本的物理定律告诉我们，系统的任何耗能元件（最明显的例子就是电阻）都是该元件的温度决定的热噪声源。另外，由于构成电流的电荷具有离散性，从而形成了另一种噪声源，产生的噪声称为散弹噪声。

因此，即使没有飞机，接收机电路中仍然会有适当频率的电能量存在，这种能量就有可能被误认为是目标。这种错误引起了虚警。[除去永远存在的噪声外，其他虚警来源还有天线旁瓣拾取的地物或水面的雷达反射（通常称为杂波）和寄生目标，不管天线波束多么窄，总有一些能量从比较宽的角度范围漏泄出去，这就有可能在天线指向之外的方向上发射和接收信号。]

可能有人会建议把雷达接收机和其后的计算机系统的灵敏度降低，以消除虚警。正是这样一种想法引出了信号处理问题的实质：拾取的无用信号或噪声具有随机的统计特性。图 1.2 示出了一个典型的噪声波形的例子。其确切的波形不能预先知道，而其峰和谷值的幅度范围是噪声源强度的函数。因而我们只能在平均的意义上讲降低对噪声的灵敏度。例如，若把低于图 1.2 中门限以下的噪声取样都从系统中抑制掉，大的尖峰噪声仍然位于门限以上。

主要的问题在于我们不能无限制地这样做下去，因为由雷达辐射的信号脉冲能量是

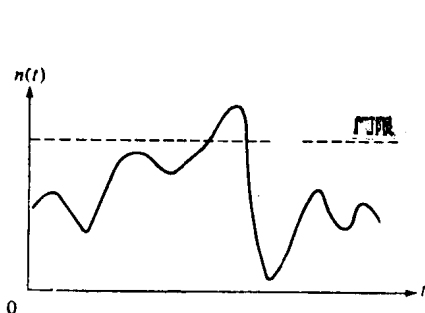


图 1.2 典型的噪声波形(只画出了正的噪声)

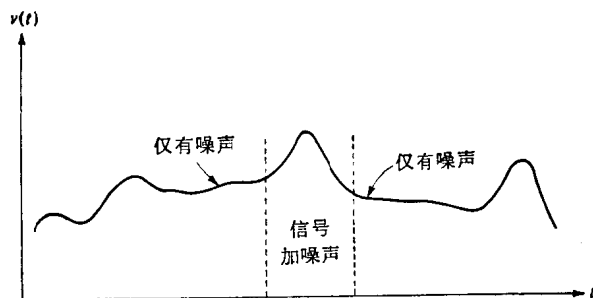


图 1.3 系统中的信号和噪声

有限的,当它们被飞机反射以后,本身就要和噪声竞争。当雷达波束射向空间时它是稳定地扩散开来的,每一个方向上的功率不可避免地要按 $1/(\text{距离})^2$ 规律减小。这样一来一回,总的功率就要按 $1/(\text{距离})^4$ 减小。回来的信号功率不仅取决于飞机的反射特性而且也取决于其距离。在实际情况下其数量级常常与噪声的相同,甚至更低一些。图 1.3 画出了一个例子。假如象图 1.2 那样用门限消除噪声,那么信号也可能被消除掉。

雷达的一个关键问题是当信号脉冲出现时检测是否存在。这个问题也可以看作是信号处理的一个最简单的例子,即检测有无信号存在。我们将在第五章中深入地讨论信号检测技术,并将算出:当指定虚警概率为某一允许值时,以某一成功的概率(检测概率)来检测一个目标(当其出现时),所需信噪比(信号功率和噪声功率之比)的定量值。

实际上,在很多雷达中,为了增加在某一特定的距离和方位上检测信号的概率,可以把从同一目标来的几个相继信号脉冲回波组合起来。如果在一次雷达扫描时,空间每一个位置都被几个相继的脉冲所照射,上面这种做法将是可能的。为了证明这一可能性,考察一个典型的航线监视雷达,其方位波束宽度为 1.35 度,以每分钟 6 转的扫描速率旋转,即在 10 秒内覆盖 360 度方位。因为波束宽度是 1.35 度,一个特定的飞机将被照射 $(10/360)(1.35) = 0.038$ 秒或 38 毫秒。这个雷达发射的脉冲宽度为 1.95 微秒,速率为每秒 360 个脉冲,称为脉冲重复频率 (PRF) (图 1.4)。在波束照射飞机的 38 毫秒的间隔内,有 13 个相继的脉冲照中飞机并反射回来。这样,就可以用这 13 个脉冲来改善信号检测能力,这是因为在 13 次尝试中随机噪声每次都超过信号的可能性是相当小的。这个问题将在第五章中进行定量的论述。然而,这些雷达的用途,不仅是要检测目标而且还要对目标进行跟踪。我们在前面已经提到,发射的脉冲被飞机反射后再回到雷达所花去的往返时间,可以用来作为飞机径向位置的一个度量 ($t = 2r/c$, 其中 r 是径向距离, c 是光速)。但是,发射的脉冲并不是一个严格的矩形(图 1.4 画了一个夸大了的例子),

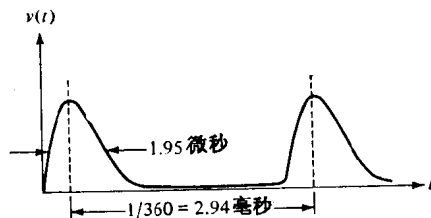


图 1.4 空中交通管制航线监视雷达的发射脉冲

同时接收机噪声叠加到回波脉冲上,以致难于判断脉冲是在什么时间开始的(即何时到达天线的)。必须采用适当的处理措施,尽可能精确地估计目标距离(抵达时间)。另外,如前所述,根据相继扫描间位置的测量结果可以导出目标的速度信息。然而,由于这些测量结果不精确(由于噪声的影响、测量电路不精确的影响、阵风吹歪天线的影响等所造成),这种相继的速度测量会有点起伏。必须利用数据平滑的办法得到比较可靠的估值。这就

需要对信号进行滤波,这个课题将在本书中用很大的篇幅进行讨论。

随着越来越多的飞机装有信标应答器,未来的空中交通管制系统将更多地依靠信标而不是依靠雷达的输入。在这些系统中,电能量只要单路传播,而不象雷达那样要往返传播。因此波束范围内信号能量按 $1/(\text{距离})^2$ 而减小,这要比雷达按 $1/(\text{距离})^4$ 减小来说,显著地节省了能量(但是飞机雷达的功率和天线尺寸比地面雷达小得多,因此不能得到象预期那样大的好处),因而信噪比的问题就不那么尖锐。然而,信标引入了它所特有的信号处理问题。就是很多其他飞机来的回答信号常常也会被接收,并且叠加到被跟踪飞机的回答信号上,这种现象在繁忙的机场的终端询问机上更为突出。因而必须对付这种类型的虚警。此外,从正在被跟踪的飞机来的信标回答信号是全向性的,因此当它回到地面询问机时,可能已经在地面的很多不同点反射过。这就造成了另一类干扰信号,即所谓多径干扰。信标信号处理器必须在这些干扰下对飞机的位置、方位、航向和速度进行精确的估计。

归纳起来,空中交通管制雷达系统的基本问题就是当飞机出现时首先能检测到它,然后估计它的距离、速度和方位以及其他参数。这两种信号处理功能——检测和估值是所有信号处理的基础,我们将在第五章至第七章中详细讨论。但并不是说信号处理技术就只包括这些内容。假如研究的信号是随机的,人们可能希望估计它的平均值或期望值、它的方差和高阶矩,甚至希望估计它的概率分布。人们可以寻求一些特殊的可以鉴别的特性(例如峰值、谷值、过零点等),看它们是否经常发生,相互间隔多大等等。人们也可能希望把信号“平滑”,并和淹没它的噪声和干扰作斗争(前面讨论检测问题时已经提到过这些)。处理信号的方法是很多的,但因为其中有很多是由经验决定的,我们不可能把它们全部详细介绍。在本书中我们将研究那些已被实践证实为极为有用的信号处理方法。

一般希望得到一个时变信号,然后利用各种计算技术从中提取出适当的参量,供我们利用。这常常相当于数据的整理,把它们变换为其他比较容易处理的形式。〔在检测中,相当于简单的回答是或否的形式:是否有信号存在? 在比较复杂的信号处理情况(例如心电图)中,可能是为了决定是否存在着某些不同的信号图形。这也就是前面提到的寻找特殊的鉴别特性问题。〕

处理时变信号的一个常用的技术是将其变换为频域中的等价形式。这就是根据信号类型(周期的、非周期的或随机的)的不同,找出它的傅里叶级数或傅里叶变换的关系式,这些将在下面几章中详细讨论。在这里只要指出这样一点就足够了:这些傅里叶变换技术已经广泛地应用到数据整理中,因为在很多情况下,信号的频域形式比较易于解释和表征。同时因为利用频域方法适于解释信号通过线性系统以后的变化,所以它在这方面也是有用的。随机信号(将在第四章中详述)特别适用于用频域方法来表征,这种所谓的随机信号频谱分析法在科学、工程、经济、社会科学等领域中都得到了广泛的应用。

在大多数现代信号处理技术中,都使用所谓的离散信号样本,这些样本或者是在离散时间间隔上取值的信号集合,或者是以规则的时间间隔对一个模拟(连续)信号取样而形成的信号集合。现代信号处理的实质就是数字计算技术的应用。可以说,正是计算机和高速数字处理技术引起了信号处理领域的革命。因此在本书中我们集中讨论信号的数字处理。

我们首先在第二章中扼要地研究一些关于离散信号处理的、最基本的然而又是极为

有用的例子. 这些例子将包括在曲线拟合这个题目之中, 所谓曲线拟合就是已知一个信号波形的离散样本, 怎样用直线、抛物线、多项式直到正弦波来拟合这个信号? 显然这就是前面提到过的寻找鉴别特性的简单例子. 根据应用的不同这个问题可以分为以下几种类型:

1. 我们可能已知表示数据样本的曲线形式. 这个曲线或许受到过噪声或干扰的扰乱, 而曲线拟合的目的就是为了得到这种情况下的最佳估值.

2. 我们的兴趣可能在于找出哪一组曲线最适于表示所研究的数据点. (这又涉及到前面提到的数据整理问题. 用一条或一组比较简单的数学曲线来表示信号比起原始的数据点组需要的存贮量少得多.)

3. 我们可能假设所研究的数据点来自一种特殊类型的信号, 这种假设是否正确呢? 曲线拟合法和有关的方法有助于解决这个问题. (这方面也有大量的应用. 例如, 股票行情的平均值或是其他经济学中的时间序列是否有直线上升的趋势? 是否存在可以用正弦波来表示的周期性趋势? 这显然会对研究市场的经济学家提供极为有用的信息.)

因为我们实际上试图去估计某些能够拟合数据的简单曲线的参量, 所以曲线拟合可作为信号估值问题的一个简单入门. 因此, 以后第六章详细讨论信号估值的时候, 由第二章曲线拟合的例子中得到的一些结果将再次出现, 就不是偶然的了.

下面几章中将以大量篇幅讨论信号的频率分析问题, 它实质上也是一个曲线拟合的例子. 在这里我们将试图用一系列正弦波来拟合一些给定的数据点. 这正是求傅里叶级数所用的方法, 傅里叶级数可以表示模拟的周期信号或是表示指定时间间隔中的已知信号. 对于离散数据点找出其离散傅里叶变换表示式就不那么直观了. 这个问题也将在下一章中讨论. 但它仍是一种检查这种表示式的有用方法: 为了表示这些数据点需要一些什么样的正弦波? 它们的幅度和相位如何?

为了对信号进行离散处理, 必须得到信号的离散样本. 这就要在规定的時間间隔把模拟的波形(假如它是信号的原始形式的话)进行取样. 数字处理必需的取样过程以及比较复杂的模-数(A/D)变换过程(取样正是模-数变换的第一部分)也将在第二章中讨论.

现实生活中遇到的很多信号都是随机的; 它们是不可预测的, 通常用概率分布来表示. 为使本书尽可能自成系统, 在第三章中包括了概率论的回顾及其推广到随机时间(斯笃哈斯特克)信号. 然后在第四章中讨论随机信号的频率或频谱性质. 在该章中利用了第二章中的离散傅里叶变换方法, 但由于所涉及信号的随机性, 所以必须进行适当的平均. 由于以下几个原因, 随机信号的频谱分析在现代数据分析中起着关键的作用:

1. 在上面讨论数据整理时已经指出, 信号的频谱通常是原始信号的一种更为简单的表达方式. 这一点对所有类型的信号(包括本来就是随机的信号)都是成立的.

2. 我们即将证明, 在解释随机信号的线性处理或过滤时, 频率或频谱表示可以简化我们的分析.

3. 随机信号用正弦波来表示(这在频谱分析时是必然的), 通常在物理上是满意的, 就象前面讨论过的曲线拟合一样.

当我们探讨曲线拟合、线性过滤、随机信号的频谱分析、检测和估计等各种不同的信号处理课题时, 将同时介绍它们在工程和科学技术领域中的应用. 正如我们已经指出的那样, 空中交通管制雷达系统将对每一阶段的信号处理问题都可提供合适的例子. 当然我们也希望读者找出其他的应用例子.

第二章 时域离散信号

2.1 引言

第一章提到的空中交通管制问题提供了各种信号实例。当一个驾驶员对控制塔讲话时,在他的嘴部附近就形成了一个时变的气压函数,而在他的无线电发射机中形成了一个时变电压,在飞机天线和控制塔天线之间则形成了一个时变电磁波等等。这些信号全都是模拟信号,即时域连续信号;如图 2.1 所示,它在每一时间 t 都有对应的信号值 $s(t)$ 。

飞机识别应答器在被控制塔询问时产生另一种不同的信号。先不管应答器工作的细节,但我们可以说,它的实际效果是产生代表飞行编号和高度的一个数列。控制计算机为把这些数码显示在雷达荧光屏上并且处理它们,要利用数字信号来工作,数字信号在有限多个特定的时间上,只取有限多种可能值(二进制的情况下只有两种取值)。图 2.2 是用两种方式来表示一个数字信号的:一种是用在时间 $t = 0, 1, 2, \dots$ 微秒处的一系列数 s_t 来表示,另一种是用在离散时间上的数字点来表示。数字信号的图形表示中通常把这些点用直线连接起来,这样看起来更方便一些。

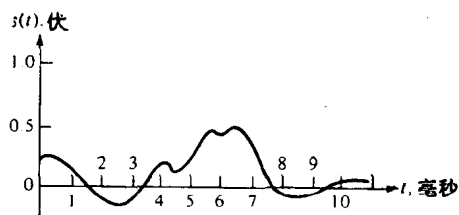


图 2.1 模拟信号的图形

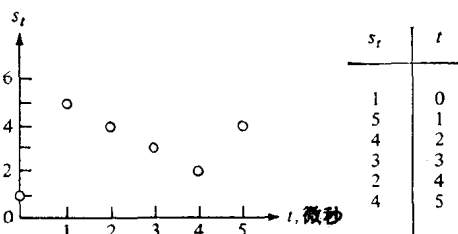


图 2.2 数字信号的描述

数字信号有两种类型。在应答器中,各个数码之间的时间间隔对于交通控制员来说是没有意义的,它的选择只是为了满足无线电系统设计的限制。然而,当一个模拟信号被取样,而且这一取样是作为数据分析或数据传输过程中的一部分时,序列的间隔就包含了重要的信息。例如,假如驾驶员的讲话内容是通过一种脉冲编码调制方法传送时,接收的信号将只包括对应于 $k = 0, 1, 2, \dots$ 时刻的一系列数 $s(kT_s)$,这里的时间间隔是 0.5

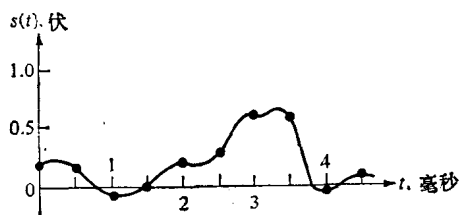


图 2.3 取样的模拟信号

毫秒。图 2.3 中,用模拟曲线 $s(t)$ 上的黑点来表示所发射的数码序列。在一组离散的时刻上抽取模拟信号值的过程称为取样,而数字信号有时也称为取样数据。为了实现方便和分析简单起见,各个样本通常在时间上是等间隔的,但是也有些数据处理器采用不等间隔的样本。影响选择取样间隔 T_s 的因素将在以后讨论。

脉码调制比起对模拟信号作简单取样要巧妙得多¹⁾。每个取样值都要作舍入,或限于取有限多个可能值中的一个,这个过程称为量化。为了进行传输,有限集中的每个值都能编码成一个二进制数列。例如,可以把 $s(kT_s)$ 限定为 16 个值: $-0.7, -0.6, \dots, 0, 0.1, \dots, 0.8$ 。如 $s(5T_s) = 0.567$, 则量化以后的输出取最接近的允许值 $s_q(5T_s) = 0.6$ 。16 个值中的任一个都可以用 4 个二进制符号来表示。因此,脉码调制的输出也就是 4 位二进制数码序列。使用二进制符号传输时发生错误的可能要比使用原始的 16 电平量化信号来得小。

在所有采用数字计算机的信号处理工作中都会遇到取样和量化,这两种工作合在一起称为模拟-数字 (A/D) 变换。数字计算机处理的是一系列数码,其中每一个数都可以表示成一个基本单位(或基本量化值)的整数倍。然而量化会产生误差(或破坏信息),因为已量化的 $s_q(kT_s)$ 通常不等于 $s(kT_s)$ 在时间 kT_s 时的真实值。减小基本量化值或增加量化电平数就可以减小误差,但这将增加成本和复杂性,所以必须予以权衡考虑。关于这个问题将在以后讨论。

脉码接收机最后还要把数列变换为模拟的气压信号,以便发出象驾驶员说话的声音。这个过程称之为数字-模拟 (D/A) 变换。数-模变换的基本原理十分简单,例如把模拟值保持等于前一个数字值不变,形成阶梯状图形(见图 2.4 中 a),或者在相邻的取样值之间直线连接(见图 2.4 中 b)。较好的数-模变换方法可以产生比较平滑的模拟信号,并且可以用以后将要讲到的滤波过程来描述。现在已经有一些数-模变换器件,可以把数字序列变换为纸上的墨迹图,或是二维的示波管显示图,或是音乐,或是在我们的例子中讨论的语音信号。模-数变换和数-模变化的保真度是极好的,大多数人都会不会察觉到电话公司在电话系统的某些部分已经把话音用这种方法斩波和恢复了。

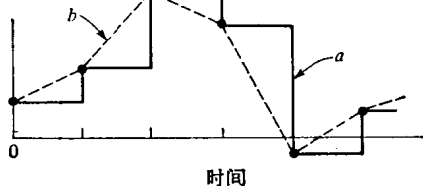


图 2.4 数-模变换

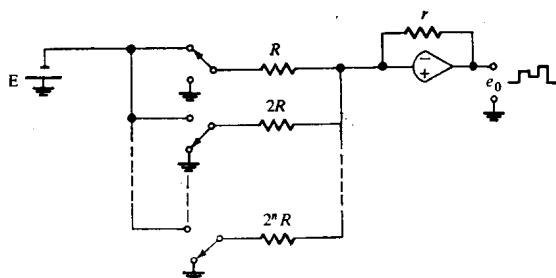


图 2.5 数-模变换器

图 2.5 和 2.6 画出了数-模变换和模-数变换的简化图。图 2.5 中的开关代表电子开关(例如晶体管),每一个开关都可以用计算机的一个二进制字码控制。如图中所示,这个字码是 $10\dots\dots 0$, 对应于数码 1 有一个开关位置是向上的(连接到参考电压)。具有电阻输入的运算放大器的输出电压等于被接通的各电压分别除以相应的电阻值,然后再相加得到的和。计算机每送入一个新的字至开关,放大器的输出就会跳至一个新的电平。最后得到一个阶梯波,如图 2.4 中 a 所示。

在图 2.6 中的模-数变换器用了一个数-模变换器作它的部件。对模拟输入作的第一个工作是取样和保持,它每隔时间 T_s 秒对 $e_A(t)$ 进行一次测量,并保持模拟电压恒等于

1) M. Schwartz, "Information, Transmission, Modulation and Noise," p. 138, 2d ed., McGraw-Hill, New York, 1970.

此取样值，一直到出现下一个取样为止。为了形成数字信号，对时钟脉冲进行计数直到数字

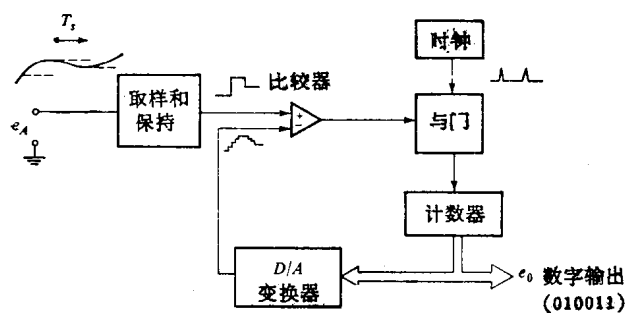


图 2.6 模-数变换器

字信号大于取样和保持电路当时的输出。这种比较是基于两个模拟电压的相对大小，所以数字信号通过数-模变换后提供了一个比较电压。时钟必须在 T_i 秒内产生大量的脉冲，以便在下一个取样值产生之前能完成计数工作。

因为研究量化后的信号比研究未量化的取样数据要困难得多，所以我们首先讨论无限精度的实序列的特性。虽然在前面我们把“时域离散信号”和“数字信号”两个名词当作同义词使用，但以后将用时域离散来表示未量化情况，而用数字来表示在数字计算机中出现的那种已量化的取样信号。

现在我们进行比较定量的讨论，采用数学符号来描述简单的时域离散信号。

2.2 简单信号

对信号进行分类或表征可以有很多方法，前面我们已经指出了“模拟信号”、“数字信号”和“时域离散信号”之间的区别。

时域离散信号中比较有用的一类信号是由这样一些信号组成的，它们的取样值可以用简单的解析式来定义。用 n 来表示取样编号数； x_n 表示第 n 个信号值，常见的一些简单函数为

1. 常数 $x_n = c_0$;
2. 直线 $x_n = c_0 + c_1 n$;
3. 正弦 $x_n = \alpha \cos(\beta n + \gamma)$;
4. 指数 $x_n = \mu e^{\lambda n}$.

把 n 个这样的简单信号相加或相乘可以构成比较复杂的信号。但是我们并不希望盲目地处理这些简单信号，我们希望利用这些比较完美的表示式作为实际

数字数据的近似式，这些实际数据的原始形式是很难记录、很难传送或说明的。

实验科学中可以找出很多类似于这样信号模型的例子。例如，测量流过一块材料的电流和跨过其上的电压就可以决定这个材料遵循欧姆定律的数值范围，以及在此范围内相应的电阻常数。图 2.7 画出了一组可能的测量值。从这些数据可以看出，它们近似地满足

$$e = Ri \quad (2.1)$$

的范围约为

$$-15 \leq i \leq 15 \quad -30 \leq e \leq 30$$

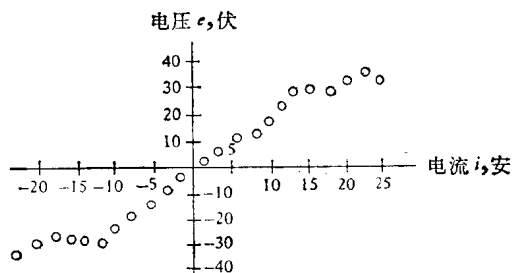


图 2.7 电压和电流数据

其电阻近似为

$$R = 2Q$$

这个结论是这样得到的：通过那些看来近似地位于一条直线上的点作一条直线。这样，很多的数据点就可以用下面简单的关系式来描述：

$$c = 2i \quad (2.2)$$

(该式是 $x_n = c_0 + c_1 n$ 的一种特殊形式，只是用 i 代替 n)，但还须说明它的适用范围。

把一条直线同一组数据相拟合就是数据整理的一个例子。可以取这样一个名称的理由是很明显的。作为另一个例子，后面图 2.33 中可给出的机场运行(着陆和起飞)的每月增长趋势也可以用一条直线来拟合。

对于用一条直线

$$\hat{x}_n = c_0 + c_1 n \quad (2.3)$$

来拟合一组数据点

$$x_{-M}, x_{-M+1}, \dots, x_0, x_1, \dots, x_M \quad (2.4)$$

的拟合质量，通常以其误差(每个实测点和推荐曲线之间的垂直距离)平方和来衡量。拟合的优劣度可用

$$\$(c_0, c_1) = \sum_{n=-M}^M (x_n - c_0 - c_1 n)^2 \quad (2.5)$$

来衡量。当选择系数 c_0 和 c_1 使 $\$$ 为最小时，得到的直线称为最小平方拟合。

由于这种方法很有用而且这个基本的最小平方概念可以用于将其他多项式或正弦函数同数据相拟合，下面将提出一种拟合直线的最小平方算法。我们先设想对某些 c_0 和 c_1 的值来说，式(2.5)的确有极小值。图 2.8 画出了 $\$(c_0, c_1)$ 的抛物面形状，这一点可以用它和任意一个垂直平面的交线为一抛物线来证明。例如，若 $c_0 = 3$ ，则

$$\$(3, c_1) = \sum (x_n - 3)^2 - c_1 [2 \sum n(x_n - 3)] + c_1^2 (\sum n^2) \quad (2.6)$$

它的确是一个开口向上的 c_1 的抛物线函数。

鉴于 $\$(c_0, c_1)$ 是光滑的，不难求出，令其偏导数等于零、使其为最小的系数值：

$$\frac{\partial \$}{\partial c_0} = -2 \sum_{n=-M}^M (x_n - \hat{c}_0 - \hat{c}_1 n) = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \$}{\partial c_1} = -2 \sum_{n=-M}^M n(x_n - \hat{c}_0 - \hat{c}_1 n) = 0 \quad (2.8)$$

整理这些等式，并根据简单关系

$$\sum_{n=-M}^M n = 0 \quad (2.9)$$

就可导出如下结果：

$$\hat{c}_0 = \frac{\sum_{n=-M}^M x_n}{2M + 1} \quad (2.10)$$

$$\hat{c}_1 = \frac{\sum_{n=-M}^M n x_n}{\sum_{n=-M}^M n^2} \quad (2.11)$$

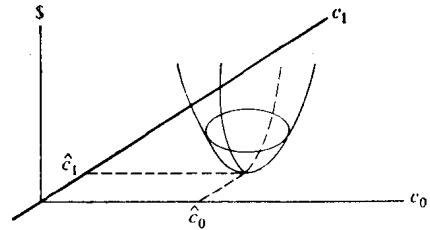


图 2.8 $\$$ 函数的抛物面形状