

电介質物理学

(弱电場部分)

I. II. 斯卡那維 著

陈 以 鴻 譯

陈 季 丹 校

高等教育出版社

本書系根据苏联国立技术理論書籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 1949年出版的斯卡那維(Г. И. Сканави)著“电介質物理学(弱电場部分)”〔Физика диэлектриков(Область слабых полей)〕譯出的。

本書詳細叙述在較弱电場作用下各种电介質中所發生的一些过程的物理意义。着重論述那些决定电介質在各技术部門利用的介質特性。

本書的讀者对象是以电介質物理学、电絕緣技术和电容器制造为專業并在这些方面工作的广大科学工作者、工程师和高年級学生。

电 介 質 物 理 学

Г. И. 斯卡那維著

陈以鴻譯

高等教育出版社出版 北京宣武門內承恩寺7号
(北京市书刊出版业營業許可証出字第054号)

商务印书館上海厂印刷 新华书店发行

統一書号 15010·673 开本 860×1188 1/82 印張 16 6/16
字數 408,000 印數 1—1,900 定价(10) 洋 2.40
1958年9月第1版 1958年9月上海第1次印刷

目 录

| | |
|--|-----|
| 序 | 7 |
| 导言 | 1 |
| 第一章 不均匀介质中的电场 | 2 |
| §1. 恒定电压下均匀电场中的双层有电导介质 | 3 |
| 甲、双层有电导电容器的充电 | 3 |
| 乙、双层有电导电容器的放电 | 9 |
| §2. 交变电压下均匀电场中的双层有电导介质 | 14 |
| 第二章 介质的极化 | 22 |
| §1. 电场内介质单位体积的电矩 | 22 |
| §2. 原子和离子中的电子位移极化 | 23 |
| §3. 离子位移极化 | 29 |
| §4. 弹性联系极性分子的极化 | 32 |
| §5. 与热运动有关的极化 | 35 |
| 甲、概说 | 35 |
| 乙、热离子极化 | 36 |
| 丙、热转向极化 | 40 |
| §6. 介质中的有效电场。气体、非极性液体和立方晶体的介电系数与极化率之间的关系 | 48 |
| §7. 气体的极化 | 55 |
| 甲、气体的极化率与介电系数的关系 | 55 |
| 乙、气体的 ϵ 与温度的关系 | 60 |
| 丙、气体的 ϵ 与压力的关系 | 65 |
| 丁、极性分子偶极矩的实验决定 | 67 |
| 戊、气体混合物的极化 | 69 |
| §8. 非极性液体介质的极化 | 71 |
| §9. 极性液体介质的极化(理论) | 81 |
| 甲、模型理论 | 81 |
| 乙、统计理论 | 90 |
| 丙、德拜的修正及其评论。安谢耳姆理论 | 97 |
| §10. 极性液体的极化。理论结果与实验结果的比较 | 106 |

| | |
|--|-----|
| 甲、概說。極性液体的 ϵ 的計算 | 106 |
| 乙、極性液体的介电系数与温度的关系 | 112 |
| 丙、溶液和混合物的極化。决定偶極矩的方法 | 116 |
| § 11. 固体介質的电子極化 | 124 |
| 甲、概說 | 124 |
| 乙、不含离子、極性分子和極性基的固体介質的極化 | 125 |
| § 12. 結晶固体簡說 | 129 |
| § 13. 离子晶体的極化 | 133 |
| 甲、概說 | 133 |
| 乙、立方体結構离子晶体的極化 | 136 |
| § 14. 介电系数大的晶体的極化 | 151 |
| § 15. 与热运动有关的固体介質極化 | 165 |
| 甲、概說 | 165 |
| 乙、偶極晶体的極化。含有結晶水的晶体的極化 | 166 |
| 丙、含有極性分子或極性基的無定形固体介質的極化 | 169 |
| 丁、不含極性基的無定形介質的热离子極化 | 171 |
| × § 16. 压电效应 | 174 |
| × § 17. 薛格涅特晶体 | 175 |
| 甲、薛格涅特鹽 | 177 |
| 乙、 KH_2PO_4 、 KD_2PO_4 和 KH_2AsO_4 薛格涅特晶体組 | 185 |
| 丙、偏鈦酸銀 | 187 |
| 丁、薛格涅特晶体的应用 | 202 |
| × § 18. 混合物的介質極化 | 203 |
| § 19. 介質極化的分类 | 205 |
| 第三章 介質的离子电导 | 207 |
| 概說 | 207 |
| § 1. 气体的电导 | 209 |
| 甲、气体中帶电質点的迁移率 | 209 |
| 乙、电离和复合 | 215 |
| 丙、气体中电流与电压的关系。飽和电流 | 218 |
| 丁、气体中的空間电荷 | 222 |
| § 2. 液体介質的电导 | 223 |
| 甲、概說 | 223 |
| 乙、液体介質的离子电导 | 224 |
| 丙、液体介質的电泳电导 | 237 |
| 丁、液体介質的电淨化。电流与時間的关系 | 239 |
| 戊、液体介質中电流与电压的关系 | 243 |
| § 3. 固体介質电导性質的决定 | 248 |

| | |
|---------------------------------------|------------|
| § 4. 晶体离子电导的机理 | 256 |
| § 5. 低温下晶体离子电导的机理 | 270 |
| § 6. 晶体电导与温度的关系 | 272 |
| § 7. 無定形固体介質和陶瓷材料的离子电导 | 285 |
| 甲、概說 | 285 |
| 乙、玻璃的电导 | 286 |
| 丙、玻璃的电导与温度的关系 | 287 |
| 丁、玻璃的組成对电导的影响 | 288 |
| 戊、陶瓷材料的电导 | 293 |
| 己、有机無定形介質的电导 | 294 |
| § 8. 与电流通过固体介質有关的次級現象。違背欧姆定律的情形 | 298 |
| 甲、电流随時間的降落 | 298 |
| 乙、固体介質的“真正”电阻和剩余电阻 | 309 |
| 丙、强电場中的电导。違背欧姆定律的情形 | 316 |
| § 9. 固体介質的表面电导 | 320 |
| 第四章 介質損耗 | 324 |
| § 1. 介質極化建立过程 | 324 |
| 甲、概說 | 324 |
| 乙、介質極化随時間的建立 | 325 |
| 丙、热轉向極化的建立过程 | 334 |
| 丁、吸收电流 | 337 |
| § 2. 介質損耗的一般理論 | 342 |
| 甲、电流的重疊原理 | 343 |
| 乙、緩慢地建立的極化所造成的介質損耗 | 344 |

| | |
|--|-----|
| 丙、理論結果的量的檢查 | 415 |
| § 9. 固体無机介質中的介質損耗 | 422 |
| 甲、概說 | 422 |
| 乙、無机晶体中的介質損耗 | 423 |
| 丙、無机玻璃中的介質損耗 | 427 |
| 丁、多晶介質中的松弛介質損耗和極化 | 438 |
| 戊、陶瓷材料中的介質損耗 | 446 |
| § 10. 固体有机介質中的介質損耗 | 452 |
| 甲、不含極性分子或極性基的固体有机介質中的介質損耗 | 452 |
| 乙、含有極性分子的固体有机介質中的介質損耗 | 457 |
| § 11. 超高頻電場中固体和液体介質的介質損耗和介电系数問題 | 474 |
| § 12. 不均匀介質中的介質損耗 | 483 |
| 甲、概說 | 483 |
| 乙、用来計算分層介質的 ϵ 和 $\text{tg } \delta$ 的等效电路 | 485 |
| 丙、分層介質的 $\text{tg } \delta$ 与外界因素的关系 | 491 |
| 丁、不均匀性分布复杂的非均匀介質 | 496 |
| 参考書刊 | 500 |
| 中俄文名詞对照表 | 510 |
| 俄文下标意义說明 | 516 |

导 言

电介質的研究有两个基本方向。第一个方向以靜电学和动电学定律对于具有已知特性(介电系数、电导率等)的电介質的应用为基础。这时考察的問題是媒質中的电場分布和电流密度分布，以及介質的热击穿等。这种处理方法在許多情形中是有利的。例如，在苏联科学家所發展的热击穿理論中，介質以一定的热导率、电导率(或損耗角)和介电系数作为特性，并經指出，如果电导率(或損耗角)随温度按指数律增長，則在一定电压下，介質的热平衡可能破坏，这就相当于热击穿。同时給出严格的数学理論，所導出的公式与实验良好地符合，可用来作技术計算。另一个例子是不均匀介質中电流随時間降落問題的研究。只要知道每一成分的介电系数和电导率，以及它們的分布，就可以很完全地描述这个現象。

第二个方向以考察电場作用下介質中所發生的过程与介質的組成和結構的关系为基础。这里电介質物理学与整个分子物理学密切相关，并且时常与物理化学相交錯。

目前电介質物理学主要沿这第二个方向在發展。

第一章 不均匀介質中的電場

在远离击穿的電場範圍內，整个介質可用兩個基本参数来表明特性：介电系数 ϵ 和电导率 γ （交变电压下是介質損耗角 δ ）。

均匀介質作为具有一定的介电系数和电导率的媒質，是在动电学和物理学課程內研究的。同时在普通課程中，通常不大注意不均匀介电媒質中的電場分布問題。但是任何一种实际的介質，总多少是不均匀的。因此甚至最簡單的公式，严格說来也不适用于实际的介質。这些公式包括電場强度公式、傳导电流密度公式、含介質电容器充电和放电电流公式等。

介質中均匀電場强度等于

$$E = \frac{4\pi\sigma}{\epsilon} = \frac{U}{d},$$

其中 σ 是电極上电荷的表面密度； U 是电位差； d 是厚度。介質中傳导电流的密度和强度等于：

$$j = \gamma E, \quad J = \frac{\gamma S}{d} U \quad (\text{就均匀電場而言}),$$

其中 S 是电極面积； d 是电極間距离。 $\gamma = 0$ 时含介質电容器的充电和放电电流决定于下式：

$$J_{\text{zap}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}}, \quad J_{\text{pazp}} = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}},$$

其中 C 是电容器的电容； R 是导綫的电阻。

如果均匀介質具有电阻 r ($\gamma \neq 0$)，則

$$J_{\text{zap}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t(1+\frac{R}{r})}{RC}} + \frac{U}{R+r} \left(1 - e^{-\frac{t(1+\frac{R}{r})}{RC}}\right),$$

$$J_{\text{pass}} = -\frac{U \left(1 + \frac{R}{r}\right)}{R} e^{-\frac{t(1+\frac{R}{r})}{RC}}。$$

平板电容器的电容等于

$$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}。$$

在不均匀介質的情形中,所有这些公式以及其他許多公式都复杂得多。显然,只有知道了不均匀性的分布情形,才能得到所需的公式。但是要構成質的方面正确的圖景,只需考察不均匀性的最簡單的分布情形:叠起来的两个平面層,表面与电场垂直。这情形之所以值得注意,还因为实际上常采用这种双層絕緣。

因此在第一章(緒論)中,分析双層有电导介質的电場分布和其他有关效应的問題。当介質具有显著的不均匀性时,这些效应一定要加到其他各种过程之上,在以后各章(主体)的叙述中,正是指的这种情形。

§ 1. 恒定电压下均匀电场中的双層有电导介質

在实用上,常常采用含有一連串組成部分的絕緣,这些組成部分不仅有不同的介电系数,而且有不同的电导率(电纜絕緣——紙和絕緣膠,电机絕緣——云母板、云母紙和其他由云母、漆和紙組成的材料)。这种絕緣是很不均匀的介質。在这种介質中,各層所具有的电导使电场分布受到很大的影响,而与靜态分布很不相同(特别是在恒定电压的情形中)。

甲、双層有电导电容器的充电

現在考察分層介質的最簡單情形:均匀电场中的双層介質。設均匀电场所在的平板电容器电極間的空間,充以兩層不同的介

質,与電極平行(圖 1)。

第一層和第二層的厚度、介電系數和電導率分別用 d_1 和 d_2 、 ϵ_1 和 ϵ_2 、 γ_1 和 γ_2 代表。

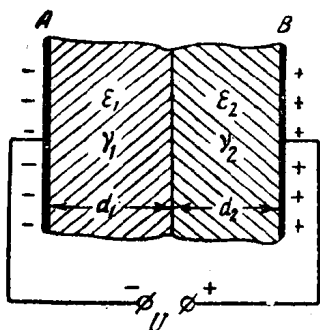


圖 1. 雙層介質電容器。

設導線電阻等于零,于是電極上積聚電荷時的不穩定充電過程就沒有了。在這情形中,電容器是立即充電的(建立介質極化的時間略去不計)。同時電極上電荷密度等于 $+\sigma_0$ 和 $-\sigma_0$ 。這電荷密度我們稱做起始電荷密度。開始時,即電極上出現這起始

電荷密度時,兩層中的電場按照介電系數而分布。因此開始時

$$\frac{E_1^0}{E_2^0} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \quad (1.1)$$

但是由於兩層的電導率不同,電場分布立刻開始改變,在穩態中電場的分布不是這樣的。

第一層和第二層中的傳導電流密度從歐姆定律決定:

$$j_{1a} = \gamma_1 E_1, \quad j_{2a} = \gamma_2 E_2 \quad (1.2)$$

兩層中的傳導電流不等。例如,取 $\epsilon_1 > \epsilon_2$, 而 $\gamma_1 < \gamma_2$, 則第二層中的電流密度 j_{2a} 大於 j_{1a} , 這首先是因為電導率較大 ($\gamma_2 > \gamma_1$), 其次是因為根據 (1.1), 過程開始時 $E_2^0 > E_1^0$ 。由於傳導電流不等,在兩層的分界處開始積聚起自由電荷,在這情形中是正的 ($j_{2a} > j_{1a}$, 圖 1)。

但是分界處自由電荷的出現,將使兩層內的電場改變。在這情形中,第二層內的電場減小,第一層內的電場增大。兩層內電場的改變又引起電流的改變,根據 (1.2), 第二層內的電流減小,第一層內的增大。這過程只有當兩層內的傳導電流相等,因而分界面上自由電荷的積聚停止時,才會結束。因此,穩態中的電場分布

表示如下：

$$\gamma_1 E_{1cr} = \gamma_2 E_{2cr}, \quad \frac{E_{1cr}}{E_{2cr}} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}, \quad (1.3)$$

就是說，电导率小的層內的电场强度將大于电导率大的層內的。电场的这种重分布可用圖表示(圖 2)。

圖中直線对橫軸的傾斜角的正切在数值上等于电场强度。从始态过渡到稳态时，第一層內直線斜度增大，第二層內减小。

为了求出每一層內电场强度和总电流与時間的关系，利用全电流連續性的条件。

电極間空間中电场强度逐渐变动时，产生电容电流(位移电流)。

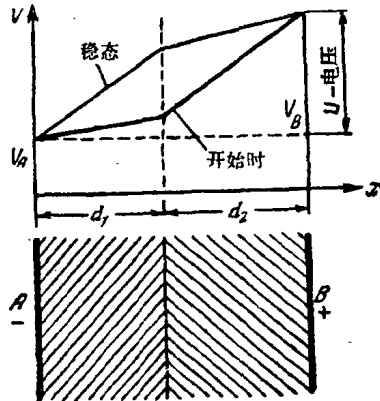


圖 2. 双層介質电容器中的电位分布。

虽然总电压由于电容器已經充电到电压 U 而恒定不变，但是兩層內的电场强度还是在改变着。这种改变一直要到建成稳态为止。因此在建成稳态前，兩層內一直存在着电容电流。

每一層內的全电流等于傳导电流与位移电流的和。电流連續性的条件成为：

$$\gamma_1 E_1 + \frac{\epsilon_1}{k} \frac{dE_1}{dt} = \gamma_2 E_2 + \frac{\epsilon_2}{k} \frac{dE_2}{dt}, \quad (1.4)$$

其中 k 是單位換算系数，等于 $4\pi \times 9 \times 10^{11}$ 。

(1.4) 可对 E_1 和 E_2 求解，只要考虑到任何时候 E_1 与 E_2 之間具有如下的关系：

$$E_1 d_1 + E_2 d_2 = U \quad (E_1 d_1 = U_1, \quad E_2 d_2 = U_2), \quad (1.5)$$

其中 U 是电極間的电压； U_1 是第一層上的电压； U_2 是第二層上的电压。

將 (1.5) 中的 E_2 代入 (1.4), 經過簡單的變換後得:

$$\frac{dE_1}{dt} \frac{(\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1)}{k} + E_1 (\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1) = \gamma_2 U. \quad (1.6)$$

解 (1.6), 得第一層內的電場強度 E_1 與時間的關係:

$$E_1 = A e^{-\frac{\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1} kt} + \frac{U \gamma_2}{\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1}. \quad (1.7)$$

令 $\frac{\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1} k = \frac{1}{\theta}$, 這裡 θ 是電場重分布過程的時間常數。

從起始條件求 A 。

$t=0$ 時,

$$E_1^0 = \frac{\varepsilon_2 U}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1},$$

其次:

$$E_1^0 = A + \frac{\gamma_2 U}{\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1}, \text{ 或 } A = \frac{\varepsilon_2 U}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1} - \frac{\gamma_2 U}{\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1}.$$

將 A 的值代入 (1.7), 經過變換後得:

$$E_1 = \frac{(\varepsilon_2 \gamma_1 - \varepsilon_1 \gamma_2) d_2 U}{(\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1) (\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1)} e^{-\frac{t}{\theta}} + \frac{U \gamma_2}{\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1}. \quad (1.8)$$

不難看到, E_2 可和 E_1 一樣地求得:

$$E_2 = \frac{(\varepsilon_1 \gamma_2 - \varepsilon_2 \gamma_1) d_1 U}{(\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1) (\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1)} e^{-\frac{t}{\theta}} + \frac{U \gamma_1}{\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1}. \quad (1.8a)$$

因此, 兩層內的電場強度與時間有關。只有當 $t=\infty$ 時, 穩態建立, 兩層內的電場恒定。從 (1.8) 和 (1.8a) 可知, 當 $t=\infty$ 時,

$$\left. \begin{aligned} E_{1cr} &= \frac{U \gamma_2}{\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1}, \\ E_{2cr} &= \frac{U \gamma_1}{\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1}, \end{aligned} \right\} \quad (1.8b)$$

$$U_{1cr} = E_{1cr} d_1, \quad U_{2cr} = E_{2cr} d_2.$$

電場強度與電導率成反比, 而不像開始時那樣與介電係數成反比, 就是說真的具有 (1.3) 的關係。

序

雖然介質電特性的研究已經很久，有了整整一個世紀，同時關於發生在介質中的電的過程的珍貴報導，在法拉第的著作中已經可以找到，但是物理學中這部門的強有力的發展，只是在近幾十年才開始的。這可以這樣來解釋：一方面，近年來電工技術的成就使我們可以对介質做遠較以前深入的研究，舉例來說，高壓變壓器的出現，使我們可以研究氣體在極高電壓下的行為；脈沖裝置、陰極示波器和高頻電路的設計，使我們可以研究在各種各樣不同的工作情況中的介質。另一方面，電工技術的強有力的發展，特別是高壓工程的發展，連續地提出了許多對它進一步發展的速度和途徑有顯著關係的有關絕緣的迫切問題。

目前，由於工作電壓的愈來愈高，電氣絕緣成了電工技術上最弱的部分之一。真的，不管是電纜也好，架空輸電線也好，高壓發電機和變壓器也好，到處尖銳地存在着怎樣絕緣這個問題，同時，發生的困難之大，使得在許多情形中不得不放棄以前的普通方法而另求新法。除了在工業中應用新的絕緣材料和絕緣方法（新的塑膠、氧化絕緣、壓縮空氣）外，改善現有絕緣的利用的問題，也具有重大的意義。

當我們面臨着像完全電氣化的總計劃，建築統一高壓電網和使運輸電氣化這一類任務時，電氣絕緣問題在發展我國[⊖]國民經濟的條件下獲得了特別的重要性。同時必須指出，雖然我們對絕緣問題的科學研究工作有巨大的發展，我們在這方面絕不下於資

⊖ 指蘇聯——譯者註。

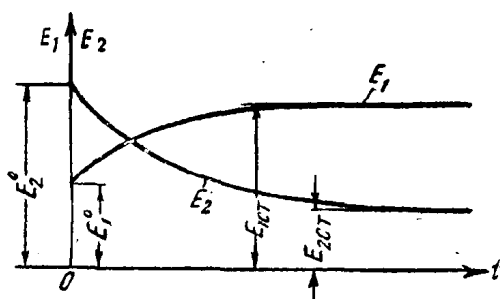


圖 3. 雙層介質第一和第二層內電場強度與時間的關係。

(1.8a)], 與以前所述完全符合。

圖 4 示全電流密度與時間的關係曲線。

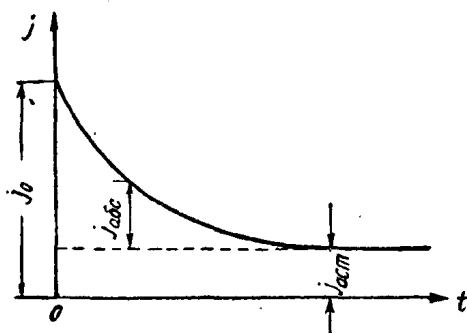


圖 4. 雙層介質中全電流密度與時間的關係。

電流密度起始值 j_0 是最大的。這值可從(1.9)求出。設 $t=0$ ，并作簡單的變換後，得：

$$j_0 = \frac{\epsilon_1^2 \gamma_2 d_2 + \epsilon_2^2 \gamma_1 d_1}{(\epsilon_1 d_2 + \epsilon_2 d_1)^2} U. \quad (1.12)$$

起始電流由傳導電流和位移電流相加而得。在這情形中，第一層內的傳導電流隨電場強度的增長而增長，第二層內的傳導電流隨電場強度的降落而降落。在穩態中，兩個傳導電流相等，等於剩餘電流。兩層內的位移電流減小，因為兩層內的電場變動速度逐漸減小。

从上可知,双層有电导电容器的充电过程与單層有电导电容器的充电过程大不相同。

主要区别是双層电容器充电时兩層的分界面上积聚着自由电荷。

乙、双層有电导电容器的放电

现在来考察双層有电导电容器的放电。設电容器在充电时达到稳态。电场重分布过程已經結束,电流等于剩余电流。除去电源,將电極短接(圖 5)。

过了很短的时间,电極 A 和 B 的电位相等。但是充电完畢时存在于电極上的自由电荷沒有完全中和,余下的过剩电荷与积聚在兩層的分界面上的电荷等量而异号。导綫电阻比电容器电阻小得多,因此我們把这过程的时间略去,正像略去电容 C_0 由介質極化所造成的充电的时间一样。

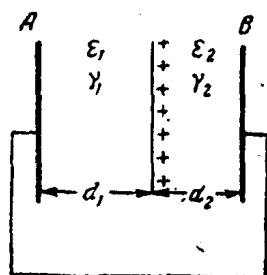


圖 5. 短路的双層介質电容器。

我們把这时候認作所分析的过程的开始。剩下的負(在这例子中)电荷分配于电極 A 和 B , 并被充电完畢时积聚在兩層的分界面上的正电荷联系着。

现在来求短路时兩層內电场强度的比。因为短路时电極 A 和 B 的电位相等,可写成:

$$U = U_1 + U_2 = E_{1k}d_1 + E_{2k}d_2 = 0. \quad (1.13)$$

由此得

$$\frac{E_{1k}}{E_{2k}} = -\frac{d_2}{d_1}. \quad (1.14)$$

在短路情形中的任何时候,电场强度与兩層的厚度成反比,并且方向相反。圖 6 示短路时的电位分布曲綫。从圖可見,电位与

距離的關係直線的斜度決定於兩層的厚度，並且異號。

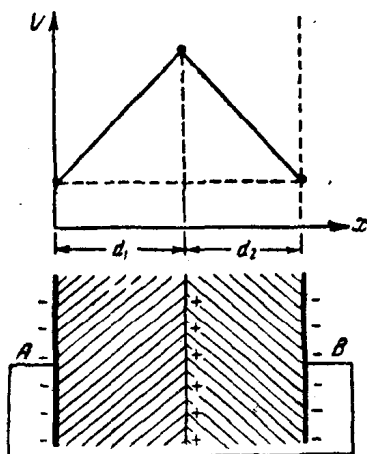


圖 6. 短路(放電)時雙層介質中電位與距離的關係。

已知短路時兩層中電場強度的比，可以決定短路開始時每一電極上的負電荷密度，然後求出每一層中電場強度和電流密度與時間的關係。

積聚在分界面上的電荷的密度等於 $\sigma^* = \sigma_{1cr} - \sigma_{2cr}$ ，這裡 σ_{1cr} 和 σ_{2cr} 是充電後穩態中每一電極上的電荷密度。

短路後，電極 A 和 B 上立即剩下負電荷密度 $\sigma_{1cr} - \sigma_{2cr}$ ，它的絕對值與積聚在分界面上的正電

荷密度 σ^* 相等。電極上剩下的電荷分配於電極 A 和 B。

放電開始時，電極 A 上的負電荷密度等於 σ_{1k}^0 ，電極 B 上的等於 σ_{2k}^0 。

顯然，

$$\sigma_{1k}^0 + \sigma_{2k}^0 = \sigma^* = \sigma_{1cr} - \sigma_{2cr} \quad (1.15)$$

短路開始時第一層內的電場強度可以決定如下：

$$E_{1k}^0 = \frac{4\pi\sigma_{1k}^0}{\epsilon_1} \quad (1.16)$$

短路開始時第二層內的電場強度：

$$E_{2k}^0 = \frac{4\pi\sigma_{2k}^0}{\epsilon_2} \quad (1.16a)$$

利用第一、二兩層內電場強度絕對值的比 (1.14)，得：

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{\sigma_{1k}^0 \cdot \epsilon_2}{\sigma_{2k}^0 \cdot \epsilon_1}, \text{ 或 } \frac{\sigma_{1k}^0}{\sigma_{2k}^0} = \frac{\epsilon_1 d_2}{\epsilon_2 d_1} \quad (1.17)$$

從 (1.15) 和 (1.17) 可得電極 A 和 B 上在我們所選擇的開始

时候的电荷密度 σ_{1k}^0 和 σ_{2k}^0 。为此应求出充电完畢时积聚在分界面上的电荷的密度 σ^* ：

$$\sigma^* = \sigma_{1cr} - \sigma_{2cr} = \frac{\varepsilon_1 E_{1cr}}{4\pi} - \frac{\varepsilon_2 E_{2cr}}{4\pi}, \quad (1.18)$$

因为

$$E_{1cr} = \frac{4\pi\sigma_{1cr}}{\varepsilon_1} \quad \text{和} \quad E_{2cr} = \frac{4\pi\sigma_{2cr}}{\varepsilon_2}。$$

把 (1.86) 中的 E_{1cr} 和 E_{2cr} 代入 (1.18)，得：

$$\sigma^* = \sigma_{1k}^0 + \sigma_{2k}^0 = \frac{U(\varepsilon_1\gamma_2 - \varepsilon_2\gamma_1)}{4\pi(\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1)}。 \quad (1.19)$$

于是得下列方程以决定 σ_{1k}^0 和 σ_{2k}^0 ：

$$\begin{aligned} \sigma_{1k}^0 + \sigma_{2k}^0 &= \frac{U(\varepsilon_1\gamma_2 - \varepsilon_2\gamma_1)}{4\pi(\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1)}, \\ \frac{\sigma_{1k}^0}{\sigma_{2k}^0} &= \frac{\varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2 d_1}。 \end{aligned}$$

解上列方程，得：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1k}^0 &= \frac{U(\varepsilon_1\gamma_2 - \varepsilon_2\gamma_1)\varepsilon_1 d_2}{(\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1)(\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1)4\pi}, \\ \sigma_{2k}^0 &= \frac{U(\varepsilon_1\gamma_2 - \varepsilon_2\gamma_1)\varepsilon_2 d_1}{(\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1)(\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1)4\pi}。 \end{aligned} \right\} \quad (1.20)$$

在我們所选择的开始时候兩層内的电场强度不难从 (1.20)、(1.16) 和 (1.16a) 求出：

$$E_{1k}^0 = \frac{U(\varepsilon_1\gamma_2 - \varepsilon_2\gamma_1)d_2}{(\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1)(\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1)}, \quad (1.21)$$

$$E_{2k}^0 = -\frac{U(\varepsilon_1\gamma_2 - \varepsilon_2\gamma_1)d_1}{(\gamma_1 d_2 + \gamma_2 d_1)(\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1)}, \quad (1.21a)$$

因为它們的方向相反。 E_{2k}^0 式中的負号表明第二層内的电场与充电时相反。

現在不难决定第一、二兩層内的电场强度与时间的关系。为了这目的，和双層电容器充电的情形一样，利用全电流連續性的条