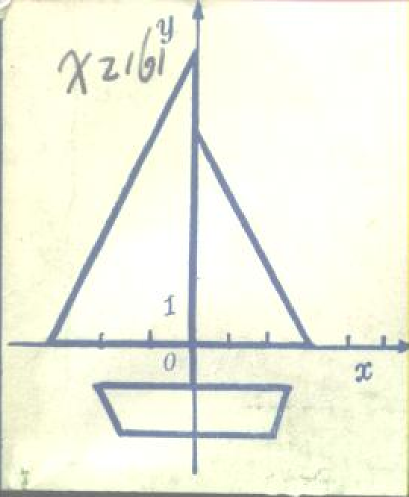
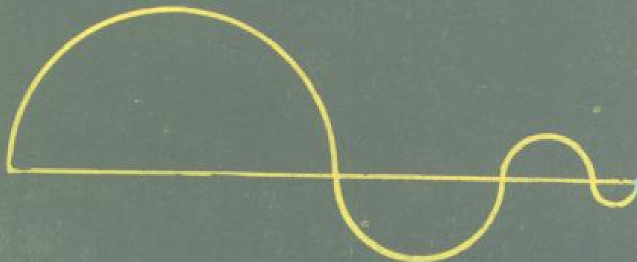
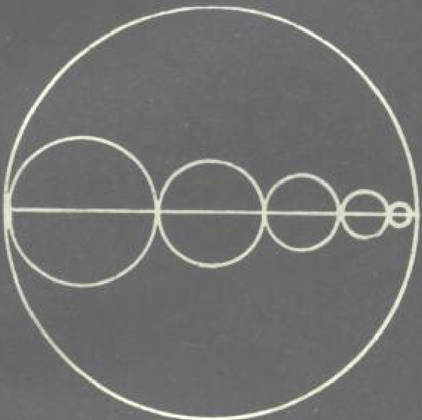
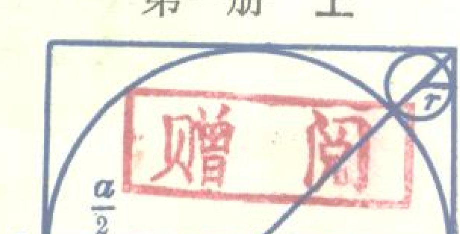


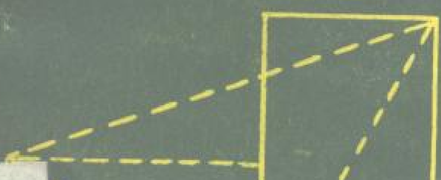




中学数学实验教材

第一册 上





京师范大学出版社

中学数学实验教材

第一册（上）

中学数学实验教材编写组编

北京师范大学出版社

1981年6月

中学数学实验教材

第一册（上）

中学数学实验教材编写组编

●

北京师范大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

展 望 印 刷 厂 印 刷

●

开本：787×1092 1/32 印张：10.125 字数：150千

1981年3月第一版 1984年5月 第四次印刷

印数：113,501—130,501

统一书号：7243·7 定价：0.74元

前　言

这一套中学数学实验教材，内容的选取原则是精简实用，教材的处理力求深入浅出，顺理成章，尽量作到使人人能懂，到处有用。

本教材适用于重点中学，侧重在满足学生将来从事理工方面学习和工作的需要。

本教材的教学目的是：使学生切实学好从事现代生产、特别是学习现代科学技术所必需的数学基础知识；通过对数学理论、应用、思想和方法的学习，培养学生运算能力，思维能力，空间想象力，从而逐步培养运用数学的思想和方法去分析和解决实际问题的能力；通过数学的教学和学习，培养学生良好的学习习惯，严谨的治学态度和科学的思想方法，逐步形成辨证唯物主义世界观。

根据上述教学目的，本教材精选了传统数学那些普遍实用的最基础的部分，这就是在理论上、应用上和思想方法上都是基本的、长远起作用的通性、通法。比如，代数中的数系运算律，式的运算，解代数方程，待定系数法；几何中的图形的基本概念和主要性质，向量，解析几何；分析中的函数，极限，连续，微分，积分；概率统计以及逻辑、推理论证等知识。对于那些理论和应用上虽有一定作用，但发展余地不大，或没有普遍意义和实用价值，或不必要的重复和过于繁琐的内容，如立体几何中的空间作图，几何体的体积、

表面积计算，几何难题，因式分解，对数计算等作了较大的精简或删减。

全套教材共分六册。第一册是代数。在总结小学所学自然数、小数、分数基础上，明确提出运算律，把数扩充到有理数和实数系。灵活运用运算律解一元一次、二次方程，二元、三元一次方程组，然后进一步系统化，引进多项式运算，综合除法，辗转相除，余式定理及其推论，学到根式、分式、部分分式。第二册是几何。由直观几何形象分析归纳出几何基本概念和基本性质，通过集合术语、简易逻辑转入欧氏推理几何，处理直线形，圆、基本轨迹与作图，三角比与解三角形等基本内容。第三册是函数。数形结合引入坐标，研究多项式函数，指数、对数、三角函数，不等式等。第四册是代数。把数扩充到复数系，进一步加强多项式理论，方程式论，讲线性方程组理论，概率（离散的）统计的初步知识。第五册是几何。引进向量，用向量和初等几何方法综合处理几何问题，坐标化处理直线、圆、锥线，坐标变换与二次曲线讨论，然后讲立体几何，并引进空间向量研究空间解析几何初步知识。第六册是微积分初步。突出逼近法，讲实数完备性，函数，极限，连续，变率与微分，求和与积分。

本教材基本上采取代数、几何、分析分科，初中、高中循环排列的安排体系。教学可按初一、初二代数、几何双科并进，初三学分析，高一、高二代数（包括概率统计）、几何双科并进，高三学微积分的程序来安排。

本教材的处理力求符合历史发展和认识发展的规律，深入浅出，顺理成章。突出由算术到代数，由实验几何到论证

几何，由综合几何到解析几何，由常量数学到变量数学等四个重大转折，着力采取措施引导学生合乎规律地实现这些转折，为此，强调数系运算律，集合逻辑，向量和逼近法分别在实现这四个转折中的作用。这样既遵循历史发展的规律，又突出了几个转折关头，缩短了认识过程，有利于学生掌握数学思想发展的脉络，提高数学教学的思想性。

这一套中学数学实验教材是教育部委托北京师范大学、中国科学院数学研究所、人民教育出版社、北京师范学院、北京景山学校等单位组成的领导小组组织“中学数学实验教材编写组”，根据美国加州大学伯克利分校数学系项武义教授的《关于中学实验数学教材的设想》编写的。第一版印出后，由教育部实验研究组和有关省市实验研究组指导在北京景山学校，北京师院附中，上海大同中学，天津南开中学，天津十六中学，广东省实验中学，华南师院附中，长春市实验中学等校试教过两遍，在这个基础上编写组吸收了实验学校老师们的经验和意见，修改成这一版《中学数学实验教材》，正式出版，内部发行，供中学选作实验教材，教师参考书或学生课外读物。在编写和修订过程中，项武义教授曾数次详细修改过原稿，提出过许多宝贵意见。

本教材虽然试用过两遍，但是实验基础仍然很不够，这次修改出版，目的是通过更大范围的实验研究，逐步形成另一套现代化而又适合我国国情的中学数学教科书。在实验过程中，我们热忱希望大家多提意见，以便进一步把它修改好。

中学数学实验教材编写组

一九八一年三月

目　录

第一章　有理数系

在小学算术中，我们已经学习了自然数和零及分数的四则运算。这一章我们将进行系统复习，进一步引入新数，并讨论它的运算及性质。

§1. 自然数和零，分数及它们的运算

1.1. 自然数和零及它们的运算

自然数是我们数个数和排次序的工具。例如：数一数班上有几个学生；在一次体育比赛中，排列运动员所得的名次等，都要使用自然数1，2，3，……

仔细分析这些自然数是很有意思的：

其中头一个数是1，这是起码单位，表示一个；

其次，“2”就是“1加1”，表示比一个多一个，即$2=1+1$；“3”就是“2加1”，表示比两个多一个，即$3=2+1$，也就是“1加1再加1”，即$3=1+1+1$。

同样地，这样逐次加1，就能得到一串顺序排列的自然数。例如：

3加1得到4，即$4=3+1=2+1+1$

$= 1 + 1 + 1 + 1$。

……

9加1得到10，即$10 = 9 + 1 = \cdots$

$$= \underbrace{1 + 1 + \cdots + 1}_{\text{10个}}。$$

……

显然，这样的逐次加1，是可以无止境地连续做下去的，因而就可以得到无穷无尽的自然数。这就使我们可以把任何一堆事物的“个数”逐个点清。事实上，在我们逐个儿清点一大堆事物的“个数”，或者逐个儿排列某些事物的次序时，所做的正是由1开始“逐次加1”的工作。所以，“加1”正是自然数的最根本运算。

这就告诉我们：**由最小的自然数1开始，逐次进行“加1”运算，就可以得到一个连一个的（简称连续的）许多自然数**。而且，**自然数的个数是无穷无尽的**。正因为这样，自然数这个工具，就充分满足了我们数数和排次序的需要。

这些自然数，我们通常用一串数码符号表示为：

1，2，3，4，……。

在今后的学习中，为便于一般性的讨论，对任一个自然数，常用小写字母$a, b, c, \cdots, n, \cdots$表示。

用一个字母表示任一个自然数时，要注意根据上

面所说自然数的特征，明确字母的含义。例如：

自然数a，就是a个1相加；也就是1加（$a-1$）次1；也就是（$a-1$）再加1。（自然数1是例外），即：$a=\underbrace{1+1\cdots+1}_{a个1}=\underbrace{1+1+\cdots+1}_{(a-1)个1}=(a-1)+1$。

同样地，用字母b或c或m等表示任一个自然数时，也有以上类似含义。

自然数的全体，我们叫做自然数集合，简称自然数集（或自然数系）。这个集合，可以用一个大写字母N表示，记作：

$$N=\{1，2，3\cdots，n，\cdots\}。$$

在自然数集合中，每一个单数1，3，5，…，$2n-1$，…。也叫做奇数。相邻两个奇数的差是2；每一个双数2，4，…，$2n$，…。也叫做偶数。相邻两个偶数的差也是2，而且每一个偶数都能被2整除。

·练习·

1.给定任一个自然数b，试写出紧接这个数后面连续的三个自然数。

2.如果给一个比3大的自然数m，那么，在这个数前边的三个连续自然数一定是1，2，3吗？1，2，3与自然数m连续吗？

3.给一个奇数c，试写出与它连续的三个奇数。

4.如果n表示一个自然数，你能否判断$n+n$和$n+1+n$是奇

数还是偶数？并举例验证你的结论。

5. 假设自然数 a 比自然数 b 大 5，试比较以下各对自然数的大小。并指出大多少？

$a+1$ 与 b；　$a+1$ 与 $b-2$；　$a-3$ 与 $b+1$；

$a-4$ 与 $b+1$；　$a-4$ 与 $b+3$。

在小学中，还学习过数零。其符号是“0”，其意义是表示数量的没有和位置的空白。

现将在小学学习过的有关自然数和零的四则运算法则总结如下：

设 a，b 是两个自然数，

〔Ⅰ〕加法

例如：$5+3=5+1+1+1=8$。

一般地，$a+b=a+\underbrace{1+\cdots+1}_{b\text{个}}=c$。（$c$ 也是自然数）。这就是说：任一个自然数 a 加上自然数 b，就等于 a 进行 b 次加 1 运算后，所得到的自然数 c。

〔Ⅱ〕减法——加法的逆运算

例如：$8-3=5$　或 $8-5=3$。

一般地，$c-a=b$　或 $c-b=a$。

〔Ⅲ〕乘法——同一个数的连加运算

例如：$3\times5=3+3+3+3+3=15$。

一般地，$a\times b=\underbrace{a+a+\cdots+a}_{b\text{个}}=ab$。这就是

说：自然数$a\times b$就等于b个a连加后，所得到的自然数ab。

注意：在用字母表示数的算式中，运算符号的乘号“×”，可以用符号“·”代替，也可以省略不写。即 $a\times b=a\cdot b=ab$。这里的符号 ab，既可以表示a，b相乘；也可以表示它们相乘所得到的乘积。

〔Ⅳ〕除法——乘法的逆运算

例如：$15\div 3=5$ 或 $15\div 5=3$。

一般地，$ab\div a=b$，或$ab\div b=a$。

特别注意：在除法运算中，**零不能作除数。**

〔Ⅴ〕零与自然数 a 的运算法则。

$a+0=a$；$a\cdot 0=0$；

$a-0=a$；$0\div a=0$；

·练习·

1. 任意两个自然数a，b的和，能够是零吗？能够比a（或比b）小吗？
2. 任意两个自然数的差，一定是自然数吗？试举例说明你的结论。
3. 怎么样的两个自然数的积，正好等于其中的一个数？
4. 怎么样的两个自然数的商，正好等于其中的一个数？怎么样的两个自然数的商等于1？
5. 自然数和零的和、差、积、商（零不作除数），都一定还是自然数或零吗？举例说明你的结论。

1.2. 自然数和零的运算性质

对于任意自然数和零的运算，普遍成立的运算律和运算特征，就是它们的共同性质，我们简称为**运算通性**。

下面对小学中已经学习过的**运算通性**进行整理，并说明它们的普遍正确性。

设字母 a、b、c、都表示任一个自然数。

1°. 加法交换律：

$$\boxed{a+b=b+a}$$

说明 这个交换律之所以正确，可以这样分析：设有两堆物品，甲堆有a个，乙堆有b个。假如我们先数甲堆的个数，然后接着就数乙堆的个数，数到最后一个数，就是两堆物品的总个数$a+b$；假如我们调过来，先数乙堆的个数，再接着数甲堆的个数，数到最后一个数，也就是这两堆的总个数$b+a$。这两种顺序的数个数方法，结果当然是同一个数。因此，无论a、b是什么样自然数，都有：

$$a+b=b+a.$$

例如： $796+107=107+796$。

2°. 加法结合律：

$$\boxed{(a+b)+c=a+(b+c)=a+b+c}$$

说明 由自然数加法的含意，我们可以知道：算式 $(a+b)+c$ 的意义就是：对 a 先作 b 次"加 1"后，再做 c 次"加 1"。也就是对 a 一共要做 $(b+c)$ 次"加 1"。而这正好是 $a+(b+c)$ 的含义。因而，这个等式是正确的。

例如： $(701+153)+1001$

$=701+(153+1001)$。

3°. **乘法交换律：**

$$\boxed{a\cdot b=b\cdot a}$$

说明 现有参加团体操的少先队员，排成 a 行 b 列的方阵队形。可以这样来统计总人数："a 行中，每行都有 b 人"，所以

$$\text{总人数}=\underbrace{b+b+\cdots+b}_{a\text{个}}=b\cdot a\ (\text{个})\text{。}$$

$$a\text{行}\left\{\begin{array}{l} \overbrace{\times\ \times\cdots\cdots\times}^{b\text{列}} \\ \times\ \times\cdots\cdots\times \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \times\ \times\cdots\cdots\times \end{array}\right.$$

也可以按"b 列中，每列都有 a 人"的方法统计，所以

$$\text{总人数}=\underbrace{a+a+\cdots+a}_{b\text{个}}=a\cdot b$$

这里两种统计方法，结果应该是相同的，即 $b \cdot a = a \cdot b$

例如：$90367 \times 10578 = 10578 \times 90367$。

4°． **分配律**：

$$\boxed{(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c}$$

说明：因为

$$(a+b) \cdot c = \underbrace{(a+b)+(a+b)+\cdots+(a+b)}_{\text{共}c\text{个括号}} \quad \text{（乘法的意义）}$$

$$= (\underbrace{a+a+\cdots+a}_{c\text{个}}) + (\underbrace{b+b+\cdots+b}_{c\text{个}}) \quad \text{（加法结合律与交换律）}$$

$$= a \cdot c + b \cdot c。\quad \text{（乘法的意义）}$$

所以 $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

5°． **乘法结合律**：

$$\boxed{(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)}$$

说明：

因为 $(a \cdot b) \cdot c = (b \cdot a) \cdot c$ （乘法交换律）

$$= (\underbrace{b+b+\cdots+b}_{a\text{个}}) \cdot c \quad \text{（乘法的意义）}$$

$$= \underbrace{b \cdot c + bc + \cdots + b \cdot c}_{a\text{个}} \quad \text{（分配律）}$$