

天
线
原
理

王
朴
中
石
长
生

清
华

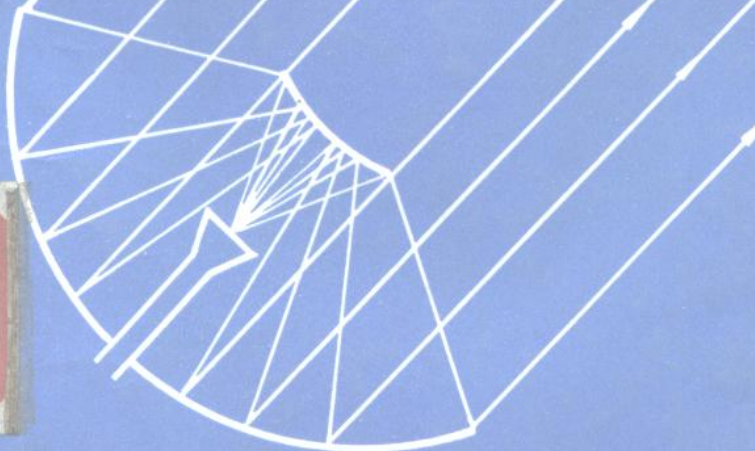
45521

21

社

天线原理

王朴中 石长生



清华大学出版社

3.45501
124

天 线 原 理

王朴中 石长生

清华大学出版社

9310342

内 容 简 介

本书重点论述了使用和设计天线所必备的最基本的原理和方法,包括典型天线的辐射原理、方向性的分析与综合、接收天线原理以及目前广泛应用的抛物面天线的工作原理与特性等。同时还介绍了近些年发展起来的两种新方法(矩量法与几何绕射理论)在天线中的应用以及有应用前景的几种新的天线系统。

论述中侧重于原理方法的基本思想,尽量避免冗长的数学推导,利于具有基本电磁理论知识的读者学习使用。

本书的对象为广大无线电技术专业大学本科及使用与设计天线的工程技术人员。

D030/B

(京)新登字 158 号

天 线 原 理

王朴中 石长生

☆

清华大学出版社出版

北京 清华园

中国科学院印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

☆

开本: 787×1092 1/16 印张: 14.75 字数: 349 千字

1993年8月第1版 1993年8月第1次印刷

印数: 0001—5000

ISBN 7-302-01248-2/TN·37

定价: 7.20 元

前 言

天线技术是随无线电广播特别是雷达的兴起而产生的。近些年来,随着通信事业的飞速发展以及微波通信、卫星通信、移动通信及个人通信等各种通信方式的日益普及,天线的功能与作用愈加重要。目前,天线已作为独立产业在世界各国兴起。

天线问题是具有复杂边界的电磁场边值问题,难于得到严格解。针对具体的天线类型总要作近似处理,以得到满足一定要求的近似解。对众多的天线类型要面面俱到地介绍各自复杂的数学演算以及为实现诸多的性能指标所需的繁琐的设计步骤会使读者感到内容繁杂而难于掌握。

尽管天线种类很多,性能与分析设计方法各异,但基本原理和分析方法是相通的。本书侧重于介绍使用和设计天线所必备的最基本的原理和方法,而不过多罗列个别天线的设计细节。重点论述各原理、方法的核心思想、主要结论,指出其局限性及发展动向。尽量避免冗长的数学推导,并注意介绍近十多年来发展起来的新方法与新天线系统。为帮助读者抓住要领,对基本原理、方法融会贯通,我们在内容编排与论述方法上都努力作了尝试与改进。

本书适用于广大无线电技术专业的本科生及使用或设计天线的工程技术人员。

全书共分九章。第一章讨论了天线的发展简史,重点介绍了一些必备的电磁理论。第二章从源与场关系出发分析了典型天线的工作原理。第三章讨论方向性的分析与综合,包含离散源(阵列)与连续源。矩量法是近些年来发展起来的一种有效的数值方法,第四章介绍该方法在求解线天线阻抗中的应用。第五章讨论分析面天线的电磁衍射理论,并对各种电磁衍射理论的异同进行了分析与比较。至今抛物面天线仍然是应用最为广泛的一种天线类型,第六章较详尽地讨论了抛物面天线的工作原理、分析方法。力求反映近二十年来的主要研究成果。第七章从互易定理出发较详细地讨论了接收天线的工作原理及有关性能指标。第八章介绍70年代发展起来的几何绕射理论,并介绍其在天线领域中的应用。最后一章简要介绍几种特殊的天线系统,侧重于基本原理及特性,使读者了解现代天线的发展趋势及在通信、雷达、遥感、导航等领域发挥的独特作用。王朴中编写前八章,石长生编写最后一章并对全书进行了修订。

由于作者水平有限,书中可能有缺点甚至错误,欢迎读者批评指正。

作 者

1992年10月

目 录

第一章 结论	1
§ 1.1 天线发展简史.....	1
§ 1.2 电磁场方程及边界条件.....	3
§ 1.3 滞后势函数.....	5
§ 1.4 电偶极子的辐射场及其天线参数.....	8
§ 1.5 若干定理和概念.....	11
§ 1.6 电磁波的极化.....	19
第二章 典型天线的辐射特性与工程分析法	22
§ 2.1 天线的远区辐射场.....	22
§ 2.2 对称振子.....	25
§ 2.3 不对称振子和折叠振子.....	28
§ 2.4 环天线.....	30
§ 2.5 螺纹天线.....	32
§ 2.6 波导口.....	36
§ 2.7 喇叭天线.....	40
§ 2.8 理想缝隙天线.....	45
§ 2.9 波导缝隙.....	47
§ 2.10 微带天线.....	53
第三章 阵列分析与综合	57
§ 3.1 阵列概念及方向性相乘原理.....	57
§ 3.2 等距等幅线阵的方向性.....	59
§ 3.3 Schelkunoff 单位圆.....	66
§ 3.4 Chebyshev-Dolph 综合方法.....	71
§ 3.5 阵列的阵列(超阵).....	76
§ 3.6 连续线阵.....	80
§ 3.7 富氏方法在阵列综合中的应用.....	82
§ 3.8 Taylor 分布.....	87
第四章 天线的阻抗	90
§ 4.1 对称振子的电流分布及阻抗.....	90
§ 4.2 对称振子之间的互阻抗.....	98
§ 4.3 理想缝隙的自阻抗和互阻抗.....	104
§ 4.4 Yagi 天线.....	108
§ 4.5 对称转换器.....	113

§ 4.6	超宽频带天线	115
第五章	口面天线原理	119
§ 5.1	衍射问题的近似分析方法	119
§ 5.2	矩形口面的远区场	123
§ 5.3	圆形口面的远区场	127
§ 5.4	口面非等相分布	130
§ 5.5	口面天线的远区和近区	134
第六章	抛物面天线	135
§ 6.1	几何关系及 f/d	135
§ 6.2	旋转抛物面天线的镜面电流分布和口面场分布	137
§ 6.3	镜面电流法计算辐射场	140
§ 6.4	口面场法计算辐射场	142
§ 6.5	旋转抛物面天线的效率和增益	143
§ 6.6	Cassegrain 天线	148
§ 6.7	其它类型的反射面天线	152
第七章	接收天线原理	154
§ 7.1	接收天线基本问题	154
§ 7.2	接收天线的等效电路	154
§ 7.3	接收天线的有效面积和有效长度	159
§ 7.4	接收天线的极化特性	160
§ 7.5	接收天线的噪声特性	161
第八章	高频方法	167
§ 8.1	几何光学方法	167
§ 8.2	物理光学方法	173
§ 8.3	尖劈绕射	176
§ 8.4	统一绕射理论	182
§ 8.5	E 面喇叭天线的 E 面方向图	188
§ 8.6	有限大导电平面上的缝隙	190
§ 8.7	有限大导电平面上的单极子	191
第九章	几种特殊天线系统	194
§ 9.1	相控阵天线	194
§ 9.2	自适应天线	205
§ 9.3	多波束天线	216
§ 9.4	合成孔径天线	225
参考文献		229

第一章 绪 论

在本章中,我们首先简单地回顾天线的发展史,介绍天线的理论基础,即 Maxwell 方程以及滞后势。然后通过电偶极子阐明电磁辐射的概念以及天线的主要技术参数。最后讨论天线中非常有用的一些定理及原理:唯一性定理、对偶原理、镜像原理、等效原理及互易定理。

§ 1.1 天线发展简史

天线的历史不到百年。1873年,Maxwell 在前人的基础上提出了统一的电磁场方程组,并预言了电磁现象的波动性质。1887年,Hertz 以实验证明了这个理论的正确性。在这个实验中,他应用了人类历史上最早的两种天线(见图 1-1)。发射天线是两根 30cm 长的金属杆。杆的终端连接两块 40cm 见方的金属板。原理上这就是现在的电容加载电偶极子。接收天线是半径为 35cm 的金属圆框,实际上就是现在的磁偶极子或小框天线。

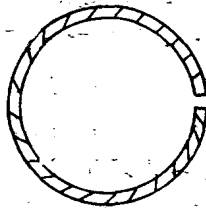


图 1-1 1887 年 Hertz 使用的发射
天线与接收天线

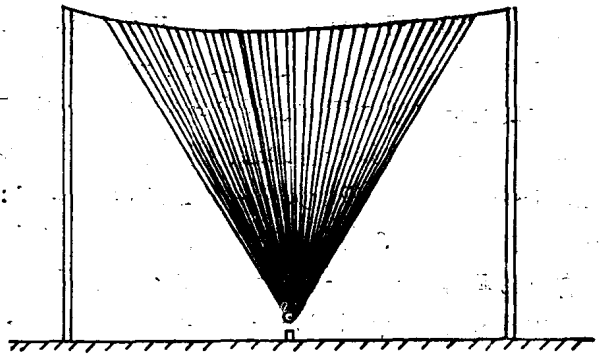


图 1-2 Marconi 1901 年使用的天线

在 Hertz 的实验以后,人们紧接着探索无线电波的实际应用。这方面的两个先驱者是 Попов 和 Marconi,前者在 1895 年发明雷暴指示器,后者在 1897 年实现了无线通讯。他们两人都提出各自的天线装置。值得一提的是 Marconi 1901 年在其跨大西洋无线通讯中使用的发射天线(见图 1-2)。这是一种由 50 条铜线组成的扇形结构,由两个高为 150ft(1ft = 30.48cm)相距 200ft 的桅杆支撑。发射机(电火花放电式)接在天线和地之间。当时应用的频率约在 50~100kHz 之间的长波波段。这种天线的尺寸远小于波长,实际上是一种扇形的单极子天线。

本世纪初期,电离层尚未被发现,人们利用长中波段的地波传播方式进行无线通讯。实践对理论提出的要求是:计算地波的场强,即解决地波传播的机理问题。Sommerfeld 在 1909 年及 1926 年得出在地面上的水平或垂直的电或磁偶极子的辐射场的 Hertz 势的积分表达式,即 Sommerfeld 积分,这是研究近地天线的理论基础。但是此积分不易给出场强的数值结果,至今仍是研究的对象。

本世纪 20 至 30 年代,由于电离层的发现及三极电子管的发明,无线电通讯及广播迅速发展。电离层使人们利用短波进行远距离通讯成为可能,而三极管则提供了强大的长中短波功率。短波通讯及广播要求天线有较强的方向性,于是出现了初期的行波天线(如菱形天线、鱼骨天线)及阵列天线(如同相水平天线)。

长中短波天线多是线天线,早期对这种类型天线的计算方法是先根据传输线理论假设线上的电流分布,然后由矢量势或 Hertz 势函数求其辐射场的空间分布即波瓣图,由 Poynting 矢量在空间积分求其辐射功率从而求出辐射电阻。自 30 年代中期开始,为了较精确地求出其电流分布及输入阻抗,很多人从边值问题的角度来研究一种典型的线天线——对称振子。King 和 Hallen 提出用积分方程解圆柱形天线的电流分布。Stratton 和 Chu 用椭球模型, Schelkunoff 用双圆锥模型来模拟对称振子,目的是建立合适的坐标系来解微分方程。

由 30 年代中期到第二次世界大战时期,由于雷达的研制,开拓了新的波段——微波,随之出现的是一类新型的天线:波导缝隙、喇叭、抛物反射面及透镜等。这类天线的外形、原理及分析方法都与前一类天线不同。分析这类天线的方向性的共同方法是:由一个面上的已知电磁场分布求其远区的场分布。对此 Schelkunoff 1936 年提出的等效原理的概念是:如果全部电磁场源限于一个封闭曲面 S 以内,则 S 面外的任一点的场可由曲面上的切向电场和切向磁场分布求出。把它们分别看作等效的面磁流和面电流分布,就可以和前一类天线一样通过向量势(电和磁的)求出曲面以外的场。稍后 Stratton 和 Chu 1939 年提出电磁场矢量积分公式,其概念是:一个封闭曲面 S 内任一点的电磁场可分为两部分,一是 S 内全部电磁场源的贡献,二是 S 上的电场和磁场的贡献。如果在 S 外没有电磁源,做一个半径为无穷大的封闭曲面 S_{∞} ,则 S 外的电磁场只决定于 $S + S_{\infty}$ 上的电磁场分布,再根据 Sommerfeld 辐射条件, S_{∞} 的贡献为零,这样 S 外任一点的电磁场仅仅决定于 S 上的电磁场分布,这就是这类天线的方向性的计算原理。这两种方法得出的最后结果完全相同。前者从 Maxwell 方程的概念出发,直接由切向电场磁场分布得到面磁流面电流分布,概念简单。后者在数学上比较严格,但推导过程复杂。而且前者的面积分中仅包括切向电场及切向磁场(等效于面磁流及面电流),而后者的面积分中除切向场外还包括法向场(等效于面磁荷及面电荷),直接应用不如前者方便。

第二次世界大战以后的三十几年,是无线电电子学飞速发展的时代,天线学科也是在这个背景上发展的。例如:雷达要求更精确的跟踪体制,于是出现了单脉冲天线;要求更灵活的扫描方法,于是出现了相控阵天线。近代无线电设备要求有更宽的频带,于是出现了超宽频带的天线——等角螺旋和对数周期天线。70 年代开始研究微带天线,其背景是空间飞行器要求有小剖面的天线。实践向天线工作者提出了越来越复杂的新课题,例如在分层媒介(如空间飞行器重返大气层时产生的等离子体壳套)中的天线特性,天线的瞬

态特性,具有超低旁瓣及特殊波瓣形状的天线,信号处理天线等,这些都是正在研究的课题。

我国的天线研制工作多年来取得了很大的进展,早在 50 年代中期就自行设计了雷达天线,现在已经有了自己的相控阵天线和卫星通讯地面站天线,我国成功地发射了多个人造地球卫星及远程火箭,这也反映了天线的研制水平。目前我国已有一支人数不少的天线专业队伍和一批天线研制机构,有些工作已经接近或达到世界先进水平。如何在较短的时间内赶上世界先进水平并更好地解决在我国四个现代化中提出的天线课题,是我国天线工作者光荣而艰巨的任务。

§ 1.2 电磁场方程及边界条件

在各向同性的媒质空间,描述宏观电磁场的 Maxwell 方程式的电磁场方程是:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} + \mathbf{J}_0 \quad (1-2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho + \rho_0 \quad (1-3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-4)$$

其中 (\mathbf{J}_0, ρ_0) 是外加场源, (\mathbf{J}, ρ) 是媒质有损耗时引起的传导电流密度及相应的电荷密度,它们都满足连续性方程

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1-5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_0 = -\frac{\partial \rho_0}{\partial t} \quad (1-6)$$

\mathbf{E} 和 \mathbf{D} , \mathbf{H} 和 \mathbf{B} , \mathbf{J} 和 \mathbf{E} 之间满足

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (1-7)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1-8)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1-9)$$

上述各量的单位列于表 1-1。

以上公式中各场量都是瞬时量,在各场量是简谐振荡的情况下,可表为复数,如以 $e^{j\omega t}$ 表示时谐因子,则以上方程(1-1)~(1-6)可写作

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B} \quad (1-10)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J} + \mathbf{J}_0 \quad (1-11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho + \rho_0 \quad (1-12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-13)$$

以及

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -j\omega \rho \quad (1-14)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_0 = -j\omega \rho_0 \quad (1-15)$$

(1-7)~(1-9)式形式不变。

表 1-1

符 号	名 称	单 位
E	电场强度	V/m
D	电通密度	C/m ²
H	磁场强度	A/m
B	磁通密度	T
J	电流密度	A/m ²
ρ	电荷密度	C/m ³
ϵ	介电常数	F/m
μ	导磁率	H/m
σ	电导率	S/m

方程(1-10)~(1-13)可简化成

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (1-16)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_s\mathbf{E} + \mathbf{J}_0 \quad (1-17)$$

$$\nabla \cdot \epsilon_s\mathbf{E} = \rho_0 \quad (1-18)$$

$$\nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0 \quad (1-19)$$

其中

$$\epsilon_s = \epsilon + \frac{\sigma}{j\omega} = \epsilon - j\frac{\sigma}{\omega} \quad (1-20)$$

是复介电常数。

在图 1-3 所示两种媒质的分界面上，根据场方程的积分形式可得以下边界条件的一般形式，

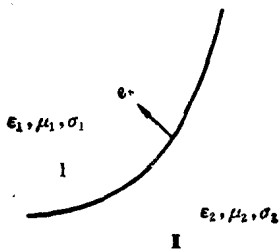


图 1-3 两种媒质分界面

$$\mathbf{e}_n \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \quad (1-21)$$

$$\mathbf{e}_n \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s \quad (1-22)$$

$$\mathbf{e}_n \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s \quad (1-23)$$

$$\mathbf{e}_n \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \quad (1-24)$$

其中 \mathbf{e}_n 为图中所示的分界面法向单位矢量， \mathbf{J}_s 为分界面上的面电流密度(单位为 A/m)， ρ_s 为面电荷密度(单位为 C/m²)。 \mathbf{J}_s 与 ρ_s 之间显然满足二维连续性方程

$$\nabla_s \cdot \mathbf{J}_s = -j\omega\rho_s \quad (1-25)$$

其中 ∇_s 为分界面上的二维向量微分算子。

设媒质 II 为理想导体 ($\sigma_2 = \infty$)，其内 $\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_2, \mathbf{D}_2$ 和 \mathbf{B}_2 为零，故介质-理想导体的边界条件为

$$\mathbf{e}_n \times \mathbf{E}_1 = 0 \quad (1-26)$$

$$\mathbf{e}_n \times \mathbf{H}_1 = \mathbf{J}_s \quad (1-27)$$

$$\mathbf{e}_n \cdot \mathbf{D}_1 = \rho_s \quad (1-28)$$

$$\mathbf{e}_n \cdot \mathbf{B}_1 = 0 \quad (1-29)$$

对于介质-介质分界面 ($\sigma_1, \sigma_2 \neq \infty$)，除非有外加面源存在，否则 \mathbf{J}_s 和 ρ_s 不可能

存在,故边界条件为

$$\mathbf{e}_n \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \quad (1-30)$$

$$\mathbf{e}_n \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = 0 \quad (1-31)$$

$$\mathbf{e}_n \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = 0 \quad (1-32)$$

$$\mathbf{e}_n \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \quad (1-33)$$

§ 1.3 滞后势函数

天线中的基本问题是已知场源 (\mathbf{J}_0, ρ_0) 求其辐射场,利用势函数比较方便。假设媒质仍是各向同性均匀媒质。为推导方便,假设 $\sigma = 0$ 。此时场方程(1-10)~(1-13)中 $\mathbf{J} = 0, \rho = 0$, 于是有

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B} \quad (1-34)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J}_0 \quad (1-35)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_0 \quad (1-36)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-37)$$

也就是(1-16)~(1-19)式 $\epsilon_s = \epsilon$ 的情况。当要考虑有损耗媒质(以下简称为有损媒质)情况时只需将以下推导结果中的 ϵ 改为 ϵ_s 即可。

由(1-37)式,考虑到 $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$, 可令

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (1-38)$$

代入(1-34)式得

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \nabla \times \mathbf{A}$$

根据矢量恒等式 $\nabla \times (\nabla \phi) = 0$, 所以

$$\mathbf{E} = -j\omega \mathbf{A} - \nabla \phi \quad (1-39)$$

此处 ϕ 为任意标量势函数。再考虑场方程的另两个方程(1-35)和(1-36)式,可得

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} &= j\omega \epsilon \mu \mathbf{E} + \mu \mathbf{J}_0 \\ &= k^2 \mathbf{A} - j\omega \epsilon \mu \nabla \phi + \mu \mathbf{J}_0 \end{aligned} \quad (1-40)$$

其中 $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$ 为相位常数。

$$\nabla \cdot \epsilon \mathbf{E} = -j\omega \epsilon \nabla \cdot \mathbf{A} - \epsilon \nabla^2 \phi = \rho_0 \quad (1-41)$$

由定义

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A}$$

所以

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{A} + j\omega \epsilon \mu \nabla \phi - \mu \mathbf{J}_0 \quad (1-42)$$

上面的 ϕ 是任意取的,而 \mathbf{A} 亦未确定(只确定了 $\nabla \times \mathbf{A}$)。事实上,如 \mathbf{A}_1 满足(1-38)式,则 \mathbf{A}_1 加任一个标量函数的梯度也同样满足(1-38)式,并给出同样的 \mathbf{B} , 所以可加一个条件以确定 \mathbf{A} 和 ϕ , 这就是 Lorentz 条件

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -j\omega \epsilon \mu \phi \quad (1-43)$$

代入(1-42)和(1-41)式得

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}_0 \quad (1-44)$$

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = -\rho_0 / \epsilon \quad (1-45)$$

可见, \mathbf{A} 和 ϕ 都满足非齐次 Helmholtz 方程, \mathbf{A} 的源是 \mathbf{J}_0 而 ϕ 的源是 ρ_0 , 因为 \mathbf{J}_0 和 ρ_0 满足连续性方程(1-15)式, 故 \mathbf{A} 和 ϕ 两者本身亦必有关系, 即满足 Lorentz 条件。此条件使得场可以单独用 \mathbf{A} 表示, 即

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (1-46)$$

$$\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A} + \frac{\nabla \nabla \cdot \mathbf{A}}{j\omega\epsilon\mu} \quad (1-47)$$

由此可见, 如已知空间场源分布 \mathbf{J}_0 , 解(1-44)式求得 \mathbf{A} , 再由(1-46)和(1-47)式即可求出 \mathbf{J}_0 产生的电磁场。以下为方便起见, 省去下标“0”。我们在上节中为了区别场的传导电流与场源电流引用了 \mathbf{J} 和 \mathbf{J}_0 的符号, 前面已说明, 在 $\sigma = 0$ 的无损耗媒质(以下简称无损耗媒质)中 $\mathbf{J} = 0$, $\rho = 0$; 而在 $\sigma \neq 0$ 的媒质中, 引入复介电常数

$$\epsilon_\sigma = \epsilon - j \frac{\sigma}{\omega},$$

可以同无损耗媒质情况一样处理, 而使场方程中不再出现传导电流 \mathbf{J} 和 ρ 。以下用 \mathbf{J} 和 ρ 代表场源电流和电荷。

下面求解(1-44)式。设在无限的均匀媒质中有场源 \mathbf{J} 是一单位电流放在图 1-4 的坐标原点处, 其方向为 z 轴方向。电流只有 z 分量, 显然 \mathbf{A} 也只有 z 分量, 于是(1-44)式变成

$$(\nabla^2 + k^2)\mathbf{e}_z A_z = -\mu \mathbf{e}_z \delta(\mathbf{r}) \quad (1-48)$$

$$\text{即} \quad (\nabla^2 + k^2)A_z = -\mu \delta(\mathbf{r}) \quad (1-49)$$

其中 \mathbf{e}_z 为正 z 轴方向的单位矢量, $\delta(\mathbf{r})$ 为 Dirac 函数, 有

$$\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = 0, \quad \mathbf{r} \neq \mathbf{r}_0$$

$$\int_V \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) dV = 1, \quad \mathbf{r}_0 \in V$$

显然 A_z 是球对称的, 即只与 r 有关。将(1-48)式在球坐标中展开, 并使 $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$, $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$,

则有

$$\left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} + k^2 \right) A_z = -\mu \delta(r) \quad (1-50)$$

假设此式之解是向外传播的均匀球面波, 考虑到我们已规定时谐因子为 $e^{+j\omega t}$, 所以其解应取第二类零阶球 Hankel 函数, 即 $A_z = C h_0^{(2)}(kr)$, 其中 C 为待定常数, $h_0^{(2)}(kr) = +j \frac{e^{-jkr}}{kr}$ 。为决定常数 C , 以原点为心, 作半径为 r 的小球, 将(1-48)式在小球内部 V 内

积分, 由 Dirac 函数的性质可知

$$\int_V (\nabla \cdot \nabla A_z + k^2 A_z) dV = -\mu \int_V \delta(\mathbf{r}) dV = -\mu$$

令 $r \rightarrow 0$, 因 $dV \propto r^3$ 而 $|A_z| \propto r^{-1}$, 故 $k^2 A_z$ 的积分 $\rightarrow 0$, 再应用 Gauss 定理

$$\lim_{V \rightarrow 0} \oint_S \nabla A_z \cdot d\mathbf{S} = -\mu$$

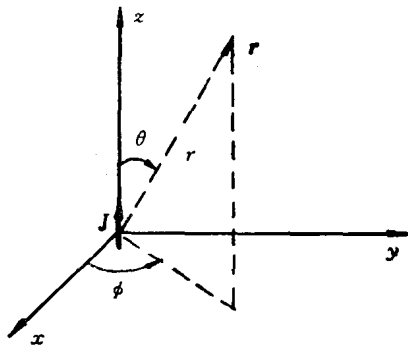


图 1-4 单位电流源及坐标系

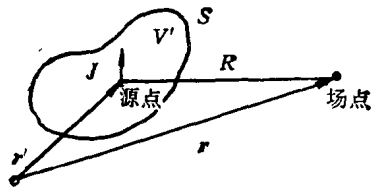


图 1-5 任意电流源空间分布

式中 S 为小球球面, $dS = e_r r^2 d\Omega$, $d\Omega$ 为立体角元, e_r 为正 r 方向单位矢量,

$$\begin{aligned} \nabla A_s &= e_r \frac{\partial}{\partial r} [C h_0^{(2)}(kr)] = e_r \frac{Cj}{k} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) \\ &= e_r \frac{Cj}{k} \left(-jk - \frac{1}{r} \right) \frac{e^{-ikr}}{r}, \end{aligned}$$

故上式为

$$\lim_{\nu \rightarrow 0} \int_0^{4\pi} \frac{Cj}{k} (-jk - 1) e^{-ikr} d\Omega = -\frac{Cj4\pi}{k} = -\mu$$

于是
故

$$C = \mu k / j4\pi$$

$$A_s = (\mu k / j4\pi) h_0^{(2)}(kr) = \frac{\mu e^{-ikr}}{4\pi r} \quad (1-51)$$

此式可推广到由在 r' 处的一个单位电流源 $e_s \delta(r - r')$ 所产生的 $A(r)$ (其中 e_s 为任意方向之单位矢量), 即有

$$A(r) = \frac{\mu e_s}{4\pi |r - r'|} e^{-ik|r - r'|} \quad (1-52)$$

式中 r 和 r' 分别为场点和源点的坐标矢径。

由任意的电流分布辐射的电磁场的 $A(r)$ 可以根据叠加原理求出。一个任意的电流分布可以看作是上述单位电流源的某种加权分布, 总的 $A(r)$ 是这些电流源的叠加。如图 1-5 所示任意电流源分布 $J(r')$ 产生的 $A(r)$ 为

$$A(r) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} J(r') \frac{e^{-ikR}}{R} dV' \quad (1-53)$$

这里 $R = |r - r'|$ 。

比较(1-44)和(1-45)式, 根据同样的推导过程可得

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{V'} \rho(r') \frac{e^{-ikR}}{R} dV' \quad (1-54)$$

上两式被积函数中有因子 e^{-ikR} , 表示由于源点和场点的距离 R 而引起的相位滞后, 所以 A 和 ϕ 分别叫做滞后向量势和标量势, 简称向量势和标量势。有了势函数, 由(1-46)和(1-47)式即可求出辐射场的 B 和 E 。

§ 1.4 电偶极子的辐射场及其天线参数

图 1-6 的原点处是一根短导线, 顺着 z 轴放置, 其长度 l 远小于波长, 其上的电流 I 认为是均匀的。这种短的线天线通常叫做电偶极子。

将电偶极子上的电流写为 $e_z I$ (略去时谐因子 $e^{j\omega t}$), 因此电流产生的辐射场可根据上节讨论过的原理计算。由(1-53)式与(1-51)式可得

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= e_z \frac{\mu}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{I e^{-ikr}}{r} dz \\ &= e_z \frac{\mu I l}{4\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} = e_z A_z \end{aligned} \quad (1-55)$$

由于此辐射场是球面波, 可用 \mathbf{A} 的球坐标分量表示, 即有

$$A_r = A_z \cos \theta = \frac{\mu I l e^{-ikr}}{4\pi r} \cos \theta \quad (1-56)$$

$$A_\theta = -A_z \sin \theta = \frac{-\mu I l e^{-ikr}}{4\pi r} \sin \theta \quad (1-57)$$

根据球坐标的旋度展开式并注意对 ϕ 的对称关系可求出

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{\mu r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_r & r \mathbf{e}_\theta & r \sin \theta \mathbf{e}_\phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & 0 \\ A_r & r A_\theta & 0 \end{vmatrix} \\ &= e_\phi \frac{1}{\mu r} \left(\frac{\partial}{\partial r} r A_\theta - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \\ H_\phi &= \frac{I l e^{-ikr}}{4\pi} \left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \theta \end{aligned} \quad (1-58)$$

其电场强度诸分量可由场方程求出, 有

$$E_r = \frac{I l e^{-ikr}}{4\pi} \left(\frac{2Z_0}{r^2} + \frac{2}{j\omega \epsilon r^3} \right) \cos \theta \quad (1-59)$$

$$E_\theta = \frac{I l e^{-ikr}}{4\pi} \left(\frac{j\omega \mu_0}{r} + \frac{Z_0}{r^2} + \frac{1}{j\omega \epsilon r^3} \right) \sin \theta \quad (1-60)$$

其中 $Z_0 = \left(\frac{\mu}{\epsilon} \right)^{1/2}$, 是空间的波阻抗。

下面分析场的特点。在 $r < 1/k$ 处有

$$\left. \begin{aligned} H_\phi &\approx \frac{I l e^{-ikr}}{4\pi r^2} \sin \theta \\ E_r &\approx \frac{2 I l e^{-ikr}}{j\omega \epsilon 4\pi r^3} \cos \theta \\ E_\theta &\approx \frac{I l e^{-ikr}}{j\omega \epsilon 4\pi r^3} \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (1-61)$$

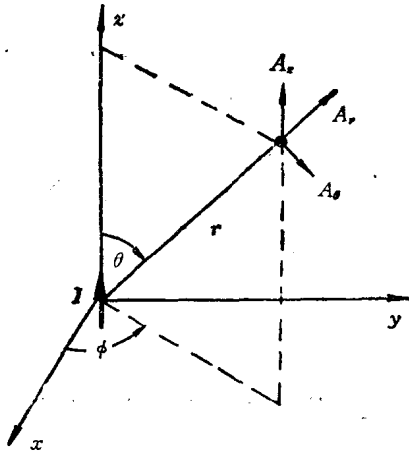


图 1-6 电偶极子产生的矢量势 \mathbf{A}

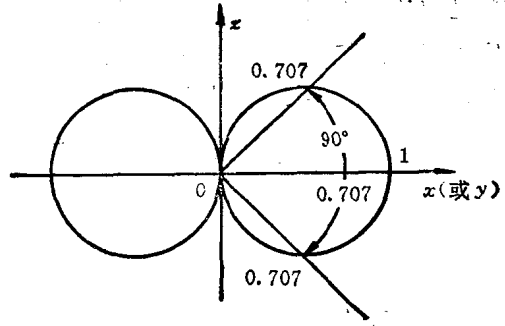


图 1-7 电偶极子波瓣图

这是近区场的主要组成部分。所谓近区指距离电偶极子约 $\lambda/2\pi$ 以内的范围。此区内 \mathbf{E} 与 \mathbf{H} 的主要部分有 $\pi/2$ 的相位差, 根据 Poynting 矢量的概念, 不会产生向外的功率流, 故近区场主要是储能场, 场与电偶极子不断交换能量, 且 \mathbf{E} 落后于 \mathbf{H} $\pi/2$ 相角, 这种储能主要是电场储能。

在 $r \gg 1/k$ 处称做远区, 场分量与 r 成反比, 有

$$H_\phi = \frac{jkIl e^{-ikr}}{4\pi r} \sin\theta \quad (1-62)$$

$$E_\theta = \frac{j\omega\mu Il e^{-ikr}}{4\pi r} \sin\theta \quad (1-63)$$

\mathbf{E} 与 \mathbf{H} 同相, 其比值

$$\frac{E_\theta}{H_\phi} = \frac{\omega\mu}{k} = Z_0 = \left(\frac{\mu}{\epsilon}\right)^{1/2} \quad (1-64)$$

此关系反映了电偶极子辐射的球面电磁波在远处的平面波近似关系。

下面结合电偶极子介绍天线的主要参数波瓣图。式 (1-62) 及 (1-63) 中因子 $\sin\theta$ 反映电偶极子的辐射场的空间分布规律, 叫做方向性函数, 简称方向性。电偶极子的方向性只与 θ 有关, 而与 ϕ 无关。方向性函数的图形叫做方向性图, 也叫波瓣图, 或辐射图。电偶极子的波瓣图示于图 1-7。这里只画出了包含电偶极子的平面 (xz 平面或 yz 平面) 内的波瓣图, 与电偶极子轴垂直的平面 (xy 平面) 内的波瓣图显然是一个以原点为圆心的单位圆。其立体波瓣图不难由这些平面波瓣图想象出来。波瓣图形象地表示了其辐射场在空间各个方向上的分布。上面所述的 xz 或 yz 平面叫做 E 面, 因为辐射场的 \mathbf{E} 矢量在该平面上, 而 \mathbf{H} 矢量与之垂直。 xy 平面叫做 H 面, 因为 \mathbf{H} 矢量在这个平面上而 \mathbf{E} 矢量与之垂直。 E 面和 H 面叫做天线的两个主平面。

在波瓣图上, 通常不止一个波瓣, 最大的波瓣叫做主瓣, 较小的波瓣叫做旁瓣。设在主平面内对应于最强辐射方向的主瓣最大值为 1 (或 0 dB), 则主瓣下降到 0.707 (或 -3 dB) 的两方向之间的夹角叫做主瓣的半功率波瓣宽度, 简称主瓣宽度, 记作 $2\theta_{P/2}$ 。电偶

极子的 E 面主瓣宽度为 90° 。

以下介绍天线的重要参数方向性系数及辐射电阻。天线的方向性系数说明此天线的辐射功率的集中程度，通常与一个向各个方向均匀辐射的无方向性的假想天线比较。如给定天线的总辐射功率为 P ，对无方向性天线，单位立体角的辐射功率为 $P/4\pi$ 。天线的方向性系数 $D(\theta, \phi)$ 的定义是

$$D(\theta, \phi) = \frac{\text{在 } (\theta, \phi) \text{ 方向上每单位立体角的辐射功率}}{P/4\pi} = \frac{(\theta, \phi) \text{ 方向上的辐射功率密度}}{\text{平均辐射功率密度}} \quad (1-65)$$

此式说明 (θ, ϕ) 方向上天线与无方向性天线的功率密度的比值，亦即此方向上实际辐射功率密度与平均辐射功率密度的比值。

天线的 D 一般指最强辐射方向的 D ，即 D_{\max} 。对电偶极子，由(1-62)~(1-64)式求得辐射功率密度为

$$e_r S_r(\theta) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = \frac{e_r Z_0 k^2 I^2 l^2}{32\pi^2 r^2} \sin^2\theta$$

穿过半径为 r 的整个球面的总辐射功率为

$$P = \int_0^\pi S_r(\theta) 2\pi r^2 \sin\theta d\theta = \frac{Z_0 k^2 I^2 l^2}{16\pi} \int_0^\pi \sin^3\theta d\theta = \frac{Z_0 k^2 I^2 l^2}{16\pi} \cdot \frac{4}{3} = \frac{Z_0 k^2 I^2 l^2}{12\pi} \quad (1-66)$$

平均辐射功率密度为

$$S_{av} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{Z_0 k^2 I^2 l^2}{48\pi^2}$$

故

$$D(\theta, \phi) = \frac{3}{2} \sin^2\theta = 1.5 \sin^2\theta$$

$$D_{\max} = 1.5 \quad (1-67)$$

实际的电偶极子可能如图 1-8 所示，平行双线给电偶极子馈电，为得到均匀的电流 I ，在电偶极子两头放上金属圆盘，两圆盘形成电容，盘上电荷 q 与线上电流 I 的关系是 $I = j\omega q$ 。电偶极子的辐射电阻 R_0 是一个假想电阻，电流 I 在 R_0 上损耗即是辐射功率，由(1-66)式可得

$$R_0 = \frac{P}{\frac{1}{2} I^2} = \frac{Z_0 k^2 l^2}{6\pi} \quad (1-68)$$

如以 $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi$, $k = k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 2\pi/\lambda$ 代入，则得自由空间电偶极子的 R_0 为

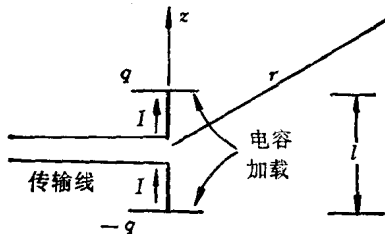


图 1-8 实际电偶极子

$$R_0 = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \quad (1-69)$$

作为一个例子, 设 $l=0.01\lambda$, 求得 $R_0=0.08\Omega$ 。这个数值太小, 说明电偶极子的辐射能力很弱。当加载盘间的电容 C_0 甚大于两杆之间之电容时, 图 1-8 所示的电偶极子的输入阻抗可看作是 $R_0 + (1/j\omega C_0)$; 实部由辐射功率引起, 虚部由近区的电容性储能引起。

天线的方向性与输入阻抗是天线应用中最重要的参数。

§ 1.5 若干定理和概念

本节讨论在分析天线问题时非常有用的一些定理和概念。

(一) 对偶原理

如前面几节所述, 造成电磁辐射的真正场源是天线上的电流, 在有些情况下, 利用假想的磁流做为辐射源可使问题大为简化。例如一个小线圈可等效成磁偶极子, 缝隙天线可等效成磁振子(即振子上存在磁流)。下面我们讨论源为电性的和磁性的两种情况, 表 1-2 列出每种情况的场方程。

表 1-2

电 源 情 况	磁 源 情 况
$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}$	$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E}$ (1-70)
$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E} + \mathbf{J}$	$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} - \mathbf{J}_m$ (1-71)
$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\epsilon$	$\nabla \cdot \mathbf{H} = \rho_m/\mu$ (1-72)
$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$	$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ (1-73)
$\nabla \cdot \mathbf{J} = -j\omega\rho$	$\nabla \cdot \mathbf{J}_m = -j\omega\rho_m$ (1-74)

表中电源情况就是 § 1.2 中各向同性均匀无损媒质中的场方程及连续方程, 其中 \mathbf{J} 和 ρ 是场源的电流密度和电荷密度。磁源情况是同样媒质中场源为磁流密度 \mathbf{J}_m 和磁荷密度 ρ_m 时的场方程和连续方程。当场源都为零时两情况满足同样的方程即无源空间的场方程。故构成磁源情况各式步骤如下: 先列出无源情况的场方程, 再引入磁源 \mathbf{J}_m 和 ρ_m 并使满足连续方程 (1-74), 在 (1-71) 式右边加入场源磁流密度 \mathbf{J}_m , 前面的负号 ($-\mathbf{J}_m$) 是为了和 $-j\omega\mu\mathbf{H}$ (不妨叫做位移磁流密度) 同号。由 (1-71) 和 (1-74) 即可推出 (1-72)。

比较表 1-2 两边的对应方程可以看出, 只要按表 1-3 的互换关系互相交换各量, 则表 1-2 左边和右边方程也可互换。我们称表 1-2 两边的对应方程为对偶方程, 而表 1-3 两边的对应量为对偶量。

在两媒质分界面上的边界条件也是对偶关系, 对电源情况已由 (1-21)~(1-24) 式给出。对磁源情况, 通过对偶关系可由 (1-21)~(1-24) 式推出 (参见图 1-3), 即有

$$\mathbf{e}_n \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = 0 \quad (1-75)$$

$$-\mathbf{e}_n \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = \mathbf{J}_{ms} \quad (1-76)$$

$$\mathbf{e}_n \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = \rho_{ms} \quad (1-77)$$

$$\mathbf{e}_n \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = 0 \quad (1-78)$$