模态分析技术

管迪华

清华大学出版社

模态分析技术

管迪华

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

DE35/11

内容提要

本书紧紧围绕试验模态分析技术这一主题，深入浅出、全面系统地介绍了本专题的一系列研究成果，其中包括作者及其课题组多年来的研究成果和实践总结。

本书共分为 8 章，系统地阐述了试验模态分析技术的频域法、时域法，复模态理论与技术，对模态参数识别的判据与评估以及运用试验模态分析技术解决工程问题的实例。

本书可作为从事航空、航天、船舶、车辆及其他动力机械工程专业的大学本科高年级学生、研究生的教材，也可供有关工程专业技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

模态分析技术/管迪华编著. 一北京：清华大学出版社，1995
ISBN 7-302-02048-5

Ⅰ.模… Ⅱ.管… Ⅲ.模态综合法，模态分析-技术 Ⅳ.TB123

中国版本图书馆 CIP 数据核字(95)第 20361 号

出版者：清华大学出版社(北京清华大学校内，邮编 100084)
印刷者：北京市海淀区清华园印刷厂
发行者：新华书店总店北京科技发行所
开　本：850×1168 1/32　**印张**：5.75　**字数**：148 千字
版　次：1996 年 5 月第 1 版　1996 年 5 月第 1 次印刷
书　号：ISBN 7-302-02048-5/TB・22
印　数：0001—2000
定　价：8.80 元

前　　言

随着现代工程技术的发展，各种结构动力学问题正日益突出。试验模态分析方法与解析的分析方法相结合是解决工程振动问题的重要手段。其中试验模态分析技术是基于试验来建立描述结构振动特性的数学模型的整个过程，其应用范围可贯穿所有工程领域。然而系统论述试验模态分析技术的书籍并不多，这可能有两方面的原因：(1)虽然试验模态分析在60和70年代已取得了一定的发展，并为航空、航天等尖端技术所必需，然而它的许多最强有力的技术手段只是近十多年来才发展起来的，其潜在能力只是近几年才被人们所承认，它的应用领域也正在不断拓宽。所以，试验模态分析技术做为一门学科，既古老而又正处于活跃发展的阶段，难于对其进行系统的概括。(2)试验模态分析是一门综合性非常强的学科，它涉及振动理论、电子测试技术、随机振动、信号处理、电子计算机的应用等等。它的应用领域更是无所不包，除了提及的建模过程，它还扩展到结构灵敏度分析、结构修改、故障诊断及系统动态模拟控制等等。因此，做为试验模态分析的教科书应准确的包括哪些方面难以定论。

自1980年起，作者便开始为清华大学汽车工程系的研究生讲授《试验模态分析技术》课程，并亲自指导研究生从事试验模态分析技术的理论和实践研究工作。本书是在整理授课讲义和总结多年来研究成果的基础上编写而成的。

本书的编写特点是主题突出、深入浅出、实用性强。预期读者是从事航空、航天、船舶、车辆及其它动力机械工程专业学习的大学本科高年级学生、研究生以及有关工程专业的技术人员。所以，在编写时略去了通常包含的有关工程数学、振动力学及测试技术等专门章节。但是在各专题展开叙述过程中，对某些理论基础、试

验技巧等也给予了适当的叙述。本书在编排上紧紧围绕试验模态分析技术这一主题，全面系统地介绍了本专题的一系列新的研究成果，其中包括作者及所领导的课题组多年来的研究成果，如系统模态参数识别的曲线拟合正交多项式方法、多输入多输出的 H_v 传递矩阵的估计方法、应变试验模态分析及室内动态试验模拟的远程参数(RPC)控制技术等。另外，为帮助读者学以致用，本书还给出了一些运用模态分析技术解决工程问题的实例。

借本书出版之际，谨向为本书提供各种资料的研究生们表示感谢，也向支持本书出版的清华大学汽车工程系各位同仁表示谢意。最后作者还要向那些在试验模态分析技术研究领域中作出重要贡献的国内外学者和专家表示崇高的敬意，作者常常从他们的研究成果中汲取营养，受益匪浅。

由于作者水平所限，疏漏、错误之处在所难免，敬请读者不吝指正。

管迪华

1994 年 6 月于清华大学

目　录

第1章 模态分析技术概述

1.1 模态分析技术及其应用

模态分析技术是用于对机械系统、土建结构、桥梁等几乎无所不包的工程结构系统进行动力学分析的现代化方法和手段。它最早应用于航空、航天领域。据统计，在飞行器所发生的许多重大事故中，约有40%与振动有关。在其它领域，随着现代科学技术的发展，人们对工程产品的设计提出了愈来愈高的要求——如车辆、船舶的乘坐舒适性和噪声控制、产品轻量化设计的疲劳强度问题，而产品结构的振动特性对此有着至关重要的影响。因此，模态分析技术的应用领域日益扩大。又由于电子计算机技术的高速发展，尤其是大容量、高速度微型计算机技术的发展，使得应用模态分析技术的费用大大降低，从而促进了其应用领域的进一步扩大、并日益成为动力学分析领域中不可缺少的手段。

在技术先进的国家，试验模态分析技术早已进入工厂化应用阶段，如在美国一些大汽车公司的试验中心已设有车间，专门对汽车各零部件进行模态分析试验，为结构设计与研究提供动特性数据。60年代初，模态分析技术也开始在我国航空、航天领域得到应、用，应该说我国第一颗人造卫星的发射也曾得益于这一技术的应用。然而，我国其它领域对模态分析技术的接触要算是70年代后期的事了。虽然科技界对这一技术的掌握及发展速度不算慢，但在工程技术上的普遍应用和推广还有待于各方面条件的成熟，如产品技术发展竞争的需要及模态分析技术手段的进一步廉价化。

1.2 关于模态分析

模态分析可定义为对结构动态特性的解析分析和试验分析，其结构动态特性用模态参数来表征。在数学上，模态参数是力学系统运动微分方程的特征值和特征矢量；而在试验方面则是试验测得的系统之极点(固有频率和阻尼)和振型(模态向量)。然而随着模态分析专题研究范围的不断扩展，从系统识别到结构灵敏度分析以及动力修改等，模态分析技术已被广义地理解为包括力学系统动态特性的确定以及与其应用有关的大部分领域。

1.3 模态分析技术的历史发展概况

模态分析技术源于30年代提出的将机电进行比拟的机械阻抗技术。由于当时测试技术及计算机技术的限制，它在很长时期内发展非常缓慢。至50年代末，模态分析技术仅限于离散的稳态正弦激振方法。60年代初，跟踪滤波器的问世使得频响函数的测试可大大节约时间，成为切实可行的技术；四相测试仪的出现使得利用模态的正交性，将相邻较近的模态加以分离成为可能。与此同时开始了用数字计算机对模态参数进行识别的努力，先是将跟踪滤波器输出的模拟量经模数转换送入计算机，并用数值计算的方法进行参数识别。在这里首先遇到的难题是，如何解决因频响函数表达式的非线性给曲线拟合所带来的困难。但是，这一研究方向一开始就吸引了大批研究者，致使其迅速地发展成为现代模态分析技术中模态参数识别的唯一有效手段。

70年代中期以前发展成熟的模态分析频域方法有多点稳态正弦激振和单点激振频响函数法。对单点激振频响函数法发展最有影响的是于60年代末问世的快速富立叶变换计算方法(FFT)，

该方法在微机上的实现使频响函数的测定比用模拟量的测量节省了大量的时间。此后许多新的试验激振方法也应运而生，如脉冲、随机、伪随机等激振方法。尽管对于单点激振频响函数法及多点稳态正弦激振法的优缺点始终存在着争议，但是对此我们仍可作出如下的概要评价——单点激振频响函数法简单易行，手段经济，因此应用较广，尤其是常用于精度要求不很高的故障诊断。而多点稳态正弦激振方法能分离分布密度较高的模态，丢失模态的机会少，若借助于频率分辨率高的信号源(高达 10^{-6}Hz)，则精确的试验结果可与有限元分析结果相对比。但由于其试验设备庞大，费用昂贵，对激振力的适调在很大程度上依赖于试验人员的经验，且试验也很费时，因此多点稳态正弦激振方法多用于宇航部门。鉴于上述特点，人们一直在寻求一种能综合它们优点于一体的多点激振方法——它既可象单点激振频响函数法那样，用数值分析的方法确定一个频段内全部可得到的各输入与输出间的动态响应特性，又可以用选择不同布点的多点激振方案的方法分离高模态密度的各阶模态，且尽量减少丢失模态的可能性。这方面所做的努力只有在多通道数据采集及计算机小型化、高速度、大容量技术迅速发展的条件下，于 70 年代末 80 年代初才开始取得实质性的进展。80 年代中后期先后推出了先进实用的商品化系统分析软件，其中有代表性的要算是美国 SDRC 公司的多参考点复指数法(multiple reference complex exponential method)和现在一致被推荐的多点激振频域法。

70 年代初期，J. R. Ibraibim 提出了与频域模态分析法并行的时域分析方法——ITD 法(ibraibim time domain)。时域法利用系统的自由衰减振动信号来提取模态参数。由于该方法没有系统输入信息，故只能提取部分模态参数，其确定的模态矢量只描述系统各点的相对运动，不具有量纲，因此无法提取模态质量或刚度的参数。故该方法应用范围局限性较大，目前多用于故障诊断技术。随

后提出的随机减量技术能够从系统工作时的在线信号提取自由衰减振动信息，使得时域法成为目前唯一可对处于工作状态的系统进行模态分析的试验方法。

1.4　当前的模态分析技术

随着电子计算机技术朝着大容量、高速度和小型廉价化方向的飞速发展，当今的许多工程问题都借助于数值分析方法得到了更加完善、精确的结果。结构动力学分析技术的发展也是如此，原来只能进行定性分析的问题，如今可通过建模进行解析的定量分析，而直接应用模态参数进行建模与分析更可收到快速、简便、经济的效果。因而对试验模态分析提出日益高精度的要求推动着模态试验技术的进一步发展。与此同时，当今电子计算机的发展本身也为模态分析技术的发展提供了必要的物质基础。当前试验模态分析技术发展的特点是：

(1) 多通道输入的多点激振和对多通道输入输出信号数据进行总体的综合处理，是达到模态参数识别一致性和高精度的有效途径。

(2) 对试验数据处理及模态参数识别不再严格地区分频域法和时域法。由于当今计算机的大容量与高速度使得模态分析技术在采用模型和算法上已几乎不受容量与机时的限制，因此人们有可能综合运用各种方法的长处以达到高精度地提取模态参数的目的。如当前较成功的多参考点复指数法虽被归纳为时域法，但其模态参数识别所依据的脉冲响应函数却来自于对频响函数的逆富立叶变换，这使得时域法具有了输入信息，并由于频域的滤波处理，信噪比也得到了改善。

(3) 为对数据模型进行定阶，并对从中提取的模态参数鉴别其真伪，判断其识别精度，研究者们提出了一系列判据与算法，并

且这些功能一般都可由计算机自动完成。一系列计算机辅助功能的增加，大大地降低了对试验人员经验积累的要求，从而便于模态分析技术的推广应用。但是尽管如此，试验模态分析仍然是一门技艺性要求很高的试验技术。

(4) 为提高运算速度，70 年代末以前商品化的模态分析算法均是以固化的硬件出现的。而计算机大容量、高速度和小型化技术的发展使得当今几乎所有的模态分析算法均以软件的形式在微机上实现，其特点是技术发展灵活，速度快且成本低。

(5) 长期以来扭转模态矢量的测试技术大大落后于直线坐标模态矢量的测试，而将试验模态参数直接用于解析分析对模态参数的识别精度提出了愈来愈高的要求，并由此提出了扭转模态矢量的测量问题。目前，扭转模态矢量测试技术发展较快，并取得一些成果。

第2章　试验模态分析频域法

2.1　系统假设

1. 线性假设

假设被试验识别系统是线性的，其物理意义是，结构系统对任一组同时作用的激励的响应是该组内每一激励单独作用时系统响应的线性叠加。基于这一假设，我们有可能在试验室内对系统施加容易实现、便于测量的作用力进行激励，并由此提取被测试系统的特征参数，而不必施加与其工作环境相同的激励。值得注意的是，许多真实系统总是不同程度地偏离这一假设。因此在处理工程问题时要注意保证系统线性模型有充分的近似程度。

2. 时不变假设

系统是定常的，即系统特征参数为常量，满足该假设的系统称之为定常系统。例如，假定系统某特征参数与温度有关，则当温度随时间变化时，系统特征参数也随之变化，则系统不满足时不变假设，称这样的系统为非时不变系统。如果系统为非时不变系统，那么在不同时刻所测试验数据将不一致，从而得不到稳定的系统特征参数。

3. 可观测性

对系统输入、输出的量测结果应含有足够的信息，以描述该系统适当特性的模型，否则称该系统为不可观测系统。如果结构的某些零件松动，或更一般地说，如果系统包含的某些自由度未能被识

别，则称该系统为不完全可观测的。当然，系统的可观测性具有相对性。某些系统在理论上是可观测的，但由于试验条件及测试技术所限，却可能成为不可观测系统，或不完全可观测系统。现代控制理论根据从系统测试出的信息，对其可观测性给出了数学上的判据，有兴趣的读者可参考某些现代控制理论专著。

2.2 多点稳态正弦正交激振法

Lowis 和 Wrisley 于 1950 年首次提出多点稳态正弦正交激振方法。他们发现，经适当选择的一组激振力在某一频率下可抵消系统的耗散力，此时描述系统的运动微分方程即退化为无阻尼同构运动微分方程。1956 年，Deveubeke 对这一问题做了理论的阐述，其理论推导如下：

一个 n 自由度系统在一组激振力作用下，其运动微分方程为：

$$[M]\{\ddot{x}\}+[C]\{\dot{x}\}+[K]\{x\}=\{f\} \tag{2-1}$$

令

$$\{f\}=\{F\}\sin\omega t \tag{2-2}$$

则有响应

$$\{x\}=\{X\}\sin(\omega t-\varphi) \tag{2-3}$$

将(2-2)、(2-3)式代入(2-1)式，分离含有 $\sin\omega t$ 及 $\cos\omega t$ 各项，并分别组成等式：

$$\begin{cases}\cos\varphi([K]-\omega^2[M])\{X\}+\omega\sin\varphi[C]\{X\}=\{F\} & (2\text{-}4)\\ -\sin\varphi([K]-\omega^2[M])\{X\}-\omega\cos\varphi[C]\{X\}=\{O\} & (2\text{-}5)\end{cases}$$

如果，滞后角 $\varphi=\pi/2+m\pi$（m 为整数），则有：

$$\begin{cases}([K]-\omega^2[M])\{X\}=\{O\} & (2\text{-}6)\\ \omega[C]\{X\}=\{F\} & (2\text{-}7)\end{cases}$$

上式的物理意义为：如果将激振力适调至满足(2-7)式，则所对应的频率将满足(2-6)式。显然，(2-6)式是方程(2-1)的无阻尼同构方程，对应于该方程的特征值及相应的解向量 $\{X\}$ 分别为系

统的无阻尼固有频率和特征矢量(即模态矢量)。且由于$\{F\}$、$\{X\}$均为实数,因此强迫正交模态激振所要求施加的广义力各元素是同相的或反相的。因所得模态矢量为实数,故称系统模态为实模态,称该系统为实模态系统。

应该指出,以上推导是以假定$\varphi=\pi/2+m\pi$(m为整数)为出发点的,被提取的模态为实模态。然而真实系统均在不同程度上偏离这一假定,只有当系统阻尼矩阵$[C]$比例于质量矩阵$[M]$,刚度矩阵$[K]$,或是它们的线性组合即比例阻尼时,才严格地得到实模态。

对(2-1)式中的$\{X\}$进行如下坐标变换,

$$\{X\} = [\Phi]\{q\} \tag{2-8}$$

式中,$[\Phi]$为振型矩阵,$\{q\}$为模态广义坐标列阵。将(2-8)式代入(2-1),并左乘以$[\Phi]^T$,得:

$$[\Phi]^T[M][\Phi]\{\ddot{q}\}+[\Phi]^T[C][\Phi]\{\dot{q}\}+[\Phi]^T[K][\Phi]\{q\}=[\Phi]^T\{f\} \tag{2-9}$$

由质量矩阵$[M]$和刚度矩阵$[K]$的加权正交性得:

$$[\Phi]^T[M][\Phi] = \begin{bmatrix} m_{11} & & & \\ & m_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & m_{nn} \end{bmatrix}$$

$$[\Phi]^T[K][\Phi] = \begin{bmatrix} k_{11} & & & \\ & k_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & k_{nn} \end{bmatrix}$$

若令系统阻尼为比例阻尼,显然$[\Phi]^T[C][\Phi]$亦可同时化为对角阵,则(2-9)式可写成

$$\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_{ii} & \\ & & \ddots \end{bmatrix}\{\ddot{q}_i\}+\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & c_{ii} & \\ & & \ddots \end{bmatrix}\{\dot{q}_i\}+\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & k_{ii} & \\ & & \ddots \end{bmatrix}\{q_i\}=[\Phi]^T\{f_i\} \quad (2\text{-}10)$$

至此,方程组被解耦为 n 个单自由度运动微分方程,其形式如

$$m_{ii}\ddot{q}_i + c_{ii}\dot{q}_i + k_{ii}q_i = \sum_{j=1}^{m}\varphi_{ij}f_j \quad (2\text{-}11)$$

式中,i 为模态序号,j 为激振力作用点序号($j=1,2,\cdots,m$),φ_{ij}为 i 阶模态在 j 点的振型系数。

方程(2-11)的物理含义是:可通过激振力的适调找到一组广义力,该广义力仅激发出系统某单一模态。由于系统激励与系统速度响应在共振频率处具有相同的相位,因此有:

$$\begin{cases} m_{ii}\ddot{q}_i + k_{ii}q_i = 0 \\ c_{ii}\dot{q}_i = \sum_{j=1}^{m}\varphi_{ij}f_j \end{cases} \quad (2\text{-}12)$$

即外力等于阻尼力,惯性力等于弹性力且方向相反。此时描述系统振动形态的矢量便是模态振型矢量,且该振型为一实振型。若在该阶纯模态出现后,同时切断所有点的激振力,则系统作单一频率(该阶固有频率)的自由衰减振动。此时若测得自由衰减振动响应,即可确定系统该阶的模态阻尼。当然也可通过其它方法如半功率带宽法确定系统阻尼。

多点稳态正弦正交激振试验对模态密度较高的大型复合结构及小阻尼结构均可取得较好的试验结果。然而它所需激振、测试和监测系统复杂庞大,力适调技术要求试验人员有丰富的试验经验及技艺,且测试过程耗时。因此 70 年代中后期,人们一直致力于计算机辅助力适调技术的研究,然而终因不能自动对激振点进行改变而进展甚微。此外,由理论推导可知,该方法仅适于实模态参数的提取,即系统阻尼应为比例阻尼或具有较小的非比例阻尼,以致其阻尼阵的非对角项可略而不计。

2.3 单点激振频响函数法

单点激振频响函数法是依据单点激振各响应点拾振的频响函数来提取模态参数的一种有效方法。该方法简单易行，因而得到了广泛的应用，其中应用最广的是曲线拟合方法。为了避免由于激振点恰巧是某阶模态的节点而造成该阶模态的丢失，试验一般要在多个激振点上依次激振，这样做亦可同时检验试验结果的一致性。以下给出该方法的理论基础：

令一 n 自由度线性系统，其矩阵方程为：

$$[M]\{\ddot{x}\}+[C]\{\dot{x}\}+[K]\{X\}=\{f\} \tag{2-13}$$

式中 $[C]$ 为粘性阻尼矩阵，其它阻尼可通过周期耗散能相等原则转化为等效粘性阻尼。

设零初始条件，并对(2-13)式进行拉氏变换，得：

$$(s^2[M]+s[C]+[K])\{X(s)\}=\{F(s)\} \tag{2-14}$$

令 $[B(s)]=(s^2[M]+s[C]+[K])$，$[B(s)]$ 为系统矩阵，则有 $[B(s)]\{X(s)\}=\{F(s)\}$。

又令

$$[H(s)]=[B(s)]^{-1}=\frac{[D(s)]}{\det[B(s)]} \tag{2-15}$$

则有

$$\{X(s)\}=[H(s)]\{F(s)\} \tag{2-16}$$

式中，$[D(s)]$ 为 $[B(s)]$ 的伴随矩阵，$\det[B(s)]$ 为 $[B(s)]$ 的判别式。我们知道，伴随矩阵之元素及 $\det[B(s)]$ 均为 s 的多项式，故 $[H(s)]$ 中各元素 H_{lp} 可表示成如下有理公式：

$$H_{lp}(s)=\frac{a_0+a_1s+\cdots+a_ms^m}{1+b_1s+\cdots+b_ns^n} \tag{2-17}$$

设系统为欠阻尼系统且具有单重根，则极点为复数且共轭成对出