

物理学前沿丛书

# 莱文森定理， 反常和 真空相变

倪光炯 陈苏卿 著

上海科学技术出版社

物理学前沿丛书

莱文森定理，  
反常和真空相变

倪光炯 著  
陈苏卿

上海科学技术出版社

**A FRONTIER SERIES IN PHYSICS**

**Levinson Theorem, Anomaly and the  
Phase Transition of Vacuum**

**Ni Guangjiong  
Chen Suqing**

**SHANGHAI SCIENTIFIC & TECHNICAL PUBLISHERS**

**责任编辑 戴雪文**

**物理学前沿丛书  
莱文森定理, 反常和真空相变**

**倪光炯 陈苏卿 著**

**上海科学技术出版社出版、发行  
(上海瑞金二路 450 号)**

**上海新华书店上海发行所经销 上海商务印刷厂印刷  
开本 850×1168 1/32 印张10.875 插页4 字数 276,000**

**1995年7月第1版 1995年7月第1次印刷**

**印数 1—1,200**

**ISBN 7-5323-3731-6/0·185**

**定价: 18.70 元**

## 内 容 提 要

本书反映作者多年来在量子力学与量子场论方面的工作成果。全书共分八章：莱文森(Levinson)定理及其推广、量子力学中的奇性态问题、二维分数统计理论、辐射的量子化、约束体系的量子化、反常的路径积分方法、量子场论中的高斯有效势方法、真空的对称性破缺和临界耦合常数。

各章内容相对独立而又有内在联系。这些内容都是关于物理学中相当重要的基本问题，论述时既注意物理上的直观性，又不失数学上的严谨。

本书叙述上深入浅出，语言生动活泼，在各章中都讲清楚必要的概念和基础知识，又在不少地方写出作者独到的见解和体会，力求使读者容易读懂而且能产生兴趣；使读者在欣赏物理学的“和谐”和“美”的同时，学到一些切实有用的理论物理知识和方法。

本书适合物理系高年级学生、研究生、教师和理论物理研究工作者阅读。

## 《物理学前沿丛书》编辑委员会

主编 冯 端

常务编委 倪光炯

委员 (以姓氏笔划为序)

王 迅	甘子钊	闵乃本
李家明	汪克林	张其瑞
周孝谦	段一士	高崇寿
陶瑞宝	顾世洧	顾秉林
侯伯宇	唐孝威	龚昌德
黄祖洽	葛墨林	蒲富恪
戴元本		

# A FRONTIER SERIES IN PHYSICS

## EDITORIAL BOARD

Editor-in-Chief **Feng Duan**

Executive Editor **Ni Guangjiong**

### Members

Dai Yuanben	Duan Yishi
Gan Zizhao	Gao Chongshou
Ge Molin	Gong Changde
Gu Binglin	Gu Shiwei
Hou Boyu	Huang Zuqia
Li Jiaming	Min Naiben
Pu Fuke	Tang Xiaowei
Tao Ruibao	Wang Kelin
Wang Xun	Zhang Qirui
Zhou Xiaoqian	

## 出版说明

---

我社在物理学界专家学者的热忱关怀下，历年来出了一些比较好的书，如《晶体生长的物理基础》（闵乃本著）、《原子物理学》（第一版，杨福家著）、《原子核结构核理论》（曾谨言、孙洪洲编著）、《群表示论的新途径》（陈金全著）、《物理学中的群论》（陶瑞宝著）、《近代物理学》（倪光炯、李洪芳编著），等等。这些书受到国内外物理学界、出版界和读者的欢迎和好评。为进一步出好这方面的著作，我社拟出版《物理学前沿丛书》。其宗旨是：向国内外介绍我国第一流的物理研究成果，扩大我国物理研究成果在国内外的影响，促进学科的发展和交流。《物理学前沿丛书》包括的面：基础物理、应用物理和技术物理的前沿领域。

考虑到物理科学的特点，在大体统一的规格要求下，我们将充分发挥作者的特长，努力使本丛书具有丰富多采的风格。例如：(1) 作者可以对一个专门分支学科，按自己的观点作比较全面深入的阐述，其中一部分内容反映作者自己的创造性工作；(2) 作者也可以着重反映自己有特色的、比较成熟的系统性研究，就某一个重要的课题作详细的介绍，但应包括必要的预备知识和有关课题在国际上的发展动态；(3) 在某一领域或新课题的研究发展特别迅速的情况下，我们也可把系列学术报告或专门性讲座汇编起来，经过适当加工，再加上一个比较详细的前言介绍，以便尽快出版；(4) 在考虑书稿时应充分注意历年来“获奖”项目和国家基金会重点资助的项目。

我们希望，本丛书不仅可以作为高年级大学生和研究生的教材，而且对广大的教师和科研工作者有益。经若干年有了适当的积累之后，能够在一定程度上显示出我国物理学界的风貌。

# 序

---

“序言总是最后写的”。这一次我们也不例外。就谈谈感受吧。完成这本书的初稿后，好像松了一口气，同时又感到不安。这是因为，将多年来我们与合作者关于量子力学和量子场论的研究整理起来成为一本书，奉献给广大的同行和读者，一方面固然值得高兴，另一方面又生怕书中还存在这样那样的错误。从我们走过的路，我们深深体会，科学的研究的过程就是不断学习克服无知和谬误，探索未知的过程。这个过程永远不会终结。而探索中失败的机会远远超过成功的机会。我们两人都没有学位，没读过研究生，靠了大学（还有中、小学）有良好的基础，毕业后自己在科研中闯出了一条路，因此不可避免地路是相当崎岖而漫长的。每次遇到困难的时候，总得像初学游泳时呛了水那样，要使自己沉到底，脚踏实地后，才能重新启动。回过头去看过去，又像一个人在海边的沙滩上走着一条曲曲弯弯的路，留下或深或浅的脚印（这些脚印很快就会被海潮冲刷掉），而手中也捡到了一些贝壳（却并不知道它们会有什么样的价值）。

关于本书的内容，读者从目录中可以看出，这八章的论述是相对独立但又有一定的内在联系。我们坚信理论物理首先是物理，而物理必定有相当的直观性，即使在讨论很抽象的问题时也是如此。当然，数学是必不可少的，也应当力求严格。在叙述上我们力求明白易懂，在每章中介绍必要的基本概念和基本知识，目的是使有一定物理和数学准备的读者读起来不至于遇到太多的阻力，而且会产生兴趣。物理学意味着“和谐”和“美”。希望读者能从本书中多少欣赏到这一点。物理学又是有用的，能解决实际问题的，因此本书对处理问题的方法和计算公式，该详细的地方也努力讲

清楚。

由于本书的性质主要是介绍我们自己的工作，也由于篇幅的限制，更由于科学在不断地发展，我们在各章的论述不可能是全面的，同时只引用了很少的一些必要的文献，有些学者的工作因限于篇幅没有在本书中得到反映，我们谨向他们致歉。

我们愉快地感谢多年来科研上的合作者（他们的姓名和所起的重要作用都已在引文中充分地得到反映）。靠了他们的密切合作，我们才一起学懂了许多新知识，并分享了许多苦恼和喜悦。我们不会忘记我们的老师特别是理论物理的启蒙老师，复旦大学的卢鹤绂教授、谢希德教授和周世勋教授。1972年以后，我们从杨振宁教授和李政道教授的学术讲演和讨论中得到了很多教益（Levinson定理这个题目就是杨先生提出来的）。我们也从同事和朋友们的报告或讨论中学到了许多。最后，戴元本教授审阅了本书的初稿，提出了宝贵的意见，使我们得以避免多处错误或缺点。我们谨在此一并致谢。当然，如前所述，书中一定还存在不少错误、片面或不当之处，恳请读者在谅解之余，予以指正。

倪光炯 陈苏卿

1994年6月 于复旦大学

# PREFACE

---

“The preface is always written last”. This time we also make no exception to this rule. Let us talk about our feeling. After finishing the first draft of this book, we seems to be relaxed for a while, but restless still. It is indeed a great pleasure for us to arrange the research work over the years into a book and to present it to the broad physics community and readers. However, on the other hand, we are afraid there might exist some errors one way or the other in the book. We know from our experience that the process of scientific research is a process of learning unceasingly, overcoming the ignorance and falsehood and probing the secret of nature. This process will never end. During the adventure the chances of failure far exceed that of success. Both of us have no degree and no experience of graduate studies as well. Relying on the good education we got in university (also in middle and primary school), we rushed at the path toward the academic research. Inevitably, our path follows a very long and tortuous course. Every time, when encountering the difficulties, we had to dive to the bottom as if a beginner in swimming choked water. Only after the firm ground was found, could we restart again. Looking back toward the past, we might depict the picture roughly as follows. A man rambled on the sandy beach near the sea shore, following a zigzag path. Footprints,

either deep or shallow, left by him might soon wiped away by the sea tide. However, a few shells were picked in his hand, though he did not know whether they were of some value.

As for the contents of this book, the readers will see that eight chapters are relatively independent while some inner relationships exist among them. We believe firmly that theoretical physics should be physics first, and physics must be accessible to direct insight to some extent, even one is talking about problems of rather abstract nature. Of course, mathematics is also necessary, and should be dealt with as rigorous as possible. We manage to make the presentation as clear and understandable as we can. In each chapter the necessary basic concept and knowledge are introduced in such a way that any reader with certain preparation in physics and mathematics could read without much difficulties, he might be interested during his reading too. Physics implies "harmony" and "beauty". We hope that the reader will appreciate it to some extent via his reading. Physics is also useful in the sense of being capable of solving practical problems. So efforts have been made to explain methods for dealing with the questions and performing calculations in some details.

Since this book is aiming at presenting the works mainly by ourselves, also due to the limitation in length, moreover, due to the rapid development of science, our discussion in each chapter is by no means complete. Meanwhile, only a few necessary literatures are cited. We take this opportunity to express our regret to all relevant authors whose contributions had not been mentioned in this

book.

It is a great pleasure for us to thank our collaborators in research for so many years. Their names and the important roles played by them are fully shown in the papers listed. Thanks to their close collaboration, we were able to learn a lot of new knowledge and share our joy as well as frustrations together. We will never forget our teachers, especially Professor Lu Hoff, Professor Xie Xide and Professor Zhou Shixun in Fudan University for their efforts in introducing us to the field of theoretical physics. Since 1972, we have benefited from various lectures given by and discussions with Professor C. N. Yang and Professor T. D. Lee. (Actually, the topics on Levinson Theorem was brought to our attention by Professor Yang). We also learnt a great deal from lectures and discussions by our colleagues and friends. Finally, Professor Dai Yuanben went over the whole manuscript of this book and raised valuable suggestions so that many errors or defects could be avoided. We express our deep gratitude to all of them. Of course, as mentioned above, there must be considerable mistakes, unilateral or unsuitable narrations in this book. We request the readers to point out them for corrections and we ask for forgiveness at the same time.

**Ni Guangjiong Chen Suqing**

Fudan University June 1994

# 目 录

---

<b>第一章</b>	<b>Levinson (莱文森) 定理及其推广</b>	<b>1</b>
§ 1.1	引言	1
§ 1.2	数学准备	4
§ 1.3	渐近完备性定理	5
§ 1.4	Levinson 定理的新形式	7
§ 1.5	Levinson 定理在狄拉克方程中的推广	14
§ 1.6	Levinson 定理在 Klein-Gordon 方程中的推广	20
参考文献		26
 <b>第二章</b>	<b>量子力学中的奇性态问题</b>	<b>27</b>
§ 2.1	问题的提出	27
§ 2.2	薛定谔方程的正交判据	32
§ 2.3	奇性势下不定位相角的出现	36
§ 2.4	奇性势 $V(r) = -\frac{\alpha}{r} - \frac{\beta}{r^2}$ 的解	40
§ 2.5	狄拉克方程的正交判据和定解条件	49
§ 2.6	包含磁单极体系中不定相角的出现及其确定	52
2.6.1	磁单极与狄拉克量子化条件	52
2.6.2	狄拉克磁单极-费米子体系的奇性问题	53
2.6.3	双子电荷的确定	54
2.6.4	小结	57
参考文献		58
 <b>第三章</b>	<b>二维分数统计理论</b>	<b>60</b>

---

§ 3.1 引言, Wilczek 模型 .....	60
§ 3.2 任意子气体的第二维里系数 .....	65
§ 3.3 分数统计的理论基础 .....	70
3.3.1 单粒子量子力学的简单回顾 .....	70
3.3.2 物理组态空间, Hilbert 丛和截面 .....	72
3.3.3 平行移动, 联络, 和乐群元和辫子群 .....	74
3.3.4 联络和波函数的显示式 .....	77
3.3.5 路径积分和统计规范势 .....	79
3.3.6 任意子体系的基本和 P、T 破坏 .....	81
§ 3.4 分数统计和量子群 .....	84
§ 3.5 分数统计与 Chern-Simons 项 .....	90
参考文献 .....	93
 第四章 辐射的量子化 .....	95
§ 4.1 Casimir 效应和 Casimir-Polder 力 .....	95
§ 4.2 均匀电场中狄拉克方程的严格解和真空中正负电子对的产生率 .....	101
§ 4.3 穿越辐射的量子理论 .....	108
§ 4.4 自旋反转的同步回旋辐射 .....	116
附录 4A 一些数学公式 .....	130
参考文献 .....	131
 第五章 约束体系的量子化 .....	133
§ 5.1 约束体系量子化的狄拉克理论 .....	134
5.1.1 拉氏量、动量、运动方程和初级约束 .....	134
5.1.2 泊松括号、次级约束和自治性条件 .....	136
5.1.3 第一类约束和第二类约束 .....	140
5.1.4 只有第一类约束的体系的量子化 .....	142
5.1.5 有第二类约束的体系的量子化 .....	144
§ 5.2 无自旋的点粒子 .....	147
5.2.1 协变拉氏量 .....	147

---

5.2.2 泊松括号与哈密顿量 .....	148
5.2.3 选规范约束, 狄拉克括号 .....	150
5.2.4 量子化 .....	151
5.2.5 另一种非明显协变的做法 .....	153
§ 5.3 玻色弦 .....	154
5.3.1 Nambu-Goto 作用量和 Polyakov 作用量 .....	154
5.3.2 约束、泊松括号和哈密顿量 .....	157
5.3.3 弦的量子化和共形反常 .....	158
§ 5.4 Chern-Simons 规范场的量子化 .....	161
§ 5.5 手征玻色子的 Gupta-Bleuler 量子化 .....	165
5.5.1 (1+1)维手征玻色子模型 .....	165
5.5.2 量子化的困难 .....	166
5.5.3 Gupta-Bleuler 方法 .....	168
5.5.4 $n$ 粒子物理态的具体构造 .....	170
参考文献 .....	171
 第六章 反常的路径积分方法 .....	173
§ 6.1 什么是反常? .....	173
§ 6.2 随动表象和一个相角的出现 .....	180
§ 6.3 关于零模和 Wess-Zumino 条件 .....	185
§ 6.4 一种新的正规化方案, 反常项的导出 .....	190
§ 6.5 (1+1)维费米场的玻色化 .....	195
§ 6.6 有外电场的无质量 Thirring 模型 .....	199
§ 6.7 非阿贝尔的玻色化 .....	203
参考文献 .....	208
 第七章 量子场论中的高斯有效势方法 .....	211
§ 7.1 量子场论中的薛定谔绘景 .....	211
§ 7.2 Double sine-Gordon 模型的 Coleman 相变 .....	212
§ 7.3 $\lambda\phi^4$ 模型的非凡性判据与 Higgs 粒子的质量 .....	219
7.3.1 $\lambda\phi^4$ 模型的平凡性问题 .....	219

---

7.3.2 (3+1)维 $\lambda\phi^4$ 模型的 GEP.....	220
7.3.3 对称相、破缺相及其稳定性判据 .....	223
7.3.4 关于 Higgs 粒子质量的上下限 .....	228
<b>§ 7.4 二维库仑气的 Kosterlitz -Thouless 相变 .....</b>	<b>238</b>
7.4.1 Kosterlitz-Thouless(K-T)相变 .....	238
7.4.2 库仑气模型与 sine-Gordon 场论 .....	242
7.4.3 高斯有效势近似 .....	244
7.4.4 K-T 相变的临界线、相图和序参量 .....	249
<b>§ 7.5 一维库仑气和夸克的去禁闭相变 .....</b>	<b>253</b>
<b>附录 7A 量子化 sine-Gordon 模型中的孤子质量 .....</b>	<b>261</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>267</b>
<b>第八章 真空的对称性破缺和临界耦合常数 .....</b>	<b>269</b>
§ 8.1 真空自发破缺和玻色凝结, Higgs 机制 .....	270
§ 8.2 标量量子电动力学中耦合常数的临界值 .....	277
§ 8.3 Nambu-Jona-Lasinio 模型和 Gross-Neveu 模型 .....	285
§ 8.4 量子电动力学中的手征对称破缺 .....	294
8.4.1 问题概述 .....	294
8.4.2 模型哈密顿和相对论性的正则变换 .....	298
8.4.3 RPA 和玻色子激发 .....	301
8.4.4 QED+NJL 模型中的相图 .....	304
8.4.5 标度反常和有质量的 Dilaton .....	305
8.4.6 重正化和 $\beta$ 函数 .....	307
8.4.7 小结 .....	310
附录 8A 相干态 .....	311
附录 8B 实时温度 Green 函数 .....	314
附录 8C 零质量费米子旋量的一些性质 .....	316
参考文献 .....	319