

ZHENDONG YU CHONGJI 振动  
SHOUCE 手册

# 与冲击手册

第一卷 基本理论和分析方法

---

《振动与冲击手册》编辑委员会 编著

52.2012  
186  
11

# 振动与冲击手册

第一卷

基本理论和分析方法

《振动与冲击手册》编辑委员会 编著



国防工业出版社

4013676

## 内 容 简 介

《振动与冲击手册》是一部反映我国机械、仪器仪表、土木建筑、船舶车辆、航空航天等领域中有关振动与冲击的实际问题和最新成就的大型工具书。它既包括基本理论研究,又注重了工程应用,紧密结合我国国情,反映了这一领域的最新成果,如:“振动利用”、“模态综合技术”、“管系振动”等。本《手册》用简便、直观的形式为从事振动工作的同志提供了解决问题的最佳途径。

本《手册》共分三卷:第一卷为基本理论和分析方法;第二卷为测试技术;第三卷为工程应用。全书共三十二章,分别由在各有关领域工作的四十多位专家和科技人员执笔编写。

本《手册》可供工程技术界、科研单位、高等院校等从事“振动与冲击”基础理论研究、测试技术研究及具体解决生产中的振动、冲击问题的广大科技人员使用,亦可作为大学高年级学生及研究生的参考书。

## 振 动 与 冲 击 手 册

### 第 一 卷

#### 基本理论和分析方法

《振动与冲击手册》编辑委员会 编著

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经销

国防工业出版社印刷厂印装

787×1092 1/16 印张39<sup>1</sup>/<sub>2</sub> 插页2 916千字

1988年4月第一版 1988年4月第一次印刷 印数: 0,001—2,660册

ISBN7-118-00008-6/T41 定价: 11.10元

科技新书目165-102

## 《振动与冲击手册》编辑委员会名单

**主 编** 唐熙千 黄文虎  
**副主编** 恽伟君 郭管川 黄敦朴  
**编 委** 唐熙千 黄文虎 恽伟君 郭管川 黄敦朴 庄表中 陈予恕  
宋文治 屠良尧 张景绘 朱光汉 付汝楫  
**责任编辑** 吴芝萍  
**特邀编辑** 罗友祥 俞则人

\* \* \*

**本卷主编** 恽伟君

**本卷编写人员** (以章节顺序为序)

前 言: 黄文虎;

第一章: 黄文虎、邵成勋;

第二章: 引自中华人民共和国国家标准GB2298-80;

第三章: 邓惠和;

第四章: 恽伟君、段根宝、庄表中、陈乃立;

第五章: 恽伟君、段根宝;

第六章: 曹志浩;

第七章: 邹经湘、屠良尧;

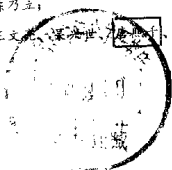
第八章: 恽伟君、朱农时;

第九章: 陈予恕、金志胜;

第十章: 陈予恕、王洪礼;

第十一章: 庄表中、陈乃立;

第十二章: 陆鑫森、王文治、宋文治、唐熙千、张景绘。



4013676

## 序

振动与冲击既是一门古老的学科，又是近年来有很大发展的技术。它的应用几乎涉及到各个工业部门。近一、二十年来，在这个领域内新方法、新技术发展之快，文献资料增加之多，虽不需“爆炸”二字来形容，但用“迅猛”二字是恰如其分的。一方面是我国社会主义现代化建设中有大量的振动与冲击问题需要解决，另一方面又有相当多的新成果可供利用，即需要和可能并存，问题是要使两者迅速结合起来。编写一部《振动与冲击手册》是促使两者结合的有效措施，也是在工程实际、科研和教育战线上从事有关工作的广大科技人员的渴望。人们盼望有一部能反映国内外最新成就、联系我国实际并且便于查阅的工具书，这部《振动与冲击手册》即能满足上述需要。

纵观《手册》全稿，其内容由三大部分组成：基本理论和分析方法、测试技术、工程应用，选材是比较全面的。从布局上看，《手册》着重于应用，测试技术和工程应用各占一卷，而在基本理论和分析方法一卷中，也处处注意到应用。这正是编著者的主导思想。在《手册》中还包含了一些新兴学科分支，如参数辨识和试验模态分析；动态子结构法；非线性振动；耦合振动分析等。与七十年代国外出版的同类工具书如《冲击与振动手册》、《振动工程大全》相比，本《手册》给人以近（结合国情）感和新感。我深信，这部具有近新特色的《手册》必将受到读者的欢迎。

回忆六年前《振动与冲击》杂志的编委们提出编写一部我国自己的手册时，我曾担心此事涉及面广、工作量大而难于在短时期内完成。如今，通过四十多位专家的辛勤工作，《振动与冲击手册》终于与大家见面了，真是有志者事竟成。在喜庆之余特写数言，一向编著者取得的成就表示祝贺，二向广大读者推荐。这就算一篇“序”吧。

胡海昌

## 前 言

为了实现我国四个现代化建设的宏伟目标，为了振兴我国的经济，党中央提出了明确的指导方针，即经济振兴必须依靠科学技术进步，科学技术工作要面向经济建设。根据这一指导方针，编写一本反映当代科学技术最新成就的、适合中国情况的《振动与冲击手册》，不仅是我们长期的愿望，而且是一个迫切的需要。

振动与冲击问题是经济建设和生产实际中经常大量遇到的问题，有待我们科技工作者去研究和解决。这些问题的解决，要求我们不断地深入研究它的基本现象，机理和理论；要求我们不断地采用新的技术，运用先进的工具，吸收各方面的经验，深入研究问题，提出解决问题的途径和方案。编写一本《振动与冲击手册》，将会对我国科技工作者解决大量工程实际中的振动与冲击问题，提供一定的帮助。

当今，国外已有一些《冲击与振动手册》、《振动工程大全》之类的工具书出版。但是，这些工具书大多成书于七十年代以前，当今振动与冲击领域的一些最新发展并没有得到充分的反映。编写一本反映当代最新科技成就的、有中国自己特色、便于中国科技人员使用的《振动与冲击手册》，仍然是很有必要的。

这本《振动与冲击手册》以机械、仪器仪表、土木建筑、船舶车辆、航空航天等领域的厂矿生产设计部门、科研机构、大专院校的科技工作者为对象，内容包括振动与冲击的理论和实际应用的各个方面。本手册共分三卷，第一卷为基本理论和分析方法；第二卷为测试技术；第三卷为工程应用。全书共三十二章，分别由在有关领域工作的四十多位专家和科技人员执笔，他们分布在国内各行各业的各条战线上，有的从事理论研究与教学工作；有的从事生产实际工作；有的从事测试、试验工作。我们相信，这本手册将能反映当代振动和冲击领域的最新成就，反映我国的实际，反映我国的经验，便于读者使用。

在编写这本手册时，我们考虑到以下几点：

(1) 以我国具有大专以上文化水平的科技人员为对象，适应不同行业的实际工作以及知识更新的需要。

(2) 在振动与冲击专业领域内，力求内容的系统性和完整性，同时又注意实际应用。

(3) 力求反映当代科学技术的最新成就，对一些还在发展中但已开始得到实际应用的新内容，也加以搜集编写。

(4) 编写中阐述问题与汇集资料并重，既省略繁琐的公式推导，尽量汇集便于查阅的公式、数据和图表；又注意说明问题的本质和来龙去脉，以避免对公式的简单套用和误解；其中若干章节也可作为教材供教学参考之用。

(5) 附有参考文献，以利查阅。

(6) 由于本手册是集体编写，虽然对全书作了统一安排，力求繁简一致、前后呼应，但由于各章内容各有特色，又由于是初版，难免前后有不一致之处。全书的基本符

号做到统一，各章的专用符号均有说明。

这本手册最早是由已故的主编唐熙千教授倡导并组织编写的。唐熙千教授对手册倾注了自己的心血，促进了手册的成书出版。

在编写过程中，尽管已做了很大的努力，但由于是第一次编写如此篇幅较大、内容较全的手册，且由于我们水平的限制，遗漏和叙述不当之处在所难免，我们诚恳地欢迎广大读者批评指正，以便再版时更正。

最后，我们向胡海昌先生在本手册的编写工作中给予的支持以及郭振玲等同志的辛勤工作表示衷心的感谢。

# 目 录

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 振动常用符号表 .....                | 1  |
| 第一章 绪论 .....                 | 3  |
| 1.1 振动与冲击的概念 .....           | 3  |
| 1.2 研究振动与冲击的目的和意义 .....      | 5  |
| 1.3 振动与冲击的研究方法 .....         | 6  |
| 1.4 振动与冲击的研究与各学科间的联系 .....   | 7  |
| 1.5 振动与冲击研究的发展与展望 .....      | 8  |
| 第二章 振动与冲击名词术语 .....          | 11 |
| 2.1 机械振动 .....               | 11 |
| 2.2 机械冲击 .....               | 14 |
| 2.3 测试技术 .....               | 19 |
| 第三章 线性振动基础 (一)——自由振动 .....   | 25 |
| 3.1 振动的表示方法 .....            | 25 |
| 3.1.1 振动的时域历程 .....          | 25 |
| 3.1.2 简谐振动的表示方法 .....        | 26 |
| 3.1.3 振动幅值的描述量 .....         | 27 |
| 3.1.4 振动的频谱 .....            | 27 |
| 3.2 振动的合成 .....              | 29 |
| 3.2.1 同向简谐振动的合成 .....        | 29 |
| 3.2.2 两个方向互相垂直的简谐振动的合成 ..... | 31 |
| 3.3 单自由度系统的自由振动 .....        | 32 |
| 3.3.1 振动系统的力学模型 .....        | 32 |
| 3.3.2 离散系统元件的性质 .....        | 33 |
| 3.3.3 单自由度系统的无阻尼自由振动 .....   | 34 |
| 3.3.4 弹性元件的刚度 .....          | 35 |
| 3.3.5 粘性阻尼 .....             | 42 |
| 3.3.6 具有粘性阻尼的自由振动 .....      | 43 |
| 3.3.7 粘弹性材料的模型 .....         | 46 |
| 3.4 两个自由度系统的自由振动 .....       | 47 |
| 3.4.1 两个自由度系统的运动方程 .....     | 47 |
| 3.4.2 固有频率和振型 .....          | 49 |
| 3.4.3 两自由度系统的自由振动 .....      | 53 |
| 3.4.4 具有粘滞阻尼的自由振动 .....      | 54 |
| 3.5 多自由度系统的自由振动 .....        | 55 |
| 3.5.1 多自由度系统的振动方程式 .....     | 55 |

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| 3.5.2 固有频率和振型 .....              | 56  |
| 3.5.3 振型的正交性 .....               | 57  |
| 3.5.4 等固有频率 (重根) 的情况 .....       | 57  |
| 3.5.5 振型矩阵与正则振型矩阵 .....          | 58  |
| 3.5.6 主坐标与正则坐标 .....             | 59  |
| 3.5.7 系统对初始条件的响应——自由振动 .....     | 69  |
| 3.5.8 计算固有频率和振型的近似方法 .....       | 63  |
| 3.5.9 雷利约束定理与贝蒂 (Betti) 定理 ..... | 67  |
| 3.5.10 具有粘性阻尼系统的自由振动 .....       | 67  |
| 3.6 分布参数系统的自由振动 .....            | 70  |
| 3.6.1 杆的纵向振动 .....               | 70  |
| 3.6.2 梁的横向振动 .....               | 72  |
| 3.6.3 薄膜的横向振动 .....              | 80  |
| 3.6.4 圆环的振动 .....                | 82  |
| 3.6.5 板的横向振动 .....               | 84  |
| 3.6.6 能量法 .....                  | 100 |
| 3.6.7 薄壳的振动 .....                | 102 |
| 3.6.8 复合材料的振动问题 .....            | 106 |
| 参考文献 .....                       | 107 |

## 第四章 线性振动基础 (二)——系统动力响应 .....

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| 统动力响应 .....                    | 108 |
| 4.1 单自由度系统的稳态响应 .....          | 108 |
| 4.1.1 单自由度系统受简谐激励 .....        | 108 |
| 4.1.2 单自由度系统受非简谐的周期性激励 .....   | 110 |
| 4.2 两自由度系统的响应 .....            | 110 |
| 4.2.1 两自由度系统受简谐激励的响应 .....     | 110 |
| 4.2.2 动力吸振器原理 .....            | 112 |
| 4.3 多自由度系统的稳态响应 .....          | 114 |
| 4.3.1 无阻尼多自由度系统的稳态响应 .....     | 114 |
| 4.3.2 有阻尼多自由度系统的稳态响应 .....     | 116 |
| 4.3.3 几种主要阻尼形式 .....           | 116 |
| 4.4 系统对任意激励的响应 .....           | 119 |
| 4.4.1 无阻尼系统的杜哈姆积分 .....        | 119 |
| 4.4.2 无阻尼系统响应的杜哈姆积分的数值计算 ..... | 120 |
| 4.4.3 有阻尼系统的杜哈姆积分 .....        | 121 |

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| 4.4.4 响应的频域计算 .....            | 127 |
| 4.5 系统响应的几种主要数值解 .....         | 127 |
| 4.5.1 直接积分法 .....              | 127 |
| 4.5.2 Wilson- $\theta$ 法 ..... | 128 |
| 4.5.3 Newmark 法 .....          | 130 |
| 4.5.4 模态叠加法 .....              | 131 |
| 4.5.5 模态加速度法 .....             | 132 |
| 4.6 结构对冲击载荷的响应 .....           | 133 |
| 4.6.1 正弦波脉冲 .....              | 133 |
| 4.6.2 矩形脉冲 .....               | 137 |
| 4.6.3 三角形脉冲 .....              | 138 |
| 4.6.4 响应谱及谱动谱 .....            | 139 |
| 参考文献 .....                     | 141 |
| <b>第五章 有限元法</b> .....          | 142 |
| 5.1 引言 .....                   | 142 |
| 5.2 有限元法分析的基本步骤 .....          | 142 |
| 5.2.1 结构的高离散化 .....            | 142 |
| 5.2.2 单元特性分析 .....             | 143 |
| 5.2.3 坐标转换 .....               | 149 |
| 5.2.4 边界条件的处理 .....            | 150 |
| 5.2.5 结构的综合分析 .....            | 151 |
| 5.3 结构动力学问题 .....              | 152 |
| 5.3.1 运动方程 .....               | 152 |
| 5.3.2 质量矩阵 .....               | 153 |
| 5.3.3 阻尼矩阵 .....               | 154 |
| 5.3.4 结构自振频率与振型 .....          | 155 |
| 5.4 常用单元的刚度阵和质量阵 .....         | 156 |
| 5.4.1 三角形膜单元 .....             | 156 |
| 5.4.2 矩形膜单元 .....              | 157 |
| 5.4.3 矩形杆单元 .....              | 159 |
| 5.4.4 梁单元 .....                | 162 |
| 5.5 等参元 .....                  | 165 |
| 5.5.1 四结点四边形等参元 .....          | 165 |
| 5.5.2 八结点曲边四边形等参元 .....        | 166 |
| 5.5.3 八结点六面体等参元 .....          | 167 |
| 5.5.4 二十结点曲六面体等参元 .....        | 168 |
| 5.5.5 空间等参元的分析 .....           | 169 |
| 5.5.6 高斯求积法 .....              | 172 |
| 5.6 动力有限元 .....                | 174 |
| 5.7 壳体有限元 .....                | 178 |
| 5.8 轴对称问题的有限元 .....            | 182 |
| 5.8.1 圆环元 .....                | 182 |
| 5.8.2 等参元 .....                | 185 |
| 5.8.3 截锥元 .....                | 186 |
| 5.9 有限条 .....                  | 189 |

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| 5.9.1 概述 .....                | 189 |
| 5.9.2 有限条位移函数 .....           | 190 |
| 5.9.3 低阶条形弯曲条 .....           | 192 |
| 5.9.4 低阶条形平面应力条 .....         | 195 |
| 5.10 有限厚板条 .....              | 197 |
| 5.10.1 厚板条形弯曲函数 .....         | 198 |
| 5.10.2 有限厚板条 .....            | 199 |
| 5.11 复杂结构动态计算实例 .....         | 202 |
| 参考文献 .....                    | 205 |
| <b>第六章 特征值问题</b> .....        | 207 |
| 6.1 特征值问题的正确提法 .....          | 207 |
| 6.1.1 线性广义特征值问题 .....         | 207 |
| 6.1.2 对称广义特征值问题 .....         | 208 |
| 6.1.3 问题求解法类型 .....           | 208 |
| 6.2 初等正交变换矩阵 .....            | 209 |
| 6.2.1 豪斯霍尔兹矩阵 .....           | 209 |
| 6.2.2 平面旋转变换 .....            | 210 |
| 6.3 乘积法和反乘积法 .....            | 211 |
| 6.3.1 乘积法 .....               | 211 |
| 6.3.2 反乘积法 .....              | 212 |
| 6.4 子空间迭代法 .....              | 213 |
| 6.4.1 原理 .....                | 213 |
| 6.4.2 算法 .....                | 213 |
| 6.4.3 讨论 .....                | 213 |
| 6.5 雅可比方法和广义雅可比方法 .....       | 214 |
| 6.5.1 标准特征值问题的雅可比方法 .....     | 214 |
| 6.5.2 广义雅可比方法 .....           | 216 |
| 6.6 吉文斯-豪斯霍尔兹方法 .....         | 217 |
| 6.6.1 原理 .....                | 217 |
| 6.6.2 算法 .....                | 219 |
| 6.7 行列式寻找法 .....              | 220 |
| 6.7.1 原理 .....                | 220 |
| 6.7.2 算法 .....                | 220 |
| 6.7.3 讨论 .....                | 221 |
| 6.8 松弛法 .....                 | 221 |
| 6.8.1 逐次松弛法-松弛 (SCOR) 法 ..... | 221 |
| 6.8.2 同时群坐标松弛法 (SGCOR法) ..... | 223 |
| 6.8.3 共轭梯度 (CG) 法 .....       | 224 |
| 6.9 兰佐斯 (Lanczos) 方法 .....    | 225 |
| 6.9.1 原理 .....                | 225 |
| 6.9.2 算法 .....                | 226 |
| 6.9.3 讨论 .....                | 227 |
| 6.10 不用因子分解的方法 .....          | 228 |
| 6.10.1 原理 .....               | 228 |

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| 6.10.2 算法                  | 223 |
| 6.10.3 讨论                  | 224 |
| 6.10.4 广义特征值的第 $p$ 个最小特征对  | 229 |
| 6.11 二次特征值问题               | 229 |
| 6.11.1 行列式查找法              | 229 |
| 6.11.2 子空间迭代法              | 230 |
| 参考文献                       | 232 |
| <b>第七章 参数识别与试验模态分析</b>     | 233 |
| 7.1 参数识别概述                 | 233 |
| 7.1.1 系统识别与参数识别            | 233 |
| 7.1.2 参数识别方法分类             | 234 |
| 7.1.3 识别的准则                | 234 |
| 7.1.4 参数识别的应用              | 237 |
| 7.2 复模态理论简介                | 237 |
| 7.3 频域识别的单自由度方法            | 240 |
| 7.3.1 单自由度识别方法原理           | 241 |
| 7.3.2 识别多自由度系统的单自由度方法      | 247 |
| 7.3.3 复模态情况下的图解识别          | 251 |
| 7.4 频域识别的多自由度方法            | 253 |
| 7.4.1 频域最小二乘迭代法            | 253 |
| 7.4.2 克罗斯特曼(Klosterman)迭代法 | 254 |
| 7.4.3 改进的克罗斯特曼方法           | 255 |
| 7.4.4 多项式拟合法               | 256 |
| 7.4.5 其它优化方法               | 254 |
| 7.5 时域识别方法                 | 258 |
| 7.5.1 时域最小二乘迭代法            | 258 |
| 7.5.2 ITD 方法               | 259 |
| 7.5.3 复指数方法                | 263 |
| 7.5.4 随机减量技术               | 265 |
| 7.5.5 ARMA 时序法             | 266 |
| 7.6 结构参数识别与修改              | 268 |
| 7.6.1 用试验数据修改分析模型的方法       | 269 |
| 7.6.2 由模态参数得到结构参数          | 274 |
| 7.6.3 其它直接方法               | 274 |
| 7.7 试验模态分析简介               | 275 |
| 7.8 试验模态分析中的稳态正弦法          | 276 |
| 7.8.1 单点激励技术               | 277 |
| 7.8.2 多点激励技术               | 277 |
| 7.9 试验模态分析中的频响函数法          | 288 |
| 7.9.1 单点激励技术               | 281 |
| 7.9.2 多点激励技术               | 290 |
| 7.9.3 提高频响函数测试数据信噪比的措施     | 291 |

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| 参考文献                               | 294 |
| <b>第八章 动态子结构法</b>                  | 296 |
| 8.1 引言                             | 296 |
| 8.1.1 动态子结构法的优点                    | 296 |
| 8.1.2 策略思想与基本步骤                    | 297 |
| 8.1.3 动态子结构法的几个主要分支及其优缺点           | 297 |
| 8.2 基本原理                           | 298 |
| 8.2.1 动态子结构法的力学基础                  | 298 |
| 8.2.2 动态子结构法中的广义坐标                 | 299 |
| 8.2.3 动态子结构选取的若干准则                 | 304 |
| 8.3 固定界面的模态综合法                     | 304 |
| 8.3.1 概述                           | 304 |
| 8.3.2 克雷格 (Craig)、唐普顿 (Bampton) 方法 | 305 |
| 8.3.3 几种改进的固定界面法                   | 308 |
| 8.3.4 分层多重动态子结构法                   | 313 |
| 8.4 自由界面模态综合法                      | 317 |
| 8.4.1 概述                           | 317 |
| 8.4.2 霍 (Hou) 的自由对接模态综合技术          | 317 |
| 8.4.3 改进的自由界面模态综合法                 | 321 |
| 8.5 广义惯性耦合法                        | 326 |
| 8.5.1 对接加载的概念                      | 326 |
| 8.5.2 自由界面对接加载综合法                  | 327 |
| 8.5.3 固定界面对接加载法                    | 328 |
| 8.6 超单元法                           | 331 |
| 8.6.1 基本概念                         | 331 |
| 8.6.2 静力变换超单元法                     | 331 |
| 8.6.3 定频动力变换超单元法                   | 334 |
| 8.6.4 变频动力变换超单元法 (模态综合超单元法)        | 335 |
| 8.7 试验模态与理论计算模态综合技术                | 340 |
| 8.7.1 试验模态和理论计算模态综合方法流程            | 340 |
| 8.7.2 部件模态特性的解析                    | 340 |
| 8.7.3 试验模态与理论模态的综合                 | 341 |
| 8.7.4 试验模态的综合方程                    | 344 |
| 参考文献                               | 346 |
| <b>第九章 非线性振动</b>                   | 348 |
| 引言                                 | 348 |
| 9.1 渐近法 (三级数法)                     | 356 |
| 9.1.1 非线性系统的自由振动                   | 356 |
| 9.1.2 保守系统                         | 358 |

|                              |     |                                  |     |
|------------------------------|-----|----------------------------------|-----|
| 9.1.3 非线性阻尼的影响               | 359 | 10.2.6 极限环法                      | 430 |
| 9.1.4 一个自由度带有慢变参数系统的非定常解的渐近法 | 360 | 10.3 参数振动                        | 442 |
| 9.2 平均法                      | 361 | 10.3.1 一般原理                      | 442 |
| 9.2.1 平均法的基本思想               | 361 | 10.3.2 梅忠纳(Mecator)方程            | 443 |
| 9.2.2 定常解的概念                 | 363 | 10.3.3 马休方程                      | 445 |
| 9.2.3 一个自由度非线性系统的强迫振动        | 364 | 10.3.4 旋转运动相模运动的同步               | 446 |
| 9.2.4 多自由度非线性系统的强迫振动         | 374 | 参考文献                             | 450 |
| 9.2.5 两自由度分段线性系统             | 379 | 第十一章 随机振动                        | 451 |
| 9.3 摄动法(小参数法)                | 384 | 11.1 引言                          | 451 |
| 9.3.1 摄动法的思想                 | 384 | 11.1.1 随机振动的特征                   | 451 |
| 9.3.2 非自治系统的非共振情况            | 385 | 11.1.2 必须用随机振动理论研究的问题            | 451 |
| 9.3.3 非自治系统的共振情况             | 386 | 11.1.3 振动的信号与信息                  | 452 |
| 9.3.4 自治系统                   | 386 | 11.2 随机过程的频域描述                   | 453 |
| 9.4 多尺度法                     | 388 | 11.2.1 累积概率分布函数与概率密度函数           | 453 |
| 9.4.1 多尺度法简介                 | 388 | 11.2.2 概率密度函数的类型                 | 453 |
| 9.4.2 保守系统                   | 388 | 11.2.3 二维概率分布函数                  | 455 |
| 9.4.3 非保守系统                  | 389 | 11.3 随机过程的概率特征                   | 456 |
| 9.4.4 强迫振动                   | 389 | 11.3.1 集合平均值(又称数学期望、均值、一次矩)      | 456 |
| 9.4.5 非定常振动                  | 390 | 11.3.2 均方值(二次矩)                  | 456 |
| 9.5 其它解析方法                   | 390 | 11.3.3 方差(二次中心矩)                 | 457 |
| 9.5.1 谐波平衡法                  | 390 | 11.3.4 相关矩(协方差)                  | 457 |
| 9.5.2 等效线性化                  | 392 | 11.4 随机变量及其特征值的代数运算与可靠性设计及其准则    | 458 |
| 9.5.3 模态分析法                  | 393 | 11.4.1 随机变量及其特征值的代数运算            | 458 |
| 9.6 定性方法                     | 396 | 11.4.2 可靠性设计及其准则                 | 459 |
| 9.6.1 相平面图法                  | 396 | 11.5 平稳各态历经过程                    | 459 |
| 9.6.2 点映射法                   | 404 | 11.6 相关分析——用时域描述随机过程             | 460 |
| 9.6.3 频闪法                    | 406 | 11.6.1 自相关函数                     | 460 |
| 9.7 数值解法                     | 408 | 11.6.2 自相关函数的用途                  | 461 |
| 9.7.1 数值解析法                  | 408 | 11.6.3 互相关函数                     | 463 |
| 9.7.2 直接数值积分法                | 409 | 11.6.4 互相关函数的用途                  | 464 |
| 参考文献                         | 415 | 11.6.5 高斯随机过程的二次矩                | 464 |
| 第十章 自激振动                     | 417 | 11.7 随机过程的频域描述                   | 464 |
| 10.1 自激振动的特点和产生条件            | 417 | 11.7.1 自动功率谱密度函数                 | 465 |
| 10.1.1 自激振动的特点               | 417 | 11.7.2 自谱 $S_{xx}(\omega)$ 的主要性质 | 466 |
| 10.1.2 形成自激振动系统的物理条件         | 417 | 11.7.3 自功率谱密度函数的用途               | 466 |
| 10.2 工程中常见的自激振动及动力稳定性判别      | 421 | 11.7.4 互谱密度函数                    | 466 |
| 10.2.1 工程中常见的自激振动现象          | 421 | 11.7.5 互谱的主要性质                   | 467 |
| 10.2.2 运动的稳定与不稳定             | 421 | 11.7.6 互谱的用途                     | 467 |
| 10.2.3 判别自激振动系统动力稳定性的常用方法    | 427 | 11.8 线性时不变系统动态特性的频域和时域描述         | 467 |
| 10.2.4 代数判据                  | 427 |                                  |     |
| 10.2.5 频率判据                  | 433 |                                  |     |

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 11.8.1 频率响应函数                | 467 |
| 11.8.2 脉冲响应函数                | 468 |
| 11.8.3 阶跃响应函数                | 468 |
| 11.8.4 多自由度系统的矩阵形式           | 469 |
| 11.9 受平稳随机激励的线性时不变系统的响应计算    | 470 |
| 11.9.1 单输入单输出系统的响应           | 470 |
| 11.9.2 多输入多输出系统的响应           | 472 |
| 11.9.3 响应统计特性的计算步骤           | 474 |
| 11.9.4 James公式表              | 474 |
| 11.10 动力响应造成的结构损坏            | 475 |
| 11.10.1 结构损坏的两种形式            | 475 |
| 11.10.2 平稳、正态、窄带随机过程中响应的统计信息 | 475 |
| 11.11 随机激励环境的隔振              | 476 |
| 11.11.1 单层隔振                 | 477 |
| 11.11.2 双层隔振                 | 478 |
| 11.12 车辆随机振动                 | 479 |
| 11.12.1 路面谱                  | 479 |
| 11.12.2 车辆的接地力               | 480 |
| 11.12.3 质量 $m_2$ 的加速度响应      | 482 |
| 11.13 系统受湍流随机激励时的响应          | 483 |
| 11.13.1 机翼的升力                | 483 |
| 11.13.2 机翼的挠度                | 485 |
| 11.14 结构受地震激励时的响应            | 486 |
| 11.14.1 地震特性参数               | 487 |
| 11.14.2 地震振动的非平稳随机模型         | 487 |
| 11.14.3 地震激励的描述              | 488 |
| 11.14.4 响应概率特征的计算            | 490 |
| 11.14.5 地震的非线性响应             | 492 |
| 11.15 声激励的响应                 | 493 |
| 11.15.1 响应方程的推导              | 493 |
| 11.15.2 受随机噪声激励的板的响应         | 495 |
| 11.16 线性系统受非平稳随机激励的响应        | 497 |
| 11.16.1 时域分解法                | 497 |
| 11.16.2 频域分解法                | 499 |
| 11.16.3 等高线图与谱场              | 500 |
| 11.17 非线性系统受随机激励时求响应的FPK法    | 501 |
| 11.17.1 马尔柯夫过程               | 501 |
| 11.17.2 FPK方程                | 502 |
| 11.17.3 FPK方程在特殊情况下的解        | 503 |
| 11.17.4 例题                   | 504 |

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 11.18 统计线性化方法                | 507 |
| 11.18.1 等价原则                 | 507 |
| 11.18.2 系数的确定                | 507 |
| 11.18.3 等价线性方程               | 508 |
| 11.18.4 响应概率特征               | 508 |
| 11.18.5 统计线性化法的适用条件          | 508 |
| 11.18.6 用统计线性化方法求解十九节的例      | 509 |
| 11.19 摄动法(小参数法)              | 509 |
| 11.19.1 变非线性随机微分方程为线性随机微分方程组 | 509 |
| 11.19.2 一次近似的响应均方值           | 510 |
| 11.19.3 摄动法的应用条件             | 511 |
| 11.19.4 例用摄动法再解方程(11.19.3)   | 511 |

## 参考文献

## 第十二章 结构与介质的耦合振动

|                     |     |
|---------------------|-----|
| 12.1 有限元法           | 513 |
| 12.1.1 流体运动方程式和边界条件 | 513 |
| 12.1.2 流体元          | 517 |
| 12.1.3 结构的运动方程式     | 519 |
| 12.1.4 直接积分法        | 520 |
| 12.1.5 湿模态法         | 520 |
| 12.1.6 干模态法         | 522 |
| 12.2 边界元法           | 523 |
| 12.2.1 流体控制方程式      | 524 |
| 12.2.2 格林函数         | 525 |
| 12.2.3 干模态法         | 526 |
| 12.2.4 湿模态法         | 529 |
| 12.3 双渐近法           | 531 |
| 12.3.1 延迟势法         | 531 |
| 12.3.2 早期近似解ETA     | 536 |
| 12.3.3 后期近似解LTA     | 536 |
| 12.3.4 双渐近法DAA      | 538 |
| 12.4 旋涡引起的振动        | 540 |
| 12.4.1 旋涡的产生        | 540 |
| 12.4.2 固定圆柱体的旋涡脱落   | 541 |
| 12.4.3 升力系数与阻力系数    | 542 |
| 12.4.4 旋涡引起的圆柱体振动   | 543 |
| 12.4.5 振子模型——二元流动模型 | 545 |
| 12.4.6 相关模型         | 549 |
| 12.4.7 线内振动         | 556 |
| 12.4.8 减小旋涡引起的振动的方法 | 556 |
| 12.5 一维弹性系统的阵风响应    | 558 |
| 12.6 颤振的物理现象和机理     | 562 |

|        |                              |     |
|--------|------------------------------|-----|
| 12.6.1 | 颤振的定义和分类                     | 562 |
| 12.6.2 | 颤振的机理和抑制颤振的措施                | 563 |
| 12.7   | 颤振现象的数学模型                    | 565 |
| 12.7.1 | 颤振数学模型的算子表达式                 | 565 |
| 12.7.2 | 离散化的颤振方程                     | 565 |
| 12.7.3 | 结构阻尼、非定常流体力学和<br>何梁控制系统的数学模型 | 566 |
| 12.7.4 | 颤振方程的主要工作形式                  | 567 |
| 12.8   | 颤振的数值分析                      | 568 |
| 12.8.1 | 实频域颤振方程的 $V-g$ 解             | 568 |
| 12.8.2 | 实频域颤振方程的 $\omega$ 解法         | 572 |
| 12.8.3 | $P-k$ 方法                     | 573 |
| 12.8.4 | 恒抗法                          | 574 |
| 12.8.5 | 奈氏图线法                        | 575 |
| 12.8.6 | 时域直接积分法                      | 577 |
| 12.8.7 | 特征对阶数计算                      | 578 |
| 12.8.8 | 特征对阶数计算的数值计算                 | 579 |

|         |                     |     |
|---------|---------------------|-----|
| 12.9    | 工程中常见颤振现象的分析和<br>预防 | 581 |
| 12.9.1  | 飞行器和船舶的升力面颤振        | 581 |
| 12.9.2  | 翘板颤振                | 594 |
| 12.9.3  | 螺旋桨和翼的旋转颤振          | 595 |
| 12.9.4  | 失速颤振与旋涡脱落轰鸣         | 600 |
| 12.9.5  | 舞动不稳定性              | 601 |
| 12.9.6  | 桥梁颤振                | 602 |
| 12.9.7  | 颤振的主动抑制             | 605 |
| 12.10   | 电磁-弹性耦合振动           | 606 |
| 12.10.1 | 基本概念                | 606 |
| 12.10.2 | 基本方程                | 607 |
| 12.10.3 | 超导线圈的振动和稳定性         | 609 |
| 12.10.4 | 其他电磁-弹性耦合振动         | 612 |
| 12.10.5 | 大电器中电磁激发的振动         | 613 |
|         | 参考文献                | 615 |

## 振动常用符号表

|               |                          |                        |                          |
|---------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|
| $A$           | 最大加速度响应 (绝对值), 振动幅值      | $\bar{K}$              | 主刚度 (模态刚度) 矩阵            |
| $\{A_i\}$     | 特征矢量                     | $K_i$                  | 第 $i$ 阶主刚度 (第 $i$ 阶模态刚度) |
| $A, S$        | 面积                       | $k, K$                 | 刚度                       |
| $b$           | 宽度                       | $[k], [K], \mathbf{K}$ | 刚度矩阵                     |
| $C$           | 主阻尼 (模态阻尼) 矩阵            | $[k_{ij}]$             | 系统的刚度矩阵                  |
| $[C], C$      | 阻尼矩阵                     | $l$                    | 长度                       |
| $C_c$         | 临界阻尼系数                   | $\bar{M}$              | 主质量 (模态质量) 矩阵, 力矩        |
| $C_i$         | 第 $i$ 阶主阻尼 (第 $i$ 阶模态阻尼) | $M_0$                  | 声质量                      |
| $c$           | 阻尼系数, 声速                 | $M_i$                  | 第 $i$ 阶主质量 (第 $i$ 阶模态质量) |
| $D, w$        | 声能密度                     | $M, m$                 | 质量                       |
| $D, d$        | 直径                       | $[M], [m], \mathbf{M}$ | 质量矩阵                     |
| $E$           | 均值, 弹性模量                 | $m$                    | 单位长度质量                   |
| $F$           | 力                        | $[m_{ij}]^{-1}$        | 系统质量矩阵的逆阵                |
| $F$           | 模态力列阵                    | $n$                    | 系统的衰减系数, 转速              |
| $F_r$         | 阻尼, 阻尼力                  | $P$                    | 集中载荷                     |
| $F_i$         | 惯性力                      | $P_c$                  | 概率                       |
| $f$           | 频率                       | $p$                    | 动量, 声压                   |
| $G$           | 剪切模量                     | $Q$                    | 随时间变化的任意干扰力              |
| $[H(\omega)]$ | 传递函数矩阵                   | $q$                    | 单位质量干扰力, 均布载荷            |
| $h$           | 高度                       | $R, r$                 | 半径                       |
| $I$           | 冲量, 惯性矩, 声强度             | $R_s$                  | 声阻                       |
| $[I], I$      | 单位矩阵                     | $R_s$                  | 曲率半径                     |
| $I_{xx}$      | 对 $x$ 轴惯性矩               | $R_x(\tau)$            | 自相关函数                    |
| $I_{yy}$      | 对 $y$ 轴惯性矩               | $R_{xy}(\tau)$         | 互相关函数                    |
| $I_{zz}$      | 对 $z$ 轴惯性矩               | $S_s$                  | 加速度冲击响应谱, 声劲             |
| $I_{xy}$      | 对 $x, y$ 轴惯性矩            | $S_d$                  | 位移冲击响应谱                  |
| $I_{xz}$      | 对 $x, z$ 轴惯性矩            | $S_v$                  | 速度冲击响应谱                  |
| $I_{yz}$      | 对 $y, z$ 轴惯性矩            | $s$                    | 距离                       |
| $J$           | 转动惯量                     | $T$                    | 转矩 (力偶矩), 振动周期           |
| $J_x$         | 对 $x$ 轴转动惯量              | $t$                    | 时间                       |
| $J_y$         | 对 $y$ 轴转动惯量              |                        |                          |
| $J_z$         | 对 $z$ 轴转动惯量              |                        |                          |

|                 |            |                  |         |
|-----------------|------------|------------------|---------|
| $V$             | 体积, 最大速度响应 | $\delta, d, t$   | 厚度      |
| $v$             | 速度         | $\zeta$          | 阻尼比     |
| $W, P$          | 声源功率       | $\lambda$        | 特征值, 波长 |
| $W(A)$          | 功          | $\mu, \nu$       | 泊桑比     |
| $W(P, G)$       | 重力         | $\rho$           | 密度      |
| $X$             | 最大位移响应     | $\rho_s, \rho_r$ | 面密度     |
| $X_s$           | 声抗         | $\rho_l$         | 线密度     |
| $X(t), Y(t)$    | 随机过程       | $\sigma^2$       | 方差      |
| $x, y, z$       | 直角坐标       | $\Phi$           | 声能通量    |
| $x_s, y_s, z_s$ | 物体重心       | $\Phi, \phi$     | 振型      |
| $Y(\omega)$     | 机械导纳       | $\Psi$           | 复振型     |
| $Z_s$           | 声阻抗        | $\omega$         | 固有频率    |
| $Z_r$           | 声特性阻抗      | $\omega_s$       | 有阻尼固有频率 |
| $Z_i$           | 声阻抗率       | $\omega_n$       | 无阻尼固有频率 |
| $Z(\omega)$     | 机械阻抗       |                  |         |

# 第一章 绪 论

## 1.1 振动与冲击的概念

振动与冲击是自然界中广泛存在的现象。振动是动力系统,或更具体说是机械系统在其平衡位置附近的往复运动。冲击则是系统在瞬态或脉冲激励下的运动。研究系统的振动与冲击的规律及其应用的学科称为振动理论。研究振动理论的目的,是为了掌握振动的规律与特性,以期能够控制它、消除它、避免它的危害,或在某些场合利用它为人类服务。

最简单的振动系统是具有一个质量的弹簧。这种系统称为单自由度系统,在受有初始扰动后,质量将围绕其平衡位置作往复运动。在没有任何能量继续输入或逸失的条件下,这种运动将是时间的正弦或余弦函数,称为简谐运动。简谐运动是一种周期运动,周期的倒数称为频率。振动系统的频率取决于系统的质量(惯性)和弹簧的弹性等系统固有特性,也称为固有频率。倘若系统是由多个集中质量组成的所谓多自由度系统,它的固有频率也有多个。一般说固有频率数目与系统的自由度数目一致。对于某一个特定的固有频率,各集中质量,或更确切地说是系统的各自由度按一定的振型进行振动。振型也由系统的固有特性所决定,故称固有振型。固有振型与固有频率又合称固有模态。对于实际的振动系统,在运动过程中总有能量耗散,这称为阻尼。惯性、弹性和阻尼都是系统的固有特性,称为系统的物理参数。系统的固有频率、固有振型以及阻尼比则称为系统的模态参数。一个实际系统,通常还受有外界激励作用。振动系统在激励作用下的运动称为响应。人们通常就是从系统的物理参数、模态参数、激励和响应等方面的相互关系来研究振动的规律。

为了便于研究系统的振动规律,人们常将振动系统进行分类。由不同的着眼点,振动系统可有不同的分类,它们要求不同的数学处理方法,并引出一些重要的概念,阐明一些重要的现象。

由系统参数分布的特点着眼,振动系统可以有连续系统和离散系统。连续振动系统的物理参数在系统内是连续分布的。例如弹性梁和弹性板等,其质量、弹性和阻尼都是连续分布的。这种系统又称为分布参数系统。上一段说到的多自由度系统又称为离散参数系统或集中参数系统。一般说,离散参数系统用联立的常微分方程描述,分布参数系统用偏微分方程描述。由于偏微分方程求解上的困难,在实际分析中,常把分布参数用有限个凝聚的参数来近似代替。这种处理称为离散化模型。有限差分模型和有限元模型是两类最常用的离散化模型,其中有限元模型的应用更为广泛。离散系统是振动理论研究的主要内容,近年来,更以有限元模型为基础,发展成一门计算结构动力学。

从系统与外界的能量交换关系着眼,系统又可以分为保守系统和阻尼系统(非保守系统)。保守系统是与外界没有任何能量交换的系统,在振动理论中又称为无阻尼系统。无阻尼系统的固有模态(固有频率和固有振型)在振动理论中有很重要的地位。这些模态参数都是实数,又称实模态。无阻尼系统的固有振型具有正交性。利用这一特性,可将

一个  $n$  自由度系统解耦为  $n$  个单自由度系统，这对后继分析是十分方便的。实际振动系统，在振动过程中总有能量耗散，这种系统称为阻尼系统，它是一种非保守系统。阻尼系统在只受初始扰动而无其他激励时，将产生衰减的运动。一般讲，阻尼系统是不可解耦的，它的模态也未必是实模态。只当阻尼是所谓比例阻尼（又称雷利阻尼），即阻尼系数是系统的刚度系数与惯性系数的线性组合时，这种阻尼系统才能被解耦。因此一般阻尼系统有时被称为（用实模态）不可解耦系统，因而又称复模态系统。还有一类复模态系统，文献中称之为陀螺系统。这种系统具有一些高速旋转的部件，因而产生一些与陀螺效应有关的项，破坏了原系统的对称性，并引进一些与速度有关的项。这样也使系统的模态成为复数。在振动理论中对于可解耦的实模态系统研究得比较充分，有成熟的理论和分析方法。对复模态系统的研究，近年来也正日益增多。

振动系统还可分为线性系统和非线性系统两大类，相应的振动分别称为线性振动与非线性振动。如果一个振动系统可以用线性微分方程描述，这样的系统称之为线性系统。倘若描述系统的方程是非线性微分方程，这种系统称为非线性系统。当研究系统的微幅振动时，系统总可以通过线性化处理而成为线性系统。由于线性系统可以采用迭加原理，而且线性微分方程理论发展得十分成熟，因此，线性振动系统，特别是可解耦系统的研究比较充分，理论与分析均相当成熟。对于非线性系统的振动，不仅分析上十分困难，而且还有很多自己的独特现象，目前对它的研究虽有很大发展，尚待继续深入。

从振动的物理机制看，振动现象可分为自由振动、受迫振动、参数振动和自激振动若干类。

自由振动是系统只受到初始干扰而不受其他激励时所做的振动，又称为自由响应，一般包含了系统固有模态的全部信息。对于无阻尼系统，初始干扰给系统一个初始的能量，在以后的运动过程中，这种能量只以系统的动能和势能的形式互相转换，并不向外界散逸。对于阻尼系统，初始能量因阻尼而逐渐耗散，而振动逐渐衰减，最后趋于平衡状态。阻尼系统的自由响应一般包含了阻尼系统固有模态的全部信息。对自由振动的研究，主要是获取关于固有模态的知识，是振动理论与振动分析的主要构成部分之一。

受迫振动是系统在外界激励下所做的运动，这种运动被称为响应。激励有确定性的和随机性的。确定性激励可能是周期性的，也可能是非周期性的。周期性激振力可以用傅里叶级数分解为一系列简谐力，对于线性系统，它的响应将是对应于这些简谐力的简谐运动的组合，称为响应的稳态部分，再迭加以响应的暂态部分。响应的暂态部分相当于系统由于某一初始状态引起的自由振动。由于真实系统总有阻尼，暂态部分很快随时间而衰减掉。当周期力的某一谐波分量的激振频率等于系统的某一固有频率时，稳态响应中的这一相应分量的振幅就急骤增大，出现所谓共振现象。对共振，传统的观点是努力避免，即改变系统的物理参数，使系统的固有频率与激励频率间保有一定的安全裕度。但由于机械的工作环境日益复杂，激励频带往往很宽，难以全部避开，在此情况下则以控制响应幅值的办法保证系统安全工作。近来响应分析技术和振动抑制技术都相应地有很大发展。非周期性激振力则可以通过傅里叶变换得到激振力的频谱，再通过系统的传递函数，求得响应的频谱。倘若需要，还可通过傅里叶逆变换响应的频谱反求出相应的响应。这种分析方法，称为谱分析的方法，或称频域法，是很常用的方法，也可以采用直接积分的方法，通常是数值积分的方法求得响应。这种方法称为时域法。由已知物理