

数学手册

И. И. 布隆什坦 К. А. 謝維德也夫著

罗 岑 石 译

高等教育出版社

51.073
164

数 学 手 册

И. Н. 布隆什坦 R. A. 謝緬佳也夫著

罗 零 石 崢 嶸 譯

高 等 教 育 出 版 社



本书系根据苏联国立技术理论书籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的布隆什坦和謝緬佳也夫 (И. Н. Бронштейн и К. А. Семендяев) 合著“数学手册”(Справочник по математике) 的 1957 年第七版譯出。原书是供工程师和高等工业学校学生参考用的。翻譯时, 譯者参考了該书的德文譯本(1958 年版)。

原书无变分法一章, 这一章是从該书的德文譯文中譯出的。

数 学 手 册

И. Н. 布隆什坦著;
К. А. 謝緬佳也夫

罗 零 石崢嶸 譯

北京市书刊出版业营业許可証出字第 119 号

高等教育出版社出版(北京景山东街)

民 族 印 刷 厂 印 刷

景 山 裝 計 厂 裝 訂

新华书店北京发行所发行

各地新华书店經售

统一书号 130.0·1115 开本 787×1092 $\frac{1}{32}$ 印张 38 插页 6
字数 650,000 印数 00001—22,000 定价 (3) 元 3.50 (字典纸本)
1965 年 4 月第 1 版, 1965 年 4 月北京第 1 次印刷

初版序言

摆在我們面前的任务,是要在一本篇幅不大的手册內,写出工程师和高等工业学校学生在学习与实际工作当中所必需的数学基本知識;这个任务是非常艰巨的。我們固然力求叙述精簡扼要,同时却又想設法把这本手册写得易于了解,便于使用,并且在适合工程师的前提下,尽可能地使具有数学上的严格性。

應該注意,这不是一本教学用书,也不是一本教科书的簡明摘要,而是一本手册。因此其中就沒有教科书中所必需的系統性。讀者不用惊讶,例如,罗彼塔法則却編在“分析概論”一章中計算极限一节之內,而这一章又放在导数概念的前面;而关于 Γ -函数的知識,又在“代数”一章中直接編在阶乘概念的后面。这种“顛顛倒倒”的情形,本手册內很多。因此奉劝讀者,在想要翻查一个什么问题时,不但要使用目录,而且也要使用书末的索引。

本手册正文中,如果所提到的問題在本手册的其他地方闡明得更为詳尽,就注明有关的頁数;但若提到其他文献时,則只注明作者,以及本手册中对有关文献有充分說明(本手册末的“参考书目”)的頁数。

本手册中可能有一些缺点;这些缺点完全只能在实际工作当中才得发现。因此,我們恳請使用本手册的全体同志,将一切觉察出来的缺点通知出版社(Москва, Орликов пер., 3, Гостехиздат)。所有意見,一定在本手册再版之时予以考虑。

承 А. М. Лопшиц, М. Н. Олевский 与 М. Г. Шестопап 三位同志翻閱过本手册一些个别章节的手稿,并作了許多珍貴的指示;对此,我們表示深切的感激。

И. 布隆什坦

К. 謝緬佳也夫

第三版序言

为了第三版,已将第 IV 篇“数学分析基础”差不多从新写过;其余各篇内也作了很多补充。已经发现的错误与错字都已改正,并修订了参考书目。

“微分方程”一章的第 8—10 节(边值问题与偏微分方程)基本上是 М. Р. Шура-Бура 写成的。

我们感谢很多读者惠赐了若干意见,作出了若干批评,并指出了本手册前两版中的错误和缺点。恳请读者再予批评,促使本手册再版之时更有改进。

И. 布隆什坦

К. 谢缅佳也夫

第七版是用第三版的纸型印刷的。凡有关进一步改善本手册的意见和期望,请投寄出版社,通讯处为: Москва, В-71, Б. Калужская, дом 15, Гостехиздат。

数学符号表*

I. 数量的关系

$=$	等于
$\equiv$	恒等于
$\neq$	不等于
$\approx$	近似等于
$<$	小于
$>$	大于
$\leq$	小于或等于
$\geq$	大于或等于

II. 代数

$ a $	数 a 的绝对值
$+$	加
$-$	减
$\cdot$ 或 $\times$	乘, 例如: $a \cdot b$ 或 $a \times b$; 乘号常略去, 例如: ab
$:$ 或 $-$	除 ($a:b$ 或 $\frac{a}{b}$)
a^m	a 的 m 次幂
$\sqrt{\quad}$	平方根, 例如: $\sqrt{a}$
$\sqrt[n]{\quad}$	n 次根, 例如: $\sqrt[n]{a}$
$\log_b$	以 b 为底数的对数, 例如: $5 = \log_2 32$ (121 頁)
$\lg$	常用对数, 例如: $2 = \lg 100$ (121 頁)
$\ln$	自然对数, 例如: $1 = \ln e$ (121 頁)
$(), [], \{ \}$	括号 (运算的次序)
$!$	阶乘, 例如: $a!; 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$ (149 頁)

III. 几何

$\perp$	垂直于
$\parallel$	平行于
$\#$	等于并平行于

* 括号内所注明的页数, 是指出本手册的那些页上有与这个符号相对应的概念的说明。

~	相似于, 例如: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
$\triangle$	三角形
$\angle$	角(有时候写作 $\sphericalangle$), 例如: $\angle ABC$, $\sphericalangle ABC$
(	弧, 例如: $\widehat{AB}$
°	度
'	分
"	秒

角度或弧度, 例如: $32^{\circ}14'11''.5$

IV. 三角函数, 双曲线函数

sin	正弦	{ (167 頁)
cos	余弦	
tg	正切	
ctg	余切	
sc	正割	
csc	余割	
Arcsin	反正弦	{ (176 頁)
Arccos	反余弦	
Arc tg	反正切	
Arc ctg	反余切	
arc sin	反正弦的主值	{ (176 頁)
arc cos	反余弦的主值	
arc tg	反正切的主值	
arc ctg	反余切的主值	
sh	双曲线正弦	{ (182 頁)
ch	双曲线余弦	
th	双曲线正切	
cth	双曲线余切	
sch	双曲线正割	
csh	双曲线余割	
Ar sh	反双曲线正弦	{ (184 頁)
Ar ch	反双曲线余弦	
Ar th	反双曲线正切	
Ar cth	反双曲线余切	

V. 一些常数的写法

const	常数
$\pi = 3.14159\dots$	周长与直径之比 (157 頁)

$e = 2.71828 \dots$	自然对数的底数 (266 頁)
$C = 0.57722 \dots$	欧拉常数 (266 頁)

VI. 数学分析

$\lim$	极限 (255, 263 頁)
$\rightarrow$	趋近于
∞	无穷大
Σ	和
$\sum_{i=1}^n$	i 从 1 到 n 的和
$f(\), \varphi(\)$	函数的写記号, 例如: $y = f(x), \mu = \varphi(x, y, z)$
Δ	增量, 例如: Δx
d	微分, 例如: dx (293 頁)
d_x, d_y 等等	偏微分, 例如: $d_x u$ (293 頁)
$', ', ', ', IV$ 或 $., .., ..., \dots$	单变数函数各阶导数的写記号, 例如, 函数 $y = f(x)$ 的各級导数: $f'(x), f''(x), f'''(x), f^{IV}(x), y', y'', y''', y^{IV}, \dot{y}, \ddot{y}, \ddot{\ddot{y}}, \ddot{\ddot{\ddot{y}}}$ (291, 294 頁)
$\frac{d}{dx}, \frac{d^2}{dx^2}$	一次导数, 二次导数等, 例如: $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2}$, 等等 (291, 294 頁)
D	导数記号 (微分算子), 例如: $Dy = y', D^2 y = y''$ 等等 (291, 294 頁)
f'_x, f''_{xx}, f''_{xy} 或 $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$	偏导数, 例如: $f'_x(u), \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ 等等 (292, 294 頁)
$\int$	积分 (320)
$\int_a^b$	从下限 a 到上限 b 的定积分 (372 頁)
$\int_{(K)}$	沿綫段 K 或綫段 K 的投影所取的綫积分 (399, 401 頁)
$\int_S, \int_V$	展布在面积 S 上的面积分, 展布在体积 V 内的体积分 (406, 407 頁)

$\iint$	二重积分 } (406, 407 頁)
$\iiint$	

VII. 复数

i (有时用 j)	虚数单位 ($i^2 = -1$) (478 頁)
$R(a)$	数 a 的实数部分 (478 頁)
$I(a)$	数 a 的虚数部分 (478 頁)
$ a $	a 的模 (478 頁)
$\arg a$	a 的幅角 (478 頁)
$\bar{a}$	a 的共轭数, 例如: $a = 2 + 3i, \bar{a} = 2 - 3i$ (479 頁)
Ln	复数的自然对数 (483 頁)

VIII. 矢量計算

$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \}$ 或 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \}$	矢量写記符号 (502 頁)
$\mathbf{a}^0$	与矢量 $\mathbf{a}$ 方向相同的单位矢量 (502 頁)
$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$	直角坐标系的坐标单位矢量 (503 頁)
$ \mathbf{a} $ 或 a	矢量 $\mathbf{a}$ 之长 (绝对值) (502 頁)
$\mathbf{a} = \mathbf{b} \}$ $\mathbf{a} + \mathbf{b} \}$ $\mathbf{a} - \mathbf{b} \}$	两矢量相等、相加、相减 (502—503 頁)
$\alpha \mathbf{a}$	标量乘以矢量 (502 頁)
$\mathbf{a} \mathbf{b}$	矢量的标积 (或称内积) (504 頁)
$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 或 $[\mathbf{a} \mathbf{b}]$	矢量的矢积 (或称外积) (504 頁)
$\mathbf{a} \mathbf{b} \mathbf{c} = \mathbf{a}(\mathbf{b} \times \mathbf{c})$	三矢量的混合积 (505 頁)
$\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$	笛卡儿坐标系中矢量 $\mathbf{a}$ 的坐标 (504 頁)
∇	哈密尔頓微分算子 (“納勃拉”) (525 頁)
Δ	拉普拉斯算子 (527 頁)
grad	标量場的梯度 ($\text{grad} \varphi = \nabla \varphi$) (517 頁)
div	矢量場的散度 ($\text{div} \mathbf{V} = \nabla \cdot \mathbf{V}$) (524 頁)
rot	矢量場的旋度 ($\text{rot} \mathbf{V} = \nabla \times \mathbf{V}$) (524 頁)
$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{c}}$	标量場沿方向 $\mathbf{c}$ 的导数 (517 頁)

拉丁字母表

<i>Aa</i> — 爱	<i>Nn</i> — 爱恩
<i>Bb</i> — 皮	<i>Oo</i> — 喔
<i>Cc</i> — 西	<i>Pp</i> — 批
<i>Dd</i> — 地	<i>Qq</i> — 克烏
<i>Ee</i> — 衣	<i>Rr</i> — 阿耳
<i>Ff</i> — 爱富	<i>Ss</i> — 爱斯
<i>Gg</i> — 共	<i>Tt</i> — 梯
<i>Hh</i> — 爱去	<i>Uu</i> — 由
<i>Ii</i> — 阿哀	<i>Vv</i> — 維衣
<i>Jj</i> — 街	<i>Ww</i> — 特勃留
<i>Kk</i> — 开	<i>Xx</i> — 爱克斯
<i>Ll</i> — 爱耳	<i>Yy</i> — 划爱
<i>Mm</i> — 爱母	<i>Zz</i> — 齐

希腊字母表

$\Delta\alpha$ — 阿尔法	$N\nu$ — 紐
$B\beta$ — 貝塔	$\Xi\xi$ — 克塞
$\Gamma\gamma$ — 伽馬	Oo — 奧密克龙
$\Delta\delta$ — 德耳塔	$\Pi\pi$ — 珀
$E\varepsilon$ — 厄普西隆	$P\rho$ — 罗
$Z\zeta$ — 截塔	$\Sigma\sigma(s)$ — 西格馬
$H\eta$ — 挨塔	$T\tau$ — 套
$\Theta\theta(\theta)$ — 退塔	$\Phi\phi$ — 斐
$I\iota$ — 意俄塔	$X\chi$ — 气
$K\kappa$ — 卡帕	$\Upsilon\upsilon$ — 宇普西隆
$\Lambda\lambda$ — 兰达	$\Psi\psi$ — 普塞
$M\mu$ — 牟	$\Omega\omega$ — 奧美伽

目 录

初版序言	Xi
第三版序言	Xii
数学符号	Xiii
拉丁字母表与希腊字母表	Xvii

第一篇 数表和图形

I. 数表

A. 基本(初等)函数表	2
1. 一些时常遇到的常数	2
2. 平方、立方、方根	3
3. 整数幂(从 $n=1$ 至 $n=100$)	24
4. 倒数	26
5. 阶乘及其倒数	28
6. 2、3、5 三个数的若干次幂	29
7. 常用对数	31
8. 反对数	33
9. 三角函数	35
10. 指数函数、双曲线函数与三角函数[x 从 0 至 1.6 (弧度)]	39
11. 指数函数(x 从 1.6 至 10.0)	43
12. 自然对数	45
13. 直径为 d 的圆周长	49
14. 直径为 d 的圆面积	51
15. 弓形元素	53
16. 角度化弧度	58
17. 比例部分	59
18. 二次插值	61
B. 特殊函数表	62
19. Γ -函数	62
20. 贝塞尔函数(柱面函数)	63
21. 勒让德多项式(球函数)	65
22. 椭圆积分	66
23. 概率积分	68

07984

II. 图形

A. 初等函数	70
1. 多项式	70
2. 有理分式函数	72
3. 无理函数	76
4. 指数函数与对数函数	78
5. 三角函数	82
6. 反三角函数	85
7. 双曲线函数	86
8. 反双曲线函数	87
B. 若干重要曲线	88
9. 三次曲线	88
10. 四次曲线	90
11. 旋轮线	94
12. 螺线	98
13. 其他曲线	100

第二篇 初等数学

I. 近似计算

1. 近似计算规则	102
2. 近似公式	105
3. 计算尺	105

II. 代数

A. 恒等变换	114
1. 基本概念	114
2. 有理整式	114
3. 有理分式	116
4. 无理式; 幂次和方根的变换	119
5. 指数式和对数式	120
B. 方程	122
6. 代数方程变换成标准形式	122
7. 一次, 二次, 三次和四次方程	124
8. n 次方程	127

9. 超越方程	130
10. 行列式	134
11. 线性方程组的解	136
12. 高次方程组	142
B. 代数补编	143
13. 不等式	143
14. 级数、有限级数与平均值	147
15. 阶乘与 Γ -函数	149
16. 配合	150
17. 牛顿二项式	151

III. 几何

A. 测面积学	153
1. 平面图形	153
B. 测体积学	158
2. 空间中的直线和平面	158
3. 各种空间角	159
4. 多面体	160
5. 以曲面为界的形体	162

IV. 三角

A. 平面三角	167
1. 三角函数	167
2. 基本三角公式	170
3. 正弦量	172
4. 三角形的解法	174
5. 反三角函数(圆函数)	176
B. 球面三角	179
6. 球面上的几何学	179
7. 球面三角形的解法	180
B. 双曲线三角	182
8. 双曲线函数	182
9. 双曲线三角学的基本公式	183
10. 反双曲线函数	184
11. 双曲线函数的几何定义	185

第三篇 解析几何与微分几何

I. 解析几何

A. 平面解析几何	186
1. 基本概念和基本公式	186
2. 直线	189
3. 圆	192
4. 椭圆	193
5. 双曲线	195
6. 抛物线	198
7. 二次曲线(圆锥截线)	199
B. 空间解析几何	202
8. 基本概念和基本公式	202
9. 空间中的平面和直线	208
10. 二次曲面(标准方程)	215
11. 二次曲面(一般理论)	220

II. 微分几何

A. 平面曲线	222
1. 曲线的给定法	222
2. 曲线的局部元素	223
3. 特种点	229
4. 渐近线	233
5. 根据方程对曲线作一般研究	234
6. 渐屈线和渐伸线	236
7. 曲线族的包络线	237
B. 空间曲线	238
8. 曲线的给定法	238
9. 动标三面形	238
10. 曲率和挠率	242
C. 曲面	244
11. 曲面的给定法	244
12. 切面和法线	245
13. 曲面的线素	247
14. 曲面的曲率	248

15. 直紋曲面与可展曲面	252
16. 曲面上的短程綫	252

第四篇 数学分析基础

I. 分析概論

1. 实数	253
2. 序列及其极限	254
3. 单变数函数	257
4. 函数的极限	263
5. 无穷小量	268
6. 函数的連續性与不連續性	269
7. 多变数函数	273
8. 数項級数	280
9. 函数項級数	286

II. 微分学

1. 基本概念	291
2. 微分法	295
3. 微分表达式中变数的替换	302
4. 微分学的基本定理	304
5. 极大值和极小值的求法	307
6. 函数展成幂級数	311

III. 积分学

A. 不定积分	319
1. 基本概念和基本定理	319
2. 求积分的一般法則	321
3. 有理函数的积分法	323
4. 无理函数的积分法	329
5. 三角函数的积分法	332
6. 其他超越函数的积分法	334
7. 不定积分表	335
B. 定积分	371
8. 基本概念和基本定理	371
9. 定积分的計算	375
10. 定积分的应用	380

11. 非正常积分	385
12. 依参数而定的积分	392
13. 定积分表	394
B. 曲线积分, 多重积分与曲面积分	398
14. 第一类型的曲线积分	399
15. 第二类型的曲线积分	401
16. 二重积分与三重积分	406
17. 多重积分的计算	408
18. 多重积分的应用	414
19. 第一类型的曲面积分	416
20. 第二类型的曲面积分	418
21. 斯托克斯公式, 格林公式以及奥斯特洛格拉得斯基-高斯公式	421

IV. 微分方程

1. 一般概念	423
A. 常微分方程	423
2. 一阶方程	423
3. 高阶方程与方程组	434
4. 常系数线性微分方程的解法	438
5. 常系数线性微分方程组	441
6. 解常微分方程的运算方法	444
7. 二阶线性方程	448
8. 边值问题	454
B. 偏微分方程	456
9. 一阶方程	456
10. 二阶线性方程	462

第五篇 分析补篇

I. 复数和复变函数

1. 基本概念	478
2. 代数运算	479
3. 初等超越函数	482
4. 复数形式的曲线方程	485
5. 复变函数	488
6. 最简单的保角映射	494

7. 复数域内的积分	496
8. 解析函数展成幂级数	499

II. 矢量计算

A. 矢量代数与标量的矢函数	502
1. 基本概念	502
2. 矢量的乘法	504
3. 矢量的协变坐标与逆变坐标	509
4. 矢量代数的几何应用	510
5. 标变量的矢函数	510
B. 场论	511
6. 标量场	511
7. 矢量场	514
8. 梯度	517
9. 曲线积分与矢量场的位	518
10. 曲面积分	521
11. 体积微分法	523
12. 矢量场的散度	524
13. 矢量场的旋度	524
14. 算子 ∇ (哈密尔顿算子), $(\mathbf{a}\nabla)$ 及 Δ (拉普拉斯算子)	525
15. 积分定理	527
16. 无旋场与无散场	528
17. 拉普拉斯方程与泊松方程	529

III. 富里哀级数(谐波分析)

1. 概述	531
2. 富里哀级数展开式表	536
3. 近似谐波分析	540

IV. 变分法

1. 基本概念	543
2. 含一个未知函数的最简变分问题	544
3. 出现极值的充分条件	550
4. 极坐标中的变分问题	552
5. 变分法的逆问题	553
6. 变分问题的参数表示	555
7. 基本函数内含有高阶导数	557