流体力学

易家训 著

章克本 张涤明 陈启强 蔡崇喜 译

高等教育出版社

流 体 力 学

——理论的简明导论

易家训 著
章克本 张涤明 陈启强 蔡崇喜 译
张涤明 章克本 校

高等教育出版社

流 体 力 学
易家训 著
章克本 张涤明 等译
*
高等教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
浙江洛舍印刷厂印装
*
开本 787×1092 1/16 印张30.5 字数700,000
1982年9月第1版 1983年12月第1次印刷
印数 00,001—12,800
书号 15010·0436 定价 3.85 元

赠给我的朋友

冯　元　桢

中译本序

本书经章克本、张涤明等先生的翻译，得以祖国文字的面貌，与祖国广大读者见面。他们的工作给我极大的欢欣和安慰。

本书初版于一九六九年问世。十二年来，数值计算，在力学研究教学中，风行一时，而本书中所涉及数值计算者，仅数页而已，湍流讨论，亦感不足。限于篇幅，只能如此。希望采用此书的教师们，根据需要酌情补充。

计算机的发明，对科学研究和社会生活的影响很深很大。但它只是工具，不懂理论和实验的科学工作者，依靠它的高度效能来硬算一切，是很危险的，每每得到一些错误的或不能解释的结果。所以我认为任何一门科学，包括流体力学在内，理论和实验，不能用计算机来代替，本书中所陈述的材料，在将来仍是有用和必需的。

译书比编著难。编著者的最大方便是取材自由。不喜欢写或不会写的，可以不写。一般读者忙于阅读写出来的内容，没有时间去想那些该写而没有写的，更不会去责怪编著者写得不够。而译者则没有这个自由。一字一句，是好是坏，都得译出来。这是多么麻烦的事，而且吃力不讨好。译得好的地方，读者便说是书写得好，写得不好的地方，读者便怀疑是译得不好。张涤明等先生，不怕麻烦，任劳并且还要为我任怨，我对他们真是深深感激。

我自己的经验是，出版一本书，要避免著者或编辑出版者的一切错误，是不可能的。原书几经校正，仍不免有误，赖勘正页来改正。我没有机会和时间读译本，想来错误是难免的。读者如不吝指出错误，让我们在再版中改正，我和译者都十分欢迎和感谢。

本书是赠给加州大学冯元桢教授的。他最近出版了一本书，内页有我的名字，名字旁边还盖了三颗他自己刻的印。第一颗为“贵阳易家训”，第二、三颗为“少小同游”、“一生知己”。我不会刻印，如会刻，第一颗便是“常州冯元桢”，第二、三颗因关系对称可借用他刻的。但我还要加一颗七字印：“同为梦系祖国人”。聊表我们对祖国的怀念之情。

贵阳易家训

初 版 序

本书作为教科书主要是向有兴趣的人或其职业要求他学习一些有关这一科目的人介绍流体力学理论。作为引论，在材料的选择上，并不想包罗无遗。包罗无遗，即使在很大雄心的努力下也是不可能的，在一个学科的引论里，这也是不需要的。我所着手做的是，用系统的方法并且在这样的水平上，即使得任何一个认真的且具有适当数学准备的学生，都可以用它来了解这一学科的基本原理、理论及其主要结果，将经典流体力学的理论面貌及其现代发展，作一简明的和有联系的叙述。我已竭力使本书自成一体，书中讨论的任何一个流体力学课题，并不假定是原先熟悉的，因而对一经选作讨论的课题，只有极少数没有做出最后的解答。少数的例外是由于，从上下文看来似乎要求提及一个研究或一个结果，但受篇幅限制，肯定不容许对它作详尽的论述。全书中所有这些情况，都给出了参考文献。因而，我希望本书对于所有希望在本学科上得到指导的人，都将是有用的。

本书原是供美国大学第一或第二年研究生用的。虽然，它的有些部分可以由有经验的教师给合格的大学生讲授。我给工科学生讲授的经验，自然使我了解到在流体力学方面他们希望学习些什么。但是我自己在流体力学方面的兴趣，要比仅仅由工程应用所引起的兴趣稍微广一些，因而本书不是专门想为工科学生写的。一个气象学的学生可以在这里找到为其以后研究所需要的适当基础，同时，一个物理学家，如果一个偶然机会引起他在流体力学方面的兴趣，那么也可以在这里找到他值得学习的东西。

实际上，本书所包含的材料或许比每周三次讲授(或讨论，因我考虑的是美国的大学)所组成的一学年课程所能介绍的内容要多一些。如果这样，部分内容可以按照兴趣的优先予以省略。看来，对这样一个课程，不管内容怎样选择，从第一章到第四章，第七章和第十章，都应当包括进去。在第四章到第十章中，补充资料可以根据教师的意愿和判断为教学加插进去。

设想读者的数学水平不十分高，除了高等微积分外，还有傅里叶级数、复变函数理论和微分方程的某些知识，都将是很有帮助的。但是，在大多数情况下，凡是我所需要的数学结果，我都力图从头开始推导。这种做法说明如下，在第一章，应用了笛卡儿张量，并介绍了线性代数的某些结果；在第四章，讨论了保角映射；在第五和第六章，应用了偏微分方程的特征方法；在第七章，应用了傅里叶级数；在附录2，还讨论了一般张量。

为了一个充分的理由我写了附录 2。学生们很少被教会如何将一组笛卡儿坐标的偏微分方程变换到它们的曲线坐标形式。在大多数的书中，他们所找到的全都是一些方法。无疑，对于那些希望用系统的方法学习变换理论的人，应该有一个学习用的资料。一个易懂的资料是布里罗尤(L. Brillouin)的“Les Tenseurs en mécanique et en elasticité”多弗出版公司(Dover Publications Inc.)，纽约(New York)，1946，附录 2 主要是以该书为依据的。然而，为简短起见，我采

取了一个重要的步骤。由于我只是对变形率张量和涡量张量，连续性方程，纳维埃-斯托克斯方程等等的从笛卡儿坐标到其他坐标的变换有兴趣，所涉及的空间总是欧几里德空间。由此我得以省去定义弯曲空间的平行性工作，并且这使得我有可能在相当短的一个附录里给出简明的要点。

习题在每章给出。它们的次序大致按照课文的先后排列，难易程度也不一。有些仅仅是帮助学生掌握课文内容的练习，但有些则需要很多思考和相当解题技能。我已试图使这些习题尽可能引起学生们的兴趣，而不使其超出学生所能达到的程度或变成需要长期研讨的题目。

我很高兴利用这个机会感谢很多人对我的帮助。冯元桢(Y. C. Fung)教授看了头三章和附录1，他的评论和建议是有帮助的。吴耀祖(T. Y. T. Wu)教授仔细地阅读了全部手稿，提出了很多有价值的评论，还发现了一些错误。对他，我谨致诚挚的感谢。在1956年出版的一本书里，我感谢过从许多人那里得到的好处，他们才使我在流体力学方面产生了初期的兴趣或加深了这种兴趣。除了这些人之外，我现在还必须提到戈尔茨坦(S. Goldstein)教授，1947年我从他那里学习了可压缩流体流动的理论，并有幸享受到他的温暖的友谊。本书是1956年开始写的，当时，我的朋友和以前的老师麦格·诺恩(J. S. McNown)教授邀我去密执安大学(University of Michigan)。1956年以来的十二年，在这段时间里，本书的一些章节已写好、并且已在研究生班上讲授过，这是我生活中愉快而有意义的12年。对于这种愉快，我要感谢我的密执安大学的同事们。与他们共同讨论中所得到的激励，他们的友谊的安慰和他们慨然的鼓励，这些都构造了我写本书所必需的内心的兴趣和安静。

我应当对密执安大学的德布勒(W. R. Debler)教授，九州大学(Kyushu University)的坦纳达(Taneda)教授，科内尔大学(Cornell University)的格布哈特(B. Gebhart)教授和约翰·霍布金斯大学(Johns Hopkings University)的科辛(S. Corrsin)教授表示感谢，他们都提供了收在说明插图中的照片。我还要诚挚地感谢为图表绘制原图的朋友和学生李庆新(Chin-Hsin Li)博士，打印手稿的霍伊斯勒(R. Haeussler)小姐以及给予耐心而且出色合作的麦格劳-希尔(McGraw-Hill)编辑部。

修 订 版 序

我利用本书重印机会的方便，在若干处作了修正及改进。许多读者和朋友们善意地指出了旧版的印刷错误及错误，派尔(B. Pyle) 先生辛劳地打印了勘误表。我对他们表示诚挚的谢意。

我尤其感谢戴莱(M. V. Dyle)教授的支持与慷慨帮助，没有这些支持与帮助，这一版决不会问世。最后，我借此机会，感谢德意志联邦共和国亚历山大·冯·洪堡 (Alexander von Humboldt)基金会给予的洪堡奖金，它使我有机会在卡尔斯鲁克(Karlsruk)工作，在那里完成了本书的最后修订的大量工作。

易家训

1978

致读者

方程的序号在每章是连续的。如果一个方程在其它的章中提到，则在其序号前加上方程第一次出现的章的章号。例如，如果第四章方程(100)在同一章提到，则简单地以(100)标记。但若在第五章提到同一方程，则记为(4.100)。对图号及习题号同样应用。当正文中提到附录中的方程时，常用字头A1或A2。例如，附录2中的方程(20)，在正文中提到为(A2.20)。然而，节号总是完整地写出，例如“第五章§3.5.1”。

保留符号的习惯用法并同时保持一对一地相应一致，这是完全不可能的。本书首先照顾习惯，这样，一个符号常常表示不同的意义。我通常不止一次地定义一个量，因而我很少去研究任何符号的难定的定义。依我的意见，一个符号表与其说是必要的，不如说是个麻烦，更不用说是一个帮助了。

参考文献在每章末给出，它也可作为作者的索引。正如所研究的资料一样，这些参考文献也是不详尽的。正文中列出了明显提到的各作者的论著，而且在辅助读物中也列出了有关各章的权威性著作(大部分是书)。从所有这些参考文献中，我们都可以找到其它的参考文献，而且过程可以是重复的。(这个有启发性方法被安德烈莫鲁斯(André Maurois)称作“星形方法”，星的每一射线是一参考文献，而此文献末端是带有其射线的另一星。)在书末提供了题目索引，没有另外给出作者索引。

目　录

第五章 不可压缩流体中的波动

第六章 无粘性可压缩流体动力学

第七章 粘性影响

第八章 传热和气体边界层

第九章 流体动力学稳定性

第十章 湍流

附录1 基本热力学

附录2 曲线坐标

第一章　基本原理

1. 流体的定义

定义流体的性质是，它在没有持续不断的运动时，无论多么小的剪切力都是不能承受的。由于气体和液体都有这种性质，所以它们都是流体，就它们的宏观运动而论，都从属于同一的方法处理。当然，流体在垂直作用于其边界的表面力的作用下是可以处于平衡状态的。事实上，整个流体静力学的课题正是讨论处于这种状态下的流体。

本书只研究那些没有优惠方向的流体。这种流体称为各向同性的。

2. 速　　度

倘若物质是无限可分的，那么定义一个质点的速度为它的位移对时间的变化率才会是有意义的。然而一般物质和特殊的流体，都不是无限可分的。严格地说，我们能够理解的只是一个分子、一个原子、一个原子核或一个电子的速度，至于在一个原子内介于电子与原子核之间、在一个分子内介于原子与原子之间或分子本身之间的空隙空间的一个几何点的"速度"，是没有物理意义的。

如果为了研究流体运动就必须直接地研究分子，那确实是一种无望的情况。幸好，虽然分子之间有很多空隙空间，在通常条件下，单位体积的液体或气体的分子数目是极大的。一克分子量气体约有 6.024×10^{23} 个分子[洛喜米特(Loschmidt)数]，并且在标准状况下，占有 22.4 公升的体积，因此，一立方厘米体积含有 2.687×10^{19} 个分子。在一立方微米（1 微米 $=\frac{1}{1000}$ 毫米）体积内，分子数目大约是 2.687×10^{7} 个。对于这样一个小体积，这是一个极大的数目。因此，对于所有实用的目的，一般条件下的气体——更不必说液体了——都可以认为是连续的。一个体积非常小（比如说 1 立方微米）的流体微团的速度，可以定义为包含在微团内的巨大数目的分子的动量除以微团总质量的平均值。由于这个微团的体积很小，所以这样定义的速度可以认为是位于流体微团的质心上的质点的速度，就好象流体是无限可分的一样。除了研究高度稀薄的气体之外，这种近似处理是有效的。

根据这个定义，含有 $N_i\,(i=1, 2, \cdots, n)$ 个第 i 种物质的分子的流体微团的速度 $\mathbf{v}$ 为

$$\mathbf{v}=\sum_{i=1}^{n}\left[\,m_i\sum_{j=1}^{N_i}\mathbf{v}(i, j)\right]\Bigg/\sum_{i=1}^{n}N_i m_i, \tag{1}$$

其中 m_i 是第 i 种物质的分子量，而 $\mathbf{v}(i, j)$ 是分子量为 m_i 的 N_i 个分子中的第 j 个分子的速度。

流体微团的速度亦可定义为

$$\mathbf{v}=\frac{\sum_{j=1}^{N}\mathbf{v}(j)}{N}, \tag{2}$$

其中
$$N=\sum_{i=1}^{n}N_i\ ,$$

而 $\mathbf{v}(j)$ 是将 n 种物质的分子不管其种类而放在一起得到的 N 个分子的第 j 个分子的速度。由公式(1)所定义的微团速度是以分子量为权的加权平均速度，而由式(2)所定义的是不加权的平均速度。在§5,讨论连续性方程时,将明显地看到,若流体是混合体时，则两个定义所对应的连续性方程的形式是不相同的。这些问题将在第8章与扩散方程结合起来进一步讨论。为便于以后的讨论,方程(1)将换成稍方便的形式。如果对于混合流体的各种成分,平均速度定义为

$$\mathbf{v}(i)=\sum_{j=1}^{N_i}\frac{\mathbf{v}(i,j)}{N_i}.$$

方程(1)就可写为

$$\mathbf{v}=\frac{\sum_{i=1}^{n}N_i m_i\mathbf{v}(i)}{\sum_{i=1}^{n}N_i m_i}. \tag{1a}$$

不管流体的体积如何,第 i 种成分的密度 ρ_i 必需与 $N_i m_i$ 成正比,故式(1a)可写为

$$\mathbf{v}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\rho_i\mathbf{v}(i)}{\rho}, \tag{1b}$$

其中 ρ 是总密度,即

$$\rho=\sum_{i=1}^{n}\rho_i. \tag{3}$$

必须弄清质点速度定义的完整意义。即使包含在微团内的分子各自以很大的速度运动着,但它们的动量的平均值仍可以为零。事实上,当分子处于完全无序运动时，它就为零了。因此,分子动量的平均值是分子运动有序部分的一种度量。无序的分子运动的强度显示为一种特性，这种特性叫做温度。

如果流体被认为是连续体,则流体内任一点的速度可假设为该点的坐标 x_i $(i=1,2,3)$ 和时间 t 的函数。很明显,不作某些修改的话,连续体的概念和扩散的概念是不协调的。然而这种基本的不协调性并不表现为不可克服的困难。

其他的运动学或动力学特性，既可以从分子的观点也可以从连续体的观点来定义。虽然在任何有质量扩散的地方连续体的近似其适用性必须按照分子的观点加以审定。但在本书中流体

将认为是连续体。

3. 加 速 度

为了求得一个质点的加速度，必须观察质点的速度是如何随时间变化的，因此必须留意质点本身——至少在一短时间内。有两种不同的描述流体运动的方法。其一，把流体质点的坐标作为时间和它们的永久识别标记（例如其初始时刻的坐标）的函数。另一个是，把质点的速度和其他特性作为时间和不依赖于时间的固定空间坐标的函数。前者以拉格朗日（J. L. Lagrange 1736—1813）命名，称为物质的或拉格朗日的描述方法，后者以欧拉（L. Euler 1707—1783）命名，称为空间的或欧拉的描述方法，虽然历史学家们证实这两种描述法都应归功于欧拉。

对于拉格朗日描述法，流体质点在初始时刻所在位置的笛卡儿坐标（Cartesian Coordinates）(c_1, c_2, c_3) 可用以识别这些质点，该质点以后所在位置的（笛卡儿）坐标记为 (X_1, X_2, X_3)，这些坐标是 c_i 和时间 t 的函数。对于一个确定的质点，识别坐标是固定的，只有坐标 X_i 是 t 的函数。如果坐标是笛卡儿坐标系，则速度分量是

$$u_i=\frac{\partial X_i}{\partial t},\qquad i=1, 2, 3,$$

而加速度分量简单地是

$$a_i=\frac{\partial^2 X_i}{\partial t^2}.\qquad i=1, 2, 3.$$

对于欧拉描述法，认为运动流体的速度和加速度是时间和位置的函数。描述位置的笛卡儿坐标 (X_1, X_2, X_3) 现在与时间无关。但是，为了求得速度与加速度，我们仍然必须跟踪流体质点一段短时间 dt。在这段时间内，所跟踪的流体质点的坐标总计变化了 dX_i，其相应的速度变化由两部分组成：第一部分是随时间的局部变化，第二部分是由于质点位置改变而引起的变化。若再次用 u_i 记为速度在 x_i 方向的分量，则因 u_i 是 x_i 和 t 的函数，所以对于所有增量 dt 和 dx_i，

$$du_i=\frac{\partial u_i}{\partial t}dt+\frac{\partial u_i}{\partial x_j}dx_j,$$

跟踪质点的物理过程相当于用质点位移 dX_j 去识别 dx_j。这样，当跟踪一个质点时就有

$$du_i=\frac{\partial u_i}{\partial t}dt+\frac{\partial u_i}{\partial x_j}dX_j,\qquad i=1, 2, 3.\tag{3a}$$

如同在前方程中一样，其中最后一项代表三项之和。j 顺序取遍 1, 2, 3。除非特别声明，我们将总是使用这个求和记法的约定。若坐标是笛卡儿坐标，则位移分量是

$$dX_i=u_i dt,\qquad i=1, 2, 3.\tag{3b}$$

用 dt 除式(3a)，取极限，我们有

$$a_i=\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}.\qquad i=1, 2, 3.\tag{4}$$

算子