逻辑与演绎科学方法论导论

塔尔斯基著

周礼全　吴允曾　晏成书合譯

内部讀物

商务印书馆

邏輯与演繹科学方法論导論

塔尔斯基著

周礼全　吳允曾　晏成书合譯

内部讀物

商务印书館

1963年·北京

Alfred Tarski

INTRODUCTION TO LOGIC
AND TO THE
METHODOLOGY OF DEDUCTIVE SCIENCES

Revised edition 1946
Oxford University Press.
New York

Original in Polish language
Translated by Dr. O. Helmer
From German

内部讀物

邏輯与演繹科学方法論导論

塔尔斯基著

周礼全　吳允曾　晏成书合譯

商　务　印　书　館　出　版
北京复兴門外翠微路
（北京市书刊出版业营业許可証出字第107号）
新　华　书　店　經　售
新　华　印　刷　厂　印　装
統一书号：2017・82

1963年3月初版　　开本 850×1168 1/32
1963年3月北京第1次印刷　　字数 213 千字
印張 9 6/16　　印数 1—3,000 册
定价（9）1.30元

俄譯本序言

著名的波兰数学家和邏輯家塔尔斯基的这本书，是数理邏輯和演繹科学方法論的通俗引論，它值得受到苏联讀者的注意。它在 1936 年以波兰文出版，1937 年譯成德文，由德国著名的斯普林格书局在維也納而不在德国出版。尽管如此，这幷沒有帮书局的忙，书局沒有来得及在 1938 年德国幷吞奥国以前把书全部推銷出去，因此有一部分始終被擱在书店的仓庫里……这是由于种族歧視的緣故。1941 年书的校訂和补充版本在紐約用英文出版，俄文翻譯是根据这个版本完成的。

这本书原来称为《数理邏輯和数学方法論导論》。这个名称与內容更相符合，因为这本书是一門科学的导論，这門科学的主要結果多半是数学专家在二十世紀近几十年获得的。尽管数理邏輯的工具以及数理邏輯中所使用的符号"語言"具有很专門的性质，作者成功地引导讀者到这里所考虑的問題的領域中去，几乎沒有用任何的专門符号，而使用通俗易解的語言。书中所涉及的問題的范圍很广，讀者在这里会找到关于命題邏輯問題的討論，关于集合(类)、性质、关系、函数、运算、同一与相異等概念邏輯方面的討論，关于形成概念的原則(包括所謂的抽象原則)和定义概念的方法的討論，以及关于形成命題和从一些命題推出一些命題的方法的討論，等等。书中有专門的章节用来討論演繹理論构造的原則，这就是所謂的公理学方法，和与之相联系的无矛盾性和完全性問題。一些最一般的数学理論的构造是在表示現代数学特点的方法和概念（例如，从集合論或阿貝尔群論借用来的方法和概念）的基础上

作出的；自然，所有陈述出来的原则都可以应用到这些最一般的数学理論的构造上去。

作者在书的序言中說明了自己对于数理邏輯与演繹科学方法論的意义和本质的一般观点。为了批判地討論他所提出来的原理，首先那怕是粗淺地說明一下我們对于书中所討論的問題的眞实意义的見解，在我看来是适宜的。我們簡单地讲两点。

1. 与形而上学相反，唯物辯证法教导說：眞理总是具体的，也就是說，在此时此地和一定条件下眞的东西，在另一地点、另一时間或者在另一些条件下可能不眞。因此，对于所有用一般形式提出来的問題，不能給出"断然的"回答，是或否。斯大林在1904年写道："伯恩施坦的信徒們也曾要求馬克思主义者同样断然地回答下面这个問題：合作社（即消費生产互助社）对于无产阶級有益还是有害？馬克思主义者当然不难证明，这样提出問題是毫无意义的。他們很簡明地解釋了：一切都以时間、地点为轉移，——在无产阶級的阶級觉悟已提高到应有程度的地方，在无产者已团結成一个强固的政党的地方，如果合作社是由党着手建立和領导的，那它对无产阶級就会有很大的益处；而在沒有具备这些条件的地方，合作社对于无产阶級就会是有害的，因为合作社能使工人产生小商人的傾向和行会的閉关自守的心理，从而損害工人的阶級觉悟。"①

我們知道，从形式邏輯的規律，例如矛盾律和排中律，得出"断然的"回答，"是"或"否"，是永远可能的，但是形式邏輯的規律却不能机械地应用到所有的命題上去，像形而上学者在这点上所想的那样。

① 《社会民主党怎样理解民族問題？》，《斯大林全集》第1卷，人民出版社1953年版，第42—43頁。

研究者的技巧相当大的程度上在于，估計到环境、地点和时間这些具体条件，这样来提出問題，以便形式邏輯的規律适用于它們，以便对于問題的回答能說明所研究对象的一些最本质的方面。① 难怪人們說，問題的正确提法有时并不比問題的解决价值少。既然数学所处理的是比較普通的对象和关系，在这里获致精确的提法也就比較容易。然而，为了这个目的就不仅要拟定专門的术語，而且要制作出一些科学的、"形式化"的特殊方法，这些方法是数学所特有的，因为在数学中我們所处理的是字母演算。

其实，这种方法是自发地創造出来的，从古代开始，在像欧几里德或者阿基米德这些数学家的著作中就已經有了。由于洛巴契夫斯基的偉大发現及現代集合論数学的建立，产生了一系列的問題。这一系列的問題使得数学家把原来屬于邏輯和数学方法論領域的数学证明論的問題作为专門研究的对象。在現代，数理邏輯以及和它直接联系的演繹科学方法論是一門相当发达的科学，有它特有的問題范圍；有科学研究的专門工具；以及一系列最后确立的有意义的重要結果，这些結果既是借助于分析現有演繹理論所获得的，同时也預告着这些演繹理論的发展，因为它們屬于一定种类的任何可能的演繹理論。既然这里首先考虑的正是一些数学学科，并且所談的那些結果基本上是用数学方法得到的；那么系統地充分地說明它們必須以专門的数学修养为前提。可是作者还是成功地說明了十分广泛范圍內的問題，而沒有假定讀者有超出中等学校数学課程大綱的训练。还因为，例如說，相应于所討論的內容，

---

① 同时应該注意，当情况变化时，也必須相应地改变問題的提法，因此，只有彻底辯证唯物主义地說明对象（即邏輯的和历史的处于統一之中，而邏輯的包括历史的）才是正确的。（前面所举的例子教导我們，恰恰是当某种条件变化时，公式也应該改变——这个例子特别說明了这一点。）

"形式化"方法的选擇和陈述的精确性問題,① 具有一般的科学意义,所以对于不接近数学的讀者,塔尔斯基的书也能够引起兴趣。

2. 对于邏輯感觉兴趣,特别是对于其中的現代数理邏輯部分感觉兴趣的讀者,在书中会找到一些內容,使他能够对于数理邏輯的內容和方法形成清晰的概念,并且使他能够闡明数理邏輯的基本特点。这使他可能熟諳地批判地对待資产阶級哲学家的企图,他們想利用这个領域中科学的进展向唯物主义进行斗爭,和宣傳露骨的或混乱的折衷主义和唯心主义的哲学立場(其中包括本书作者本人在內)。在这方面我們只想提請讀者注意作者所熟练应用的数理邏輯的特点(它与一切字母演算共有的特点),以及他一再强調的,数理邏輯与数学的密切联系。

字母演算之引入[为維他(F. Vieta, 1540—1603)和笛卡儿(Descartes, 1596—1650)在17世紀前半期所引入]到数学中,在这門科学的发展中起革命性的作用。恩格斯說,"笛卡儿的变数是

① 追求"形式化"的科学的严格性、精确性和确定性、眞正反映事物的本質,根据眞理的具体性原理的构造,自然,应該把这一切区别于煩瑣哲学的玩弄"严格性"和相应地"創作"形形色色的专門术語的詭計与毫无內容的空洞"形式"。我們看到,眞正科学的"形式化"本身可能是新的,对于科学发展很本质的問題提法的源泉。例如,对于数学中連續曲綫概念来說,就是如此。很长一个时期它好像是立即明显的,而不需要說明。在18世紀末与数学物理問題相联系产生一場"关于声弦"的热烈爭論,在这場爭論中,有像欧拉(L. Euler, 1707—1783)、达兰貝尔(d'Alembert, 1717—1783)、貝努义(Bernoulli, 1700—1782)和拉格朗日(J. L. Lagrange, 1736—1813)这样一些卓越的数学家参加,这使得数学家們相信,事情不是像看起来那样簡单。在19世紀引入的連續性概念的精确陈述头一次使得能够严格的证明一系列的命題,以前数学家实际上在大量的情形中利用这些命題而沒有意識到連續性概念。然而不久发現,連續性定义的这种陈述意外地滿足象填滿整个正方形所有点的貝安諾曲綫,或連續而无处可微分的波查諾、魏尔施特拉斯函数,这种函数对应于在每一个点上沒有方向的曲綫。这些发現对于科学的进一步发展具有根本的意义。一方面,这样被发現的曲綫是具有深刻的現实意义的。另一方面,連續性概念进一步区分的問題提出来了(而且已經解决),这种区分使得能够更好地表現原来考虑的,然而还不能精确定义的形式。

数学中的轉折点。”

虽然在“变数”和变数在現代数学中的使用之間有一个本质的差異，但是維他和笛卡儿所創造的字母演算和作为現代数学的特点的演算已經有了許多共同的特点。它們的基本特点在于，虽然在口头論述中沒有人想到把命題相“加”或者相“乘”——用表达命題的公式，可是在这些演算中却已經可能根据有时很像普通算术那样的规則来进行演算。例如，可以依一定的方式加等式或不等式，用数去乘它們等等。大概任何曾經学过代数的人也都会記得，用数学中使用变数特有的代入規則来代替从一般到特殊的普通代换，例如教他不說“因为被加数的次序对于和数无关，所以 $7+5=5+7$”，而要他在公式 $a+b=b+a$ 中把 $a=7$，$b=5$ 代进去是多么不习惯。

不用說，一般而論，沒有公式的使用，一些数学推論几乎不能实現，公式的使用有时在非数学家看来，好像是特別为了使人难于理解数学著作而創造的。其实，略微熟悉数学公式就使我們能把它們分成两組：

(1) 公式

$$2+2=4,$$

$$2+2=5,$$

$$2<3,$$

$$a+b=b+a,$$

$$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2,$$

表示眞或假，而

(2) 公式

$$2+2,$$

$$\frac{2\cdot(3+2)}{7},$$

$$2\sin\frac{\pi}{5},$$

$$\log_{10}3,$$

表示一些对象（不同于真和假的），在所給的情形中，它們表示完全确定的数。后一种公式的显著特点表示：像“4”一样，“2+2”也是一个确定的数的指示詞，公式$\frac{2\cdot(3+2)}{7}$不仅表示由

(1) 3和2相加，

(2) 二倍所得的結果，

(3) 把所得的除以7。

給出一系列运算組成的获得某数的方法，而且还有由这个方法得到的結果，在这里，这結果与数 $1\frac{3}{7}$ 相同。

必須注意，正是結果与导致它的方法的这个辯证的統一在現代数学中广泛地得到利用，这样，借助于指出一个对象可以由其它几个对象来构造的方法，使我們能規定这个对象（例如，定积分）。我們也要指出，在数学中某些困难和这有关，这些困难是这样引起来的，即，事实上不是每一种方法都得出結果；因此需要一种标准，使得我們能够把“收斂”的方法和那种不能有意义地得出确定結果的方法区别开来。

这种特点引起了要特别研究邏輯方法的願望，这些邏輯方法正是数学演算的特征。另方面，甚至这种研究的最初尝試应該是推动研究者去发現下述情形，即这种方法不过是普通邏輯規律的另外一种形式，或許邏輯本身也可以解釋成为某种演算（至少在这里所說的数学中所用的邏輯方法是如此），这是不奇怪的。

萊布尼茲（Leibniz, 1646—1716）第一个从事这样的尝試，他把維他和笛卡儿的字母演算的思想推广到他所建立的微积分学上

去，① 也推广到邏輯上去。然而在邏輯領域中萊布尼茲的思想对于这一科学的发展沒有发生重要的影响。19 世紀一些数学家和邏輯学家作了一系列的努力来建立邏輯代数，其中必須首先提到德·摩根(A. De Morgan, 1806—1878)，布尔(G. Boole, 1815—1864)，皮尔斯 (Ch., S. Peirce, 1839—1914)，习玉德(E. Schröder, 1841—1902)，俄罗斯学者喀山数学家和邏輯学家波列茨基(П. С. Порецкий, 1846—1907)。但是只是在 20 世紀这些研究才受到眞正的注意，这时与数学基础的危机相联系，关于在数学基础中所容許的构造对象或者規定对象的手段，和命題証明的手段的問題便尖銳地突出出来了。

誠然，关于和数学基础的危机相联系的問題，塔尔斯基在他的书中几乎沒有談到；在书中沒有說明一系列数学基础原有的重要結果，例如，与形式化"語言"中"眞理性"概念相关的結果或与演繹理論的"无矛盾性"和"完全性"的各种定义相关的結果。他觉得它們对于通俗的叙述过于困难，而他屡次强調，他的书只是个引論。作为引論，这本书实在令人滿意。书的开端已經很好；一开始，作者就闡明数学中的值和数学中使用的变数方法，而且立即討論作为数学学科的特点的两种类型的公式：(1)命題函項，和(2)指示函項。也应当指出这种情形，就是作者成功地避免了在书中有过多的形式計算，而把相应的材料放到练习中去。当然，最后这一点是以讀者能够做出所有附在每一章后面的练习，包括那些对于演算工具的构造原則上很重要的問題为先决条件的。这些练习中的多

① 上面我們援引的恩格斯的話完全說出来是这样的："笛卡儿的变数是数学中的轉折点。因此运动和辯证法便进入了数学，因此微分和积分也就立刻成为必要的了，而它們也就立刻产生出来，并且整个讲来它們是由牛頓和萊布尼茲完成的，而不是由他們发現的。"(《自然辯证法》，人民出版社，1955 年版，第 217 頁)

数是适当地选擇和表述出来的，它們是这样簡单，的确使得讀者能够独立地做出来。

在本书的哲学方面，情形就坏得多。作者在一系列的場合有着形而上学的，有时接近馬赫主义的、混乱的唯心主义的观点。所以，他强調在数学中不存在"变数"之类的对象，說它"不可能有任何确定的性质，例如它不是正数，也不是負数，也不等于零。或者說，x 的性质是随着情形不同而变化的；有时它可以是正数，但有时又可以是負数，有时又可以等于零。"在这个地方他以以下的話作結："这样一种东西，在我們的现实世界中根本是找不着的。这样的东西如果存在于现实世界，那将会是違背我們思想的根本规律的。"(§1)結果：客观世界的規律为我們的思維規律所制約，这是露骨的唯心主义和形而上学的主張。因为，相反，在現实世界中一切在变化着和运动着；具有某种性质的对象会失掉这种性质；相反，沒有某种性质的对象也可以有这种性质；必須多研究具体材料，以便在变化中划分出稳定的、不变的东西，以便反映运动，然后再找出在变化中的不变的規律(規律就是稳定的东西)，等等。"如果不把不間断的东西割断，不使活生生的东西簡单化、粗糙化，不加以割碎，不使之僵化，那么我們就不能想像、表达、測量、描述运动。思維对运动的描述，总是粗糙化、僵化的。不仅思維是这样，而且感觉也是这样；不仅对运动是这样，而且对任何概念也都是这样。

这也是辯证法的本质。对立面的統一、同一这个公式正是表現着这个本质。"① 塔尔斯基的书的相当一部分內容事实上正是关于科学的概念和命題的"形式化"方法，其目的在使它們服从形式

① 列宁：《哲学笔記》人民出版社，1957年，第263頁。

邏輯的規律。閱讀这本书有时給人一种印象，似乎作者认为演繹理論的命題本身，完全自动地預先就服从这要求。誠然，在他的专門性著作中，我們沒有遇到这种情形。

塔尔斯基的哲学立場毕竟不是十分确定的。作为創造性地工作着的数学家，他有时自发地站在健康的唯物主义立場上。例如，他——当然，有保留地，并且也沒有指出姓名——反对罗素(Russell)有名的說法：在数学这种科学里，我們不知道我們在說什么，也不知道我們說的是否眞实。他写道："我們必須批判地看待这些判断……有时我們发展一种演繹理論而对于它的基本詞項不賦与任何固定的意义，这样就是将这些基本詞項看作变項；在这种情形之下，我們說我們将这一理論看作一种形式系統，但这是比較少見的情形（即使考虑到§36中对于演繹理論的一般刻划中所說的也是如此）。仅当对于这一理論的公理系統可能給以几种解釋时这种情形才会发生，也就是說，如果对于这一理論中的詞項可以有几种不同的方式賦与意义，而我們不願意特別着重任何一种时，才会发生。"(§38)

在某种程度內关于他对于邏輯的态度也可以这样說。一些現代的邏輯家从反动的資产阶級哲学和馬赫主义达到数理邏輯，①作者和这些邏輯家不同，他不把邏輯看成是任意的"語言"，而且认为邏輯不应当发生在任何內容丰富的科学理論之先。依照他的說法，他是用"邏輯"一詞来"称呼这样一种科学的，这种科学分析一切科学中共同的概念的意义，建立这些概念所服从的一般規律"与关于邏輯的对象或內容的問題相联系，他談到思維的規律，还談到在邏輯中我們一般不处理任何**个别的概念**（它們对应于**性质和**

① 例如卡尔納普(R. Carnap)就是这种人。

关系)或个别的对象。① 然而在书中关于这些問題我們沒有找到十分明确的东西。首先，哲学的基本問題——关于思維与存在之間的关系的問題，从而在思維規律和其中所反映的自然与社会的規律之間的关系的問題——仍然曖昧不明。数学与邏輯之間的关系問題也沒有对讀者說清楚。要知道，像“一”、“二”等这样一些概念能够用邏輯的詞項来表示，它們仍然是个别的概念(并未变成可以把任何的个别概念放到它們的位置上的变数)！此外，旣然主張：只要把无穷性公理包括在邏輯中，就可以把算术看成邏輯的一部分，那么甚至对讀者也会造成一种印象：这个問題本质上是无意义的，假如，依照定义，把数学的基本概念和公理包括在邏輯中，那么数学，或者至少是它的某一部分，自然将是邏輯的一部分。

这里我們不可能把我們认为需要批判或者詳述的地方一一細說。并且，大多数場合，这需要先熟悉书的正文。因此，在这些地方，編者认为給以附注比較妥当。这里我們只談一个具有原則意义的問題。

从辯证唯物主义观点看来，实踐不是在理論之外的某种东西。理論依賴于实踐，假如它不为实踐所证实，它就沒有意义。归根結底，只有一个眞理的标准——实踐的标准。假如形式邏輯的证明使我們相信数学命題的眞实性，那么这是由于借助于这样的证明，所給命題的眞实性归結为：(1)其它一些命題即被当作公理的那些命題的眞实性，所給命題的眞实性归根結底是由于这些命題的眞实性；及(2)在证明中所用的邏輯推論方法的正确性。两个問題都須由实踐来解决。列宁說：“人的实踐活动必須亿万次地使人的意識去重复各种不同的邏輯的格，以便这些格能够获得公理的意

① 在苏联学者波荧瓦尔(Д. А. Бочвар)手中，邏輯的这种了解成为解决邏輯的和集合論的誖論的有效方法。

义。"①

在另一个地方列宁写道："为我們的实踐所证实的是唯一的、最終的、客观的眞理。"②誠然，实踐的标准不是"僵硬的"，从列宁的观点看来，优点，而非缺点，正在于此，它保证科学无限发展的可能性。列宁說："当然，在这里不要忘記，——实踐标准实质上决不能完全地证实或駁倒人类的任何表象。这个标准也是这样的'不确定'，以便不至于使人的知識变成'絕对'，同时它又是这样的确定，以便同唯心主义和不可知論的一切变种进行无情的斗爭。"③

但是塔尔斯基的看法不是这样。讀到本书某些地方，使人不由得产生一种印象：对于作者，理論和实踐几乎是两极化的对立面，它們可以是互不相容的。如果有人想使我們相信：造永动机和魔桌布在"理論上"是很重要的，但是"可惜"，"实踐上"这不能实現，因为它違反能量守恒定律，对于这样的人我們說些什么？——显然，我們反对这种提出違反物理規律的方案的"理論"。

关于哥德尔(K. Gödel)的工作，作者写道，哥德尔的工作证明，要建立所有眞的算术命題都可用以证明的"形式系統"是不可能的。誠然，塔尔斯基幷沒有由此做出什么明显的不可知論的結論来。他仅"限于"指出，用这一点就可以說明，为什么尽管完全性概念对于演繹理論有非常巨大的理論上的重要性，在实踐上它对于演繹理論的构造只发生很小的影响。然而他沒有談到哥德尔所指的是什么样的"完全性"。这个概念有各种不同的意义，各个意义都不仅可以用，而且事实上已經用上了，但是，他根本沒有談到这些不同的意义，尽管像已經指出来的，在这个領域中这个概念有一些有趣

① 列宁：《哲学笔記》，人民出版社 1956 年版，第 175—176 頁。

② 《列宁全集》第 14 卷，人民出版社 1957 年版，第 143 頁。

③ 《列宁全集》第 14 卷，人民出版社 1957 年版，第 142—143 頁。

的結果：其实，事情的实质在于，这里所指的是形式系統，形式系統只包括有穷个公理和推理規則，每个公理和推理規則由确定的、能行地实現的运算所构成。如果对“完全的”形式系統一語我們同时还作这样的理解：在其中所有用一定的詞項表示的命題，或者是被证明或者是被否证，那么这意味着，問題是关于工具的构造，理論上（和实踐上！）与之等价的能完全代替人的思維（应用到所討論的理論的命題上）的机器的构造。自然，任何一个馬克思列宁主义者不会想到反对創造任何能运算的机器，特别是运算繁重和令人厌倦的計算題的机器。然而他不会想到，也不会认为在实踐上无法实現的幻想的机器在“理論上是重要的”。①

我們要指出，关于演繹理論的无矛盾性和完全性在理論上的重要性，和它們在各种情形中（或对它們的不同的处理办法中）实际上实現的可能性，讀者在塔尔斯基的书中，无論如何，找不到充分的材料。这些問題的通俗說明实在也困难，而且每一項都要費不少的篇幅。我們只說一点，哥德尔定理并沒有使算术无矛盾性的一些证明，例如，我們在苏联数学家諾維科夫（П. С. Новиков）和干称（Gentzen）的著作中見到的证明，失去意义；再者，甚至证明对于不論那一个普通邏輯的“形式系統”都不可解的問題的存在的一些最抽象的結果也已經使人能够解决若干早已提出，然而迄今沒有解决的数学問題。② 自然，不言而喻，在这里理論与实踐处于

① 如果在某个时候以前还能认为数学学科与其它科学不同是由于：用数学科学語言表达的眞命題組成的整个无穷集合可以由确定的、預先列举出来的而且容易檢驗的規則，即从有穷个、甚至不多的通常取作公理的規則得到，那么現在我們知道，对于通常的算术，这些期望看起来是不可实現的。算术完全不应得到黑格尔給它的那种輕視，黑格尔以为在这門科学中思維能够被自动机代替，这种意見馬克思和恩格斯从来沒有同意过。現在这一点得到了证明，尤其是从算术对于邏輯問題和数学方法論問題的应用是富有意义的这一事实上得到了证明。

② 这一类的一系列問題已为苏联数学家馬尔科夫（А. А. Марков）所解决。

統一之中，而不是与实踐对立的。

作者指出"未来的邏輯学像所有理論科学一样，本质上依賴于人类政治的和社会的相互关系納入規范，"自然，他是正确的。

但是他以为，社会因素在职业学者的活动范圍之外，以及邏輯知識的傳佈可以自然而然地促进人們之間更好的相互了解，这一点他是錯誤的。美国反动集团使科学的进步服务于帝国主义侵略目的的企图再一次证实，在科学周圍和在科学之中尖銳的政治和意識形态的斗爭是不可避免的，在这个斗爭中学者們不可能始終是旁观者，而不无变成帝国主义和反动势力的帮凶的危險。

雅諾夫斯卡婭

初版序言

根据許多門外汉的意見，数学今天已經成为一門死科学：在达到不寻常的高度发展水平以后，它已經在一种严格的完全性中僵化了。这是对情况的一种完全錯誤的看法。在科学研究領域中現在很少有象数学那样經历着如此剧烈的发展阶段。而且，这种发展是极其多样化的：数学領域正在向一切可能的方向伸展，它在高、寬和深三方面都在成长着。它的高度在成长着，因为在数百年来（如果不是数千年以来的話）发展的旧的理論的土壤之上，新的問題不断地发生，而其所达到的結果越来越完全。它的寬度在成长着，因为它的方法滲透到其他各种科学部門中，而其研究的范圍日益囊括着越来越广泛的現象界，并且越来越多的新的理論被包括在数学学科的龐大的范域之中。最后，它的深度在成长着，因为它的基础日益坚定地被建立起来了，它的方法日益完备，它的原則日益巩固。

本书的目的就是要向那些对于現代数学有兴趣、而不曾实际参与它的工作的讀者們，至少在数学发展的第三个方面、即其在深度方面的成长提供一个最一般的观念。我的目的是要使讀者熟悉一种名为数理邏輯学科的最重要的概念，这門学科是为了把数学建立在更坚固、更深刻的基础上創造出来的；这一个学科，虽然它的存在只有短短的一个世紀，却已經达到了高度的完全性的水平，而且在我們的知識的总和中它今天所起的作用远远超越于其原定的范圍。我的目的是要表明，邏輯的一些概念滲透到数学的整体中，它把所有的专門的数学概念了解为特殊事例，并把邏輯規律恒