刘增良 主编

模糊技术与应用选编

（3）

北京航空航天大学出版社

模糊技术与应用选编

（3）

刘增良　主编

北京航空航天大学出版社

内容简介

《模糊技术与应用选编》(3)是模糊技术与应用文献精选的第三卷。本卷从发表在1997年国内上百种期刊中选编了有关模糊技术理论、方法、实现技术、应用范例等方面有代表性的文章96篇。较集中地反映了我国现阶段模糊技术研究开发及应用的水平，具有重要的参考价值。

本书的主要内容有：模糊逻辑与模糊推理；模糊控制原理与设计；模糊神经网络理论与应用；模糊专家系统与决策支持系统；模糊模式识别；模糊诊断方法与应用；模糊数据库与模糊检索技术；模糊预测、决策与规划方法；模糊可靠性分析与优化设计；模糊综合评判方法及应用；模糊聚类分析与应用；模糊控制技术应用等。

本书涉及到模糊技术在自动控制、电子、计算机、家电、机械、工程科学以及管理、决策、软科学等多方面的应用成果，是从事上述诸方面研究开发及应用人员的重要参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

模糊技术与应用选编 (3)/刘增良主编. —北京：北京航空航天大学出版社，1998.10
ISBN 7-81012-795-0

Ⅰ.模… Ⅱ.刘… Ⅲ.模糊控制-文集 Ⅳ.TP13-53

中国版本图书馆CIP数据核字(98)第14356号

模糊技术与应用选编(3)
刘增良 主编
责任编辑 曾昭奇
责任校对 李宝田
北京航空航天大学出版社出版发行
北京学院路37号(100083) 发行部电话(82317023)
各地书店经销
北京朝阳科普印刷厂印装
*
787×1092 1/16 印张：32.5 字数：832千字
1998年12月第一版 1998年12月第一次印刷 印数：4000册
ISBN 7-81012-795-0/TP·289 定价：50.00元

前　言

模糊技术的研究开发目前正遇到了千载难逢的大好时机，国内外科枝界、企业界和政府部门都特别关注着“模糊”领域。它既是一个学术热点，又是一个开发热点。

在自然科学、社会科学、工程技术的各个领域，都会涉及大量的模糊因素和模糊信息处理问题，模糊技术几乎渗透到了所有领域，列有模糊专题的较大型国际会议每年约有十多个，各种模糊技术成果和模糊产品也逐渐由实验室走向社会，有些已经取得了明显的社会效益和经济效益。像冶金、机械、石油、化工、电力、交通、医疗、地震、气象、建筑、行为科学、管理科学、军事科学等等，每个领域都有其成功的应用范例。比如：

* 在软科学方面，模糊技术已用到了投资决策、企业效益评估、区域发展规划、经济宏观调控、中长期市场模糊预测等领域。模糊理论将大大促进软科学的科学化、定量化研究。

* 在地震科学方面，模糊技术已涉及到中长期地震预报、地震危险分析和潜在震源识别、地震灾害预测及减轻地震灾害对策等领域。

* 在工业过程控制方面，已经实现了冶金炉模糊控制、化工过程模糊控制、水泥窑和玻璃窑模糊控制等等。模糊控制技术已经成为复杂系统控制的一种有效手段，将大大拓宽自动控制的应用范围。

* 在家电行业，已经实现了模糊洗衣机、模糊空调器等 40 余种模糊家电产品，产生了巨大的社会效益和经济效益。

* 在人工智能与计算机高技术领域，已经出现了模糊推理机、模糊控制计算机、模糊专家系统、模糊数据库、模糊语音识别系统、图形文字模糊识别系统、模糊控制机器人等高技术产品，同时还出现了 F-Prolog，Fuzzy-C 等语言系统。

* 在航空航天及军事领域，模糊技术已用到了飞行器对接、C^3I 指定自动化系统等方面。

……

特别是近几年，各种模糊芯片、模糊枝术开发工具等模糊软、硬件产品相继出现，预示着一种新兴的模糊产业正在崛起。

我国随着改革开放和企业对高新技术的渴求，模糊枝术越来越多地被科枝人员、企业家所重视，大批科技人员开始了解并有意转向这一领域。高等院校，特别是工科院校开始在研究生、高年级大学生中开设有关模糊技术课程。企业界也希望能生产模糊产品，以求产品上档次。近几年来，模糊枝术作为一项关键技术，已被列入国家和省市的多种攻关计划。1988 年国家自然基金委员会作为重大基础研究项目，投巨资支持了“模糊信息处理与机器智能”的研究，国内十几所高校和科研单位，数十名专家、教授、科技人员参加了这一研究工作，对推动我国模糊理论的系统研究起了很大的作用。1994 年国家经济贸易委员会作为国家技术开发项目专项投资上亿元开发模糊技术产品；国家技术监督局专门成立了模糊技术标准化工作组，制定各种模糊产品国家标准。这必将大大推进我国的模糊技术产业化进程。

为不失时机地推动模糊技术在我国的传播与发展，满足高等院校、科研单位、工矿企业教学、科研与产品开发的需要，在北京航空航天大学出版社的大力支持下，我们从 1994 年开始编辑出版着一套《模糊技术与应用丛书》(简称《丛书》)。这套《丛书》将分门别类地归纳总结国内外模糊技术理论成果和应用成果，重点介绍模糊技术的工程应用方法和工程实现方法。对模糊

控制、模糊识别、模糊专家系统、模糊诊断、模糊信息处理、模糊数据库、模糊预测、决策与规划等都将以专著形式专题论述。全套《丛书》贯穿一线，形成一套完整的模糊技术的工程应用方法专著系列。

与此同时，为便于专家学者和工程技术人员查找模糊技术的文献资料，满足读者一册在手，即可全面了解国内期刊杂志关于模糊技术研究开发成果发表情况的愿望，我们又组织了这套《模糊技术与应用选编》（简称《选编》），试图将散见于国内上百种期刊杂志及会议文集上的模糊技术与应用成果的代表性文章选编成册，并分门别类地加以汇编，使其能反映当代模糊技术与应用研究开发的整体水平。

《模糊技术与应用选编》(3)是模糊技术与应用文献精选的第三卷。本卷从发表在1997年国内上百种期刊杂志中选编了有关模糊技术理论、方法、实现技术、应用范例等方面有代表性的学术技术文章96篇。较集中地反映了我国现阶段模糊技术研究开发及应用的水平，具有重要的参考价值。

本卷将收入的文章，按其主题内容分别归并成了12章。这12章的题目是：模糊逻辑与模糊推理；模糊控制原理与设计；模糊神经网络理论研究与应用；模糊专家系统与决策支持系统；模糊模式识别；模糊诊断方法与应用；模糊数据库与模糊检索技术；模糊预测、决策和规划方法；模糊可靠性分析与优化设计；模糊综合评判方法及应用；模糊聚类分析与应用；模糊控制技术应用。本卷的特点是实用性强，它涉及了模糊技术在自动控制、计算机、家电、机械、工程以及管理、决策、软科学等多方面的应用成果。

《选编》(3)的出版得到了广大作者的支持，出版前凡有地址可寻的作者，出版社都与作者取得了联系，不少作者还对自己的文章提出了修改意见，在此表示衷心的感谢。但仍有少数作者未能取得联系，希望本书出版后论文作者能继续与出版社编辑部取得联系，以便处理有关事宜。

本套《选编》由刘增良主编；刘增良与刘有才负责文稿的收集、筛选、整理修改和整体结构设计等工作；王小青总抓成书过程的组织协调和统稿审定工作；曾昭奇任责任编辑；王海云具体分工与作者联络、信函管理等有关事宜。

我们希望《选编》和《丛书》能满足教学、科研和产品开发应用的需要，希望能对我国模糊技术的发展及推广应用起到积极的作用。今后我们将继续出版《选编》和《丛书》，希望得到广大读者和作者的关心、支持，欢迎大家不断地向我们推荐有关期刊杂志上发表的具有重要参考价值的好文章和具有重要应用价值的《丛书》选题。

出版社地址：北京市海淀区学院路37号北京航空航天大学出版社编辑部
联 系 人：王海云
邮政编码：100083
联系电话：82317034

主编通讯地址：北京981信箱225-10
邮政编码：100091
联 系 人：刘增良

《模糊技术与应用选编》组
主编　刘增良
1998年4月

目　录

第 一 章

模糊逻辑与
模糊推理

1.1 模糊命题演算的一种形式演绎系统

王国俊
（陕西师范大学数学研究所 西安 710062）

Elkan 于 1993 年 7 月在美国第 11 届人工智能年会上作题为“模糊逻辑的似是而非的成功”的报告[1]引起了一场轩然大波，随即有 15 位从事人工智能与模糊系统研究的专家对其进行了反驳，最后 Elkan 又以“关于模糊逻辑的似是而非的争论”作答[2]。吴望名教授就此作了专门分析[3]。这一事实表明，就模糊命题演算而言还没有一个严格的逻辑基础。本文首先指出，在模糊命题演算的范围内，希望保持所有的经典定理为重言式是不可能的；然后在放弃了个别经典公理的基础上引入了模糊命题演算的一种形式演绎系统，证明了相应的可靠性定理。

一、模糊公式及其赋值

定义 1 设 S 是非空集，其元素称为原子命题或原子公式，“$\neg$”，“$\vee$”，“$\rightarrow$”是连接词，“(”与“)”是括号。规定

(1)对每个 $A\in S$，A 是模糊命题。

(2)若 A 与 B 都是模糊命题，则$(A\vee B)$，$(A\rightarrow B)$与$\neg A$ 也都是模糊命题。

(3)全部模糊命题之集由(1)与(2)生成，记为 $\mathfrak{F}(S)$，在不致混淆时也简记为 $\mathfrak{F}$。

$\mathfrak{F}$ 实际上是 S 生成的$(\neg,\vee,\rightarrow)$型自由代数。$\mathfrak{F}$ 中的元也叫模糊公式，简称公式。$\mathfrak{F}$ 叫模糊命题代数或模糊公式代数，简称公式代数。

定义 2 设 $\mathfrak{F}$ 是公式代数，$\mathfrak{F}$ 的 R-赋值是一个映射 $v_R:\mathfrak{F}\rightarrow[0,1]$，满足条件

(1)$v_R(\neg A)=1-v_R(A)$；

(2)$v_R(A\vee B)=\max\{v_R(A),v_R(B)\}$；

(3)$v_R(A\rightarrow B)=R(v_R(A),v_R(B))$。

这里 $R:[0,1]^2\rightarrow[0,1]$是某个二元函数。

当 $\mathfrak{F}$ 是任一$(\neg,\vee,\rightarrow)$型代数时，仍称 v_R 为 $\mathfrak{F}$ 的 R-赋值。

以下用 Σ_R 表示 $\mathfrak{F}$ 的若干 R-赋值之集。

定义 3 设 $\mathfrak{F}$ 是公式代数，$A\in\mathfrak{F}$。如果对每个 $v\in\Sigma_R$ 恒有 $v(A)=1$，则称 A 为 Σ_R-重言式，记作 $\Sigma_R\vDash A$。若存在 $\alpha\in(0,1)$，使得对每个 $v\in\Sigma_R$，恒有 $v(A)\geqslant\alpha(v(A)>\alpha)$，则称 A 为 Σ_R-(α-重言式)(Σ_R-(α^+-重言式))。在不致混淆的情况下，前缀 Σ_R 可以略去。

定义 4 设 $\mathfrak{F}$ 是公式代数，$A,B\in\mathfrak{F}$，$\alpha(0,1)$。

(1)称从 A 以及 $A\rightarrow B$ 推得 B 的规则为 MP(Modus Ponens)规则。

(2)称从对每个 $v\in\Sigma_R$，$v(A)\geqslant\alpha$，$v(A\rightarrow B)\geqslant\alpha(v(A)>\alpha$，$v(A\rightarrow B)>\alpha)$推得 $v(B)\geqslant\alpha(v(B)>\alpha)$的规则为 Σ_R-(α-MP)规则(Σ_R-(α^+-MP)规则)，或简称 α-MP 规则(α^+-MP 规则)。

定义 5 设 $\mathfrak{F}$ 是公式代数，$A,B,C\in\mathfrak{F}$，$\alpha\in(0,1)$。

(1)称从 $A\to B$ 及 $B\to C$ 推得 $A\to C$ 的规则为 HS(Hypothetical Syllogism)规则。

(2)称从对每个 $v\in\Sigma_R$,$v(A\to B)\geqslant\alpha$,$v(B\to C)\geqslant\alpha$,($v(A\to B)>\alpha$,$v(B\to C)>\alpha$)推得 $v(A\to C)\geqslant\alpha$($v(A\to C)>\alpha$)的规则为 Σ_R-(α-HS 规则(Σ_R-(α^+-HS 规则),或简称 α-HS 规则(α^+-HS 规则)。

二、模糊命题演算的一种形式演绎系统

在二值逻辑中,由

(L1)$A\to(B\to A)$,

(L2)$(A\to(B\to C))\to((A\to B)\to(A\to C))$,

(L3)$(\neg A\to\neg B)\to(B\to A)$

出发,运用 MP 规则推得的全部公式都叫定理。在那里可靠性定理成立,即每个定理都是重言式。完备性定理也成立,即凡重言式一定是定理。又,在那里演绎定理也成立,由此可以证明三段论推理规则 HS 也成立。这些结果体现了某种和谐性。遗憾的是这种和谐性对模糊命题演算而言不再成立。事实上,这一点由以下的定理 1 至定理 3 所反映。

定理 1 设 $\mathfrak{F}$ 是公式代数,Σ_R 是 $\mathfrak{F}$ 的若干赋值之集,$R(x,y)$关于 y 不减,且有 $v\in\Sigma_R$ 和 $P,Q\in\mathfrak{F}$ 使 $v(P)=1/2$,$v(Q)=0$,则以下两条不能兼顾。

(1)$(1/2)^+$-MP 规则与$(1/2)^+$-HS 规则成立。

(2)(L1),(L2)与(L3)都是$(1/2)^+$-重言式。

定理 2 设 $\mathfrak{F}$ 是公式代数,Σ_R 是 $\mathfrak{F}$ 的若干赋值之集,且有 $v\in\Sigma_R$ 和 $P,Q\in\mathfrak{F}$ 使 $v(P)=1/2$,$v(Q)=0$,则以下两条不能兼顾。

(1)(1/2)-MP 规则与 1/2-HS 规则成立。

(2)(L1)与(L3)都是 1/2-重言式。

定理 3 设 $\mathfrak{F}$ 是公式代数,Σ_R 是 $\mathfrak{F}$ 的若干赋值之集,且有 $v\in\Sigma_R$ 和 $P\in\mathfrak{F}$ 使 $v(P)=1/2$,则经典二值命题演算中的定理不可能都是 Σ_R-($(1/2)^+$-重言式),从而更不可能都是 Σ_R-重言式。

因为 $v(P)=1/2$ 是模糊集理论中不可避免要遇到的基本事实,从而由定理 3 可见对模糊命题演算而言,不能指望保留经典命题演算的全部定理,而必须有所放弃。

定义 6 设 $\mathfrak{F}$ 是公式代数,称以下公式为公理。

(L1)$A\to(B\to A)$

(L3)$(\neg A\to\neg B)\to(B\to A)$

(L4)$(A\to(B\to C))\to(B\to(A\to C))$

(L5)$(B\to C)\to((A\to B)\to(A\to C))$

(L6)$A\to\neg(\neg A)$

(M1)$A\vee A\to A$

(M2)$A\to A\vee B$

(M3)$A\vee B\to B\vee A$

(M4)$(A\vee B)\vee C\to A\vee(B\vee C)$

(M5)$(A\to B)\to(A\vee C\to B\vee C)$

(M6)$(A\to C)\wedge(B\to C)\to(A\vee B\to C)$

(M7)$(A\wedge B\to C)\to(A\to C)\vee(B\to C)$

(M8)$(A\to B)\wedge(A\to C)\to(A\to B\wedge C)$

(M9)$(A\to B\vee C)\to(A\to B)\vee(A\to C)$

以上形如 $P\wedge Q$ 的公式是$\neg(\neg P\vee\neg Q)$的简写。又,两条推理规则是

(1)MP 规则。

(2)交推理规则:由 $A\to B$ 与 $A\to C$ 推得 $A\to B\wedge C$。

称由 $\mathfrak{F}$,以上各条公理以及两条推理规则组成的系统为 $\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})$。

定义 7 $\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})$中的证明是一个公式的有限序列 $A_1,\cdots,A_n$,对每个 $i\leqslant n$,A_i 是 $\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})$的公理或者存在 $j<i$ 和 $k<i$,使得 A_i 是通过 A_j 和 A_k 运用两条推理规则之一而得的公式。这个证明叫 A_n 的证明。A_n 叫 $\mathfrak{L}^*\mathfrak{F}$ 中的定理,记作 $\vdash_{\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})} A_n$ 或 $\vdash A_n$。

容易验证,凡 $\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})$中的定理从形式上看都是经典命题演算的定理。但由于在 $\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})$中 $A\to B$ 与 $\neg A\vee B$ 未必相同,所以 $\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})$中的定理有其独立的意义。

以下对实数 $a,b\in[0,1]$,分别用 a',$a\vee b$ 与 $a\wedge b$ 表示 $1-a$,$\max\{a,b\}$与 $\min\{a,b\}$。

称满足下式的 R 为 R_0。

$$\begin{array}{ll}\text{当 } a\leqslant b \text{ 时} & R(a,b)=1 \\ \text{当 } a\not\leqslant b \text{ 时} & R(a,b)=a'\vee b\end{array}\tag{1}$$

又,以 R_{Lu}记 Lukasiewicz 的 R,即

$$R(a,b)=(a'+b)\wedge 1$$

定理 4(可靠性定理) 设 $\mathfrak{F}$ 是公式代数,Σ_R 是 $\mathfrak{F}$ 的若 R-赋值之集,这里 $R=R_0$ 或 $R=R_{\mathrm{Lu}}$,则 $\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})$中的每个定理 A 都是 Σ_R-重言式。即,若 $\vdash A$,则 $\Sigma_R\models A$。

注 1 (1)存在经典命题演算的定理,它不是 $\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})$中的定理,如(L2)就不是 $\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})$中的定理。(2)在经典逻辑中演绎定理成立,即,从 $\Gamma\cup\{A\}\vdash B$ 可推得 $\Gamma\vdash(A\to B)$,由此可得出 HS 规则。但对 $\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})$而言,演绎定理一般不再成立。不过我们仍有

定理 5 设 $\vdash(A\to B)$且 $\vdash(B\to C)$,则 $\vdash(A\to C)$。

如果把定理的范围扩展到重言式的范围,则容易证明下面的

定理 6 设 $\Sigma_R\models A$ 且 $\Sigma_R\models(A\to B)$,则 $\Sigma_R\models B$;设 $\Sigma_R\models A\to B$ 且 $\Sigma_R\models(B\to C)$,则 $\Sigma_R\models(A\to C)$。这里 $R=R_0$ 或 $R=R_{\mathrm{Lu}}$。

定理 7 对于式(1)中的 R 而言,Σ_R-($(1/2)^+$-MP)规则与 Σ_R-($(1/2)^+$-HS)规则都成立。

注 2 不难证明,对式(1)定义的 R,(L2)是 1/2-重言式。所以,由定理 7 可见,当把定理 1 中对(L2)的要求稍稍降低为"(L2)是 Σ_R-(1/2-重言式)"后,那里的其余各条件均为式(1)中的 R 所满足,且(L1)与(L3)可加强为重言式。但对 Lukasiewicz 的 R_{Lu}而言,定理 7 不成立。至于对其他的各种 R,如 Gödel 的 R,Gaines-Rescher 的 R,或 Kleene-Dienes 的 R(见文献[4])而言,可靠性定理都不成立。从这一意义上看,式(1)定义的 R 有较好的性质。

例 1 在 $\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})$中,$A\to A$,$\neg A\to(A\to B)$,$\neg\neg A\to A$,$(A\vee B\to C)\to(A\to C)\wedge(B\to C)$,$(A\to B\wedge C)\to(A\to B)\wedge(A\to C)$,$(A\to C)\vee(B\to C)\to(A\wedge B\to C)$以及$(A\to B)\vee(A\to C)\to(A\to B\vee C)$等都是定理。

三、模糊公式代数的商代数

定理 8 设 $\mathfrak{F}$ 是公式代数,规定

$$A \sim B \quad \text{当且仅当} \quad \vdash (A \to B) \text{ 且 } \vdash (B \to A) \tag{2}$$

则$\sim$是 $\mathfrak{F}$ 上的同余关系，即$\sim$是 $\mathfrak{F}$ 上的等价关系，且当 $A \sim A_1, B \sim B_1$ 时，$(A \vee B) \sim (A_1 \vee B_1)$，$(A \to B) \sim (A_1 \to B_1)$，$\neg A \sim \neg A_1$。

定义 8 设 $\mathfrak{F}$ 是公式代数，$\sim$由式(2)定义。当 $A \sim B$ 时，称 A 与 B 为可证等价的。商代数 $\mathfrak{F}/\sim$ 记为$[\mathfrak{F}]$。$[\mathfrak{F}]$中与 $\mathfrak{F}$ 中$\neg$，$\vee$ 与$\to$相应的运算仍分别记为$\neg$，$\vee$ 与$\to$。

注 3 由 $\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})$中的公理系统以及例 1 知，在$[\mathfrak{F}]$中以下各等式成立：$[A \to (B \to C)] = [B \to (A \to C)]$，$[A] = [\neg(\neg A)]$，$[A \vee A] = [A]$，$[A \vee B] = [B \vee A]$，$[(A \vee B) \vee C] = [A \vee (B \vee C)]$，$[(A \to C) \wedge (B \to C)] = [A \vee B \to C]$，$[A \wedge B \to C] = [(A \to C) \vee (B \to C)]$，$[(A \to B) \wedge (A \to C)] = [A \to B \wedge C]$，$[A \to B \vee C] = [(A \to B) \vee (A \to C)]$。

定义 9 设 $\mathfrak{G}$，$\mathfrak{H}$ 是$(\neg, \vee, \to)$代数，称 $\mathfrak{H}$ 为 $\mathfrak{G}$ 的 R-赋值中介。若对 $\mathfrak{G}$ 的每个 R-赋值 v，存在满$(\neg, \vee, \to)$同态 $f: \mathfrak{G} \to \mathfrak{H}$ 以及 $\mathfrak{H}$ 的 R-赋值 w 使 $v = w \circ f$。

注 4 (1)反之，对 $\mathfrak{H}$ 的每个 R-赋值 w，$w \circ f$ 显然是 $\mathfrak{G}$ 的 R-赋值；(2)$\mathfrak{G}$ 有两个平凡的 R-赋值中介，即 $\mathfrak{G}$ 自身和$[0,1]$；(3)设 $\mathfrak{H}$ 是 $\mathfrak{G}$ 的 R-赋值中介，$\mathfrak{K}$ 是 $\mathfrak{G}$ 的 R-赋值中介．则 $\mathfrak{K}$ 是 $\mathfrak{G}$ 的 R-赋值中介。

定理 9 设 R 满足条件

$$\text{当 } R(a,b) = R(b,a) = 1 \text{ 时} \quad a = b \tag{3}$$

则商代数$[\mathfrak{F}]$是公式代数 $\mathfrak{F}$ 的 R-赋值中介。

显然 R_0 与 R_{Lu}都满足式(3)。以下对任一非空集 Y，用 $F(Y)$表示 Y 上的全体模糊集之族。

例 2 设 $X_1, \cdots, X_n$ 是非空集。$S = \bigcup_{i=1}^{n} F(X_i)$，$\mathfrak{F}$ 是 S 生成的公式代数。定义$(-, \cup, \Rightarrow)$型代数 $\mathfrak{G}$ 如下：(1)$S \subset \mathfrak{G}$。(2)以下各模糊集都属于 $\mathfrak{G}$：设 $\overline{A}, \overline{B} \in S$，如 $\overline{A} \in F(X_i)$，$\overline{B} \in F(X_j)$。规定$-\overline{A} \in F(X_i)$，$-\overline{A}(x_i) = (\overline{A}(x_i))'$。当 $i = j$ 时规定$(\overline{A} \cup \overline{B}) \in F(X_i)$，$(\overline{A} \Rightarrow \overline{B}) \in F(X_j)$，分别由$(\overline{A} \cup \overline{B})(x_i) = \overline{A}(x_i) \vee \overline{B}(x_i)$和$(\overline{A} \Rightarrow \overline{B})(x_i) = R(\overline{A}(x_i), \overline{B}(x_i))$确定，这里 $R = R_0$ 或 $R = R_{\mathrm{Lu}}$。当 $i \neq j$ 时，如 $i < j$，规定$(\overline{A} \cup \overline{B}) \in F(X_i \times X_j)$，$(\overline{A} \Rightarrow \overline{B}) \in F(X_i \times X_j)$，分别由$(\overline{A} \cup \overline{B})(x_i, x_j) = \overline{A}(x_i) \vee \overline{B}(x_j)$和$(\overline{A} \Rightarrow \overline{B})(x_i, x_j) = R(\overline{A}(x_i), \overline{B}(x_i))$确定，$R$ 意义同上。对 $\mathfrak{G}$ 中更复杂的表达式可逐步定义。如设 $\overline{A} \in F(X_1)$，$\overline{B} \in F(X_3)$，$\overline{C} \in F(X_2)$，$\overline{D} \in F(X_1)$，则$((\overline{A} \Rightarrow \overline{B}) \Rightarrow (\overline{C} \Rightarrow \overline{D})) \in F(X_1 \times X_2 \times X_3)$，由$((\overline{A} \Rightarrow \overline{B}) \Rightarrow (\overline{C} \Rightarrow \overline{D}))(x_1, x_2, x_3) = R(R(\overline{A}(x_1), \overline{B}(x_3)), R(\overline{C}(x_2), \overline{D}(x_1)))$确定，$R$ 的意义同上。依此类推即得出$(-, \cup, \Rightarrow)$型代数 $\mathfrak{G}$。显然

$$\mathfrak{G} \subset \bigcup \{F(X_{i_1} \times \cdots \times X_{i_k}) : (i_1, \cdots, i_k) \text{ 是}(1, \cdots, n) \text{ 的子序列}\}$$

可以证明，$\mathfrak{G}$ 是商代数$[\mathfrak{F}]$的 R-赋值中介。从而由注 4 与定理 9 知，$\mathfrak{G}$ 也是公式代数 $\mathfrak{F}$ 的 R-赋值中介。这时有一个从 $\mathfrak{F}$ 到 $\mathfrak{G}$ 的自然而简单的满同态 $f: \mathfrak{F} \to \mathfrak{G}$。如，当 $A \in F(X_1)$，$B \in F(X_3)$，$C \in F(X_2)$，$D \in F(X_1)$时，$\mathfrak{F}$ 中公式$(A \to B) \to (C \to D)$在 f 之下的像

$$f((A \to B) \to (C \to D)) = ((\overline{A} \Rightarrow \overline{B}) \Rightarrow (\overline{C} \Rightarrow \overline{D})) \in \mathfrak{G}$$

注意，$A \vee B$ 与 $B \vee A$ 是 $\mathfrak{F}$ 中不同的公式，但是它们在 f 之下的像却相同。如，当 $A \in F(X_1)$，$B \in F(X_2)$时，$f(A \vee B) = \overline{A} \cup \overline{B} = \overline{B} \cup \overline{A} = f(B \vee A)$。

注 5 如在注 4 中所说，$\mathfrak{G}$ 的每个 R-赋值诱导出 $\mathfrak{F}$ 的一个 R-赋值。$\mathfrak{G}$ 的如下赋值是简单而重要的：任取一点$(a_1, \cdots, a_n) \in X_1 \times \cdots \times X_n$，则得一 $\mathfrak{G}$ 的 R-赋值 $v = v(a_1, \cdots, a_n)$。对 $\mathfrak{G}$ 的任一公式 $\overline{E}$，设$\in \mathfrak{F}(X_{i_1} \times \cdots \times X_{i_k})$，则规定

$$v(\overline{E}) = \overline{E}(a_{i_1}, \cdots, a_{i_k})$$

即 $v(\overline{E})$就是 k 维模糊集 $\overline{E}$ 在点$(a_{i_1}, \cdots, a_{i_k})$处的隶属度。

为了使用上的方便,我们在 $\mathfrak{L}^*(\mathfrak{F})$ 中列出了 14 条公理。关于这些公理是否彼此独立以及当赋值格[0,1]被拓广为更适当的格后,对某特定的 R 而言完备性定理是否成立等问题,将于另文中讨论。

参 考 文 献

1 Elkan C. The paradoxical success of fuzzy logic. IEEE Expert, 1994, 9(4): 3～8

2 Elkan C. The paradoxical controversy over fuzzy logic. IEEE Expert, 1994, 9(4): 47～49

3 吴望名. 关于模糊逻辑的一场争论. 模糊系统与数学, 1995, 9(2): 1～9

4 陈永义. 模糊控制技术及应用实例. 北京: 北京师范大学出版社, 1993

摘自《科学通报》1997 年第 42 卷第 10 期

1.2 基于格值逻辑比较概率逻辑和模糊逻辑

程晓春
(吉林大学计算机科学系 长春 130023)

一、引 言

逻辑是研究知识表示和推理的基本工具。知识工程的崛起成为研究不确定知识表示和推理的直接动力[1]。经典逻辑由于过分精确而不能描述现实世界中的许多知识。概率逻辑和模糊逻辑在不确定知识处理方面的应用已引起人们的重视。

自从 1933 年 Konmopo B 提出概率公理,概率论成为一门严谨的数学分支。很长一段时间,概率论的研究不精确概念和利用不精确知识推理的唯一方法,在人工智能中有广泛的应用。例如,MYCIN 系统[2]中的确定性因子,可用概率论[3]来解释。Cox 证明,如果希望用实数表达命题的“似真性”(Palusibility),并且要求结论有一致性,那么逻辑上就可采用概率论的公理系统[4]。

自从 Zadeh 创立模糊集合论[5],模糊方法有了很大的发展。模糊方法在实际应用中的成功推动了模糊逻辑在语义上和语法上的研究。模糊方法由于确能表达或者方便表达现实世界的一些概念而显示出强大的生命力。但是由于模糊逻辑缺乏坚实的论理基础,仍有许多问题需要进一步研究。例如:模糊推理关系(即模糊蕴涵)缺乏统一、严格的定义,仍有不同的假设[6],关于逻辑连接词有不同的看法。

模糊逻辑被用在概率理论传统应用的领域,关于二者优劣的争论从二者共存之时便有。例如:Cheeseman 等人对模糊方法提出了批评,认为采用概率论即可满足对不精确概念表达和推理的需要[7];Stalling[8]批评了模糊方法,特别是极大/极小运算规则;Zadeh 为模糊逻辑方法进行了辩护[9],给出了一些他认为不能用概率方法而只能用模糊逻辑方法解决的例子。

Elkan 认为,模糊逻辑若满足他提出的严格条件,则退化为二值逻辑,从而不足以表示不精确的证据[10];模糊逻辑目前的成功在于应用领域的精心选择——模糊控制这个应用领域要比其他知识系统简单;对于复杂大规模知识系统,模糊逻辑的局限性将变得明显。

Klir[11],Guan J W, Bell D A[12]和 Dubois,Prade[13]分别提出了相反的观点,指出 Elian 提出的强加于模糊逻辑的条件是错误的。

刘叙华和邓安生[14]提出建立在布尔代数上的算子模糊逻辑 BOFL,并批评已有模糊逻辑不满足排中律和矛盾律;经验证,BOFL 的性质却与 Rescher N 的概率逻辑的性质相近。类似于概率方法[3],根据 BOFL 可以解释 MYCIN 系统的不精确推理机制[15]。

没有人会期望一个新的、迅速发展的领域不显出不一致,过早地通过严格定义消除不一致也是不合理的和不明智的。但探索不一致的根源,并加强其基础理论的研究是必要而且重要的。总之,形式地分析模糊逻辑和概率逻辑的关系有着重要的意义。

本文的第二节将研究值域为布尔代数的格植逻辑 PL 的概率模型;第三节相对于值域为

含分界元分配格的模糊逻辑[16,17]作比较，说明模糊逻辑和概率逻辑的密切关系和根本区别，并据此澄清了逻辑文献[10,12,14]中关于这一问题的某些混淆。为方便起见，本文主要讨论命题逻辑。

二、值域为布尔代数的格值逻辑 PL 及其概率模型

概率逻辑要求公式的真值函数 P 满足概率性质[18]：

$A1$. 若 $G \to \sim A \wedge A$，则 $P(G)=0$；

$A2$. 若 $G \to H$，则 $P(G) \leqslant P(H)$；

$A3$. $P(G)+P(\sim G)=1$；

$A4$. 若 $G \wedge H \to \sim A \wedge A$，则 $P(G \vee H)=P(G)+P(H)$。

任意一种合理的真值函数均要求当公式 G 和 H 等价时，二者的真值是相同的[10]。因此，所有互不等价的公式构成概率逻辑的可能事件空间。在命题情形，由命题原子集上的所有基本合取式为基底的布尔代数构成一个可能事件空间。概率逻辑的真值函数构成可能事件空间的一种概率分布，也称概率模型[18]。

定义 2.1 设 $\alpha_1,\cdots,\alpha_m,\beta$ 为$[0,1]$上的子区间，$G_1,\cdots,G_m,H$ 为公式，如果在任意满足 $P(G_1)\in\alpha_1,\cdots,P(G_m)\in\alpha_m$ 的概率模型下均有 $P(H)\in\beta$，则记概率逻辑的推理关系为 $P(G_1)\in\alpha_1,\cdots,P(G_m)\in\alpha_m \mid= P(H)\in\beta$。

由于$[0,1]$区间的子区间以$[0,1]$为全集构成的集类所产生的 Borel 域作成完全布尔代数，下面讨论值域为布尔代数$(B,\otimes,\oplus,{}',\perp,\top)$的格值逻辑 PL，其中，$\otimes$，$\oplus$和 $'$ 分别是 B 的下确界(inf)，上确界(sup)和余运算；$\perp$和$\top$分别是 B 的最小元和最大元，记 B 上的部分序关系为$\leqslant B$。

PL 中公式的语法与经典逻辑中公式的语法完全相同。

定义 2.2 设 G 是任意公式，I 是任一解释，G 在 I 下的真值记为 $T_I(G)$；PL 中公式在 I 下的真值由如下规则计算。

(1)当 G 为原子时，$T_I(G)$为 I 对 G 在 B 中的指派；

(2)$T_I(\sim G)=(T_I(G))'$；

(3)$T_I(G\vee H)=T_I(G)\oplus T_I(H)$；

(4)$T_I(G\wedge H)=T_I(G)\otimes T_I(H)$；

(5)$T_I(G\to H)=T_I(\sim G\vee H)$；

(6)$T_I(G\leftrightarrow H)=T_I((G\to H)\wedge(H\to G))$。

设 S 是任一公式集，令 $T_I(S)=\mathrm{glb}\{T_I(G)\mid G\in S\}$，其中 glb 表示求 B 中子集的下确界；从而公式集可看作是其所含公式的合取式。

称公式 G 在 PL 的解释 I 下是有效的，当且仅当 $T_I(G)=\top$；称公式 G 是有效的，当且仅当在 PL 的任意解释 I 下 $T_I(G)=\top$；称 G 是不可满足的 iff 在 PL 的任意解释 I 下 $T_I(G)=\perp$。最大元$\top$表示必然事件的真值，最小元$\perp$表示不可能事件的真值。

由于$\forall\ x、y\in B$，$x\leqslant_B y$ iff $x'\oplus y=\top$；显然，$G\to H$ 在 I 下有效 iff $T_I(G)\leqslant_B T_I(H)$。

引理 2.1 设 $G=L_1\wedge\cdots\wedge L_n$，其中 $L_i(i=1,\cdots,n)$是文字；于是在 PL 中 G 不可满足当且仅当 G 包含至少一个互补对。