线性多变量反馈系统分析的复变方法

〔英〕 I. 波斯特莱夫维特
A. G. J. 麦克法兰 著

科学出版社

线性多变量反馈系统分析的复变方法

〔英〕 I. 波斯特莱夫维特
A. G. J. 麦克法兰 著

黄 琳 译

科 学 出 版 社

1 9 8 6

内 容 简 介

I. 波斯特莱夫维特与 A. G. J. 麦克法兰所著《线性多变量反馈系统分析的复变方法》一书，是第一本将经典控制理论中行之有效的频率方法与根轨迹方法推广至多变量系统的著作. 全书共分七章，分别讲述了引言、预备知识、特征增益函数与特征频率函数、广义 Nyquist 判据、广义逆 Nyquist 判据、多变量根轨线、参数稳定与进一步研究的问题等. 并为不甚熟悉代数函数、Riemann 曲面等数学内容的人写了简明的附录. 全书篇幅不大但叙述严谨. 由于作者把经典控制理论与现代多变量控制理论结合在一起，因而不仅在理论上而且在实际应用上都给读者带来利益与兴趣.

本书可供控制工程、控制理论、系统理论以及应用数学方面的科学工作者、大学教师、工程师、研究生以及有关专业的高年级学生阅读.

I. Postlethwaite, A. G. J. MacFarlane

A COMPLEX VARIABLE APPROACH TO THE ANALYSIS OF LINEAR MULTIVARIABLE FEEDBACK SYSTEMS

Springer-Verlag 1979

线性多变量反馈系统分析的复变方法

〔英〕 I. 波斯特莱夫维特
A. G. J. 麦克法兰 著

黄 琳 译

责任编辑 李淑兰

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1986年 3 月第一版 开本：787×1092 1/32

1986年 3 月第一次印刷 印张：4 3/4

印数：0001—4,200 字数：103,000

统一书号：15031・708

本社书号：4672・13—8

定价：1.15 元

译　者　序

自从六十年代线性多变量控制理论问世以来，如同一切新的理论出现一样，它与原有的经典控制理论之间产生了许多的不协调. 这里既有这两方面理论本身的原因，也有一些难以避免的社会因素. 这种不协调在一段时间里甚至发展到如本书作者所说的“裂痕”的程度，这种状况的形成是不奇怪的甚至可以说是自然的.

人们常说的经典控制理论，一般是指本世纪五十年代前创立的单回路调节理论. 这一理论的出现首先不是由于严格的具有完整体系的一套数学而是由于工程与物理的推动，数学在这里是作为论证与推演控制思想的工具，而控制本身的结论及其表述也远未数学化. 这一理论的两个主要方法，频率法与根轨迹法也都具有相当强的工程与物理意义，而且这一理论还能针对实际的工程要求（例如过渡过程时间，超调量，振荡次数等）提出一些实际的解决办法. 正由于此，迄今在相对简单的控制系统，如单回路调节系统与随动系统设计中，经典控制理论所提供的方法仍然是主要的也是行之有效的. 随着工程系统的复杂化或控制要求的提高已不能对系统采用过于简化的模型，而且将控制理论向其它应用领域扩展，例如经济系统，环境系统等，都使经典控制理论所提供的方法碰到了难以克服的困难，这是由于这些系统从本质上说来是多变量多回路的系统，而要将它们强行纳入单回路系统的框框是很难奏效的. 这表明经典控制理论不作适当的改造与发展使其适应多变量多回路的特点，就不可能在今天更为复杂的控制

系统中发挥作用. 而且为了适应新的复杂系统的要求，没有深刻的理论思维(包括深刻的数学理论思维)也是很难取得成功的.

六十年代兴起的线性多变量控制理论，在描述方法上一开始就采用了状态空间模式，这种模式把系统归结为三个或四个具有适当阶次的矩阵.由于这种模式的一般性，不少控制问题就归结为这几个矩阵或它们所代表的映射应具有的要求和满足的关系. 这样控制系统的一些问题经过转化就成为比较纯化的数学问题特别是线性代数问题，例如可控性、任意配置极点、内模原理等. 这些问题的解决已经在实际系统分析与设计中起到了作用，特别由于计算机与计算方法的进步，又使这一理论得到了新的动力——利用先进的计算手段来开拓理论的应用领域，这样不仅在理论上而且在各种计算机辅助设计上都得到了发展. 尽管如此，由于这种模式的一般化，它与实际工程系统的结合总有一段距离，对于这种模式我们也难以将具体的控制工程要求提成数学便于接受的形式，而且对于这种模式由于其物理工程背景的不直接，因而物理与工程的洞察力在这里也难以起到作用. 于是对熟悉工程与物理的控制工程师说来，在相当长的一段时间里总是不乐于采用线性多变量系统的理论来解决控制工程问题，即使在碰到复杂的系统，他们也仍然想用单回路的经典理论去套，致使碰到一些难于克服的困难.

这就是二十多年来控制理论发展过程中的现实，面对这个现实一些人不是固守在经典控制理论或线性多变量系统理论的一个方面，去谋求在已有的框框内进行发展，更不是站在一方去论证另一方的局限性，而是采用兼收二者之长以补二者之短将这两方面结合起来的做法.这里译出的 Ian, Postlethwaite 与 Alistair, G. J. MacFarlane 合著的《线性多变量反馈

系统分析的复变方法》一书，就是这样的一本著作．相信，本书的内容无论对于从事控制工程还是从事控制理论的人来讲，都是会引起浓厚的兴趣的．

为了将经典控制理论中的两个主要方法，频率法或 Nyquist 方法与根轨线法或 Evans 方法推广至多变量情形，而现在闭环频率与开环增益之间的关系已经是多值化的代数函数关系，出于问题本质上的复杂性，作者运用代数函数理论及与之相关的 Riemann 曲面结构来阐述问题，得到了比较清楚的结果．虽然代数函数理论与 Riemann 曲面的结构对控制界比较生疏，但由于作者对这些理论作了比较形象的叙述并且提供了具体的计算方法，就使得这些理论读起来并不枯燥而且可以学会如何实际应用．实际上即使对经典控制理论中的根轨迹方法，为了使理论清楚严谨，引进代数函数与 Riemann 曲面也是可取的．

由于本书是这方面的第一本著作，原书写作中有其自身的特点，加之本人业务水平所限，失误疏漏之处难免，敬请读者指正．

祝愿本书中文版的出版能在我国控制理论及其应用的事业中，在促进我国控制工程与控制理论两方面的合作中起到应有的作用．

北京大学力学系　黄　琳

1984．8．25

目　　录

第一章　引　言

在五十年代后期与六十年代初的一段时间里，最优控制与最优滤波技术在空间研究方面取得了巨大成功，这就自然地导致将这些方法应用于世间各种多变量工业过程的努力.这种努力在很多场合并不能直接奏效，特别比起空间研究来说，这里所采用的装置的模式是不精确的，或者用来刻划受控装置品性的品质指标也不明确. 而且，基于直接应用最优控制与最优滤波方法的控制器，其综合方法一般讲是复杂的；事实上如果要装上一个完全的 Kalman-Bucy 滤波器，由于该滤波器应由受控装置的模式与其周围的反馈所组成，这样其动态复杂程度就将与受控对象相当.与此相反，对不少多变量过程控制问题来说，真正需要的乃是相对简单的控制器，它一方面应能在工作点附近实现镇定且仅要求受控装置有一可用的近似模式，同时它还应能缓和由于引入积分作用后低频干扰的影响. 对于惯于用频率响应思维的工业工程师说来，应用深奥的最优控制方法是困难的；这些工程师基本上依靠的是物理的洞察能力和例如用微积分这些直接方法去解决问题.明显的是在由 Nyquist [1], Bode [2] 与 Evans [3] 所奠基且至今还在不少工业应用中采用的经典单回路频率响应方法和在空间应用中发展起来的精美而又有效的多变量时间响应方法之间已存在着巨大的裂痕.

由于这些原因，在六十年代中期慢慢开始恢复了对频率响应方法的关注. 在经典频率响应方法与最优控制方法之间弥合裂痕的重要的第一步是由 Kalman [4] 给出的，他研究

了最优性的频率域特征. 对多变量系统发展频率响应分析与设计理论的系统性的研究,是从 Rosenbrock [5] 的开拓性论文开始的，于是在已复苏了的频率响应方法上开始了增长兴趣的十年. 在这一新起点之前，在多变量控制问题上已经形成了一些直接方法，Boksembom 与 Hood [6] 提出了不相互作用控制器的思想，他们的方法是选择一个级联补偿器以使受补偿系统总传递函数矩阵为对角形. 如果求得了这样的补偿器,控制器设计就可以运用标准的单回路设计方法来完成. 用这种方法求得的补偿矩阵必然是复杂的，并且该方法明显的缺限乃是仅为减少相互作用就要进行如此冗烦的工作. 这一解决多变量控制途径自然的延伸是考虑运用有理矩阵进行标准矩阵计算方法能得到什么. 沿着这个思路讨论问题的文章有 Golomb 与 Usdin [7], Raymond [8], Kavanagh [9, 10, 11] 与 Freeman [12,13]. 然而，Rosenbrock [14, 15] 却用一种谙熟的技术寻求将多变量问题化至经典方法可接受的形式,从而开辟了一个全新的发展路线. 在他的逆 Nyquist 列阵方法 [14, 15] 中，其要领就在于减少相互作用到可以采用单回路方法的程度而不是去完全消除相互作用. Rosenbrock 的方法就是基于部分相互作用的特定判据——对角优势概念的精心运用之上的. 这一方法的成就在于启示了其他研究者去发展将多变量控制问题化归到单回路问题,例如Mayne[16] 所作的序列返差方法.

在将不相互作用或部分相互作用方法用于多变量控制时，其活力在于在设计研究的最后阶段能分开使用经典的单回路频率响应方法. 另一途径则是把传递函数矩阵作为一个单一对象来研究并由其本身来回答：如何把经典单回路频率响应方法的基本概念作适当的扩展？在多变量情况下什么才是极点、零点、Nyquist 图以及根轨迹图这些概念的合适的推

广？对于这类问题，这儿的工作是建议并且阐明复变的思想在多变量反馈系统的研究中可以担当一个重要的角色．将Nyquist图的思想扩展到多变量问题的早期努力是由Bohn[17, 18] 作出的．MacFarlane [19] 给出 Nyquist 稳定性判据的一个推广，紧接这一启发性结果，Barman 与 Katzenelson [20] 和 MacFarlane 与 Postlethwaite[21] 给出了复变函数的基本证明．随着多变量情形 Nyquist 稳定性判据的推广，不久就出现了根轨迹方法的补充推广 [21, 22, 23, 24]．

本书的目的是将 Nyquist, Bode 与 Evans 方法中的概念扩展到多变量系统．在线性反馈设计的两个经典方法中，Nyquist-Bode 方法是研究增益为频率的函数，而 Evans 方法则研究频率为增益的函数．第三章阐述了研究复增益为复频率的函数和复频率为复增益的函数的思想是怎样扩展至多变量情况的，这里用到与传递函数矩阵（其行列数相同）的一对解析函数：特征增益函数与特征频率函数．这些是代数函数[25]且每个函数均定义在一合适的 Riemann 曲面上[26]．第二章给出了一些基本知识，例如被考虑的多变量反馈系统的典型表述；稳定性的基本定义与有关的定理；基于返差算子之上的开环与闭环特性之间的基本关系．第三章也包含对在第四章中出现的多变量反馈系统的广义 Nyquist 稳定性判据的背景所作的广泛的讨论．这个判据的证明是基于运用在合适的 Riemann 曲面上定义的代数函数的辐角原理．第五章给出一个多变量情况的逆 Nyquist 判据的推广，它是前一章给出的广义 Nyquist 判据的补充．运用在第三章中发展了的材料在第六章把根轨迹方法扩展到了多变量情形，这里很好地运用了代数函数理论的结果．这同样阐明了代数函数的基本方法可以怎样用来寻求多变量时不变最优线性调节器，当二次型性能指标输入项的权趋于零时对应闭环极点的渐近性质．

作为一个推广，显然用到的增益变量可以看作是系统的一个参数，这样已发展了的方法就不仅可运用于增益与频率而且也可运用于任何参数与频率。在第七章用引入参数根轨迹图与参数 Nyquist 轨迹的概念，考虑了多变量反馈系统中参数变化的影响。这一章还包含了一些为进一步研究而作的试验性建议与设想。

次要的信息不放在正文而留在附录上。每一章引用的参考文献列在该章的末尾。在本书的最后还提供了一个总文献目录。

参 考 文 献

[1] H. Nyquist, "Regeneration theory", Bell Syst. Tech. J., 11, 126—147, 1932.

[2] H. W. Bode, "Network analysis and feedback amplifier design", Van Nostrand, Princeton, N. J., 1945.

[3] W. R. Evans, "Graphical analysis of control systems", Trans. AIEE, 67, 547—551, 1948.

[4] R. E. Kalman, "When is a linear control system optimal?", Trans. ASME J. Basic Eng., Series D., 86, 51—60, 1964.

[5] H. H. Rosenbrock, "On the design of inear multivariable control systems", Proc. Third IFAC Congress London, 1, 1—16, 1966.

[6] A. S. Boksenbom and R. Hood, "General algebraic method applied to control analysis of complex engine types", National Advisory Committee for Aeronautics, Report NCA-TR-980, Washington D. C., 1949.

[7] M. Golomb and E. Usdin, "A theory of multidimensional servo systems", J. Franklin Inst., 253(1), 28—57, 1952.

[8] F. H. Raymond, "Introduction a l'étude des asservissements multiples simultanes", Bull. Soc. Fran. des Mecaniciens, 7, 18—25, 1953.

[9] R. J. Kavanagh, "Noninteraction in linear multivariable systems", Trans. AIEE, 76, 95—100, 1957.

[10] R. J. Kavanagh, "The application of matrix methods to multivariable control systems", J. Franklin Inst., 262, 349—367, 1957.

[11] R. J. Kavanagh, "Multivariable control system synthesis", Trans. AIEE, Part 2, 77, 425—429, 1958.

[12] H. Freeman, "A synthesis method for multipole control systems",

Trans. AIEE, 76, 28—31, 1957.

[13] H. Freeman, "Stability and physical realizability considerations in the synthesis of multipole control systems", Trans. AIEE, Part 2, 77, 1—15, 1958.

[14] H. H. Rosenbrock, "Design of multivariable control systems using the inverse Nyquist array", Proc. IEE, 116. 1929—1936, 1969.

[15] H. H. Rosenbrock, "Computer-aided control system design", Academic Press, London, 1974.

[16] D. Q. Mayne, "The design of linear multivariable systems", Automatica, 9, 201—207, 1973.

[17] E. V. Bohn, "Design and synthesis methods for a class of multivariable feedback control systems based on single variable methods", Trans. AIEE, 81, Part 2, 109—115, 1962.

[18] E. V. Bohn and T. Kasvand, "Use of matrix transformations and system eigenvalues in the design of linear multivariable control systems", Proc. IEE, 110, 989—997, 1963.

[19] A. G. J. MacFarlane, "Return-difference and return-ratio matrices and their use in the analysis and design of multivariable feedback control systems", Proc. IEE, 117, 2037—2049, 1970.

[20] J. F. Barman and J. Katzenelson, "A generalized Nyquisttype stability criterion for multivariable feedback systems", Int. J. Control, 20, 593—622, 1974.

[21] A. G. J. MacFarlane and I. Postlethwaite, "The generalized Nyquist stability criterion and multivariable root loci", Int. J. Control, 25, 81—127, 1977.

[22] B. Kouvaritakis and U. Shaked, "Asymptotic behaviour of root loci of linear multivariable systems", Int. J. Control, 23, 297—340, 1976.

[23] I. Postlethwaite, "The asymptotic behaviour, the angles of departure, and the angles of approach of the characteristic frequency loci", Int. J. Control, 25, 677—695, 1977.

[24] A. G. J. MacFarlane, B. Kouvaritakis and J. M. Edmunds, "Complex variable methods for multivariable feedback systems analysis and design", Alternatives for Linear Multivariable Control, National Engineering Consortium, Chicago, 189—228, 1977.

[25] G. A. Bliss, "Algebraic functions", Dover, New York, 1966 (Reprint of 1933 original).

[26] G. Springer, "Introduction to Riemann surfaces", Addison-Wesley, Reading, Mass., 1957.

第二章 预备知识

本书对由几个多输入多输出的子系统串联而后形成的线性时不变反馈动态系统，来考虑经典的 Nyquist 与 Evans 方法的推广. 在这一考虑下，本章给出了多变量反馈系统的描述，并且还给出了稳定性的基本定义、一些与之相关的定理和基于返差算子之上在开环与闭环性质之间的基本关系.

2.1 系统描述

线性时不变动态系统的基本描述取如下状态空间模式:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \tag{2.1.1}$$

其中 $x(t)$ 是状态向量，$y(t)$ 为输出向量，$u(t)$ 为输入向量；$\dot{x}(t)$ 表示 $x(t)$ 对时间 t 的微商；A，B，C 与 D 是实常数矩阵. 为方便起见上述模式在意义明确的前提下简记为 $S(A, B, C, D)$ 或 S，且用图 1 表示.

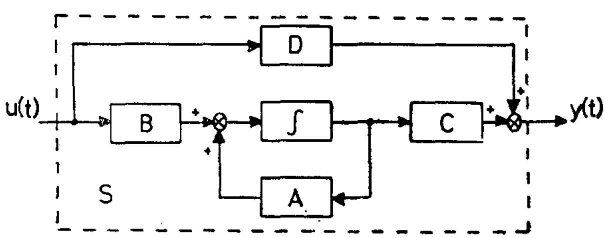

图 1 状态空间模式

一般 $S(A, B, C, D)$ 可认为是由几个状态空间模式的子系统

$$S_i(A_i, B_i, C_i, D_i),\ \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t) \qquad\qquad (2.1.2)$$
$$i = 1, 2, \cdots, h,\quad y_i(t) = C_i x_i(t) + D_i u_i(t)$$

串联而成的，如图 2 所示.

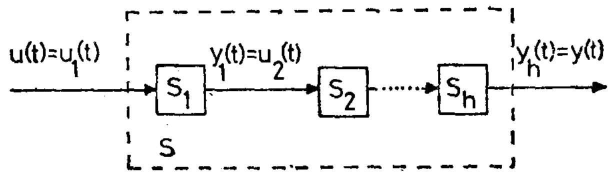

图 2 子系统的串联

例如，若 S 由两个子系统 S_1 与 S_2 组成，则 S 用方程 (2.1.1) 状态空间模式表示，对应有

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \text{两子系统的联合状态}$$

$$u(t) = u_1(t),\ S_1 \text{ 的输入} \qquad\qquad (2.1.3)$$

$$y(t) = y_2(t),\ S_2 \text{ 的输出}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ B_2C_1 & A_2 \end{bmatrix},\quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2D_1 \end{bmatrix}$$

$$C = (D_2C_1\ \ C_2),\ D = D_2D_1$$

而由几个子系统串联的状态空间模式则可以通过反复运用上述公式得到.

由于状态空间模式保留了系统的内部动态结构，因而可作为一种**内描述**. 如果对方程 (2.1.1) 两边作单边的 Laplace 变换，就得到

$$\begin{cases} s\hat{x}(s) - x(0) = A\hat{x}(s) + B\hat{u}(s) \\ \hat{y}(s) = C\hat{x}(s) + D\hat{u}(s) \end{cases} \qquad\qquad (2.1.4)$$

其中 $\hat{x}(s)$ 表示 $x(t)$ 的 Laplace 变换，这样就可得到系统的**外描述或输入-输出描述**. 如果在时间 $t=0$ 时的初条件全为零即 $x(0)=0$，则输入与输出变换向量由关系式

$$\hat{y}(s)=G(s)\hat{x}(s) \tag{2.1.5}$$

相联系，其中

$$G(s)=C(sI_n-A)^{-1}B+D \tag{2.1.6}$$

I_n 为 n 阶单位矩阵且 $(\quad)^{-1}$ 表示矩阵的逆. $G(s)$ 是复变量 s 的有理函数矩阵，称为对输入-输出变换集的**传递函数矩阵，或开环增益矩阵**. 传递函数矩阵可用来描述系统在具有指数 s 的指数函数输入下的响应[2]，因而如同在单输入单输出情况下一样，复变量 s 可认为是复数的频率变量.

若 $S(A, B, C, D)$ 如图 2 所示，由 h 个子系统 $(S_i(A_i, B_i, C_i, D_i): i=1, 2, \cdots, h)$ 组成，每个子系统的传递函数矩阵为

$$G_i(s)=C_i(sI_{n_i}-A_i)^{-1}B_i+D_i \tag{2.1.7}$$

于是 S 的输入-输出变换向量由关系式

$$\hat{y}(s)=G_h(s)G_{h-1}(s)\cdots G_1(s)\hat{u}(s) \tag{2.1.8}$$

相联系，因此开环增益矩阵具有明显的关系式:

$$G(s)=G_h(s)G_{h-1}(s)\cdots G_1(s) \tag{2.1.9}$$

为了可以将输出由反馈连接到输入，以下设 $G(s)$ 是一个 m 阶方阵.

2.2 反馈结构

考虑如图 3 所示的一般反馈结构，这里反馈系统的输出是第 h 个子系统的输出，但在实际上它也可以是较前一个子系统的输出，此时其后的子系统可视为反馈补偿器. 参数 k 是整个回路总的实增益控制变量. 系统的输入与输出用方程